

Von der $2\frac{1}{2}$ D- zur 3D-Flächenmodellierung
für die photogrammetrische Rekonstruktion
im Objektraum

Vom Fachbereich 12 – Vermessungswesen
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Martin Schlüter
aus Berlin

München 1999

Referent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. B. Wrobel
Korreferenten: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Schlemmer,
Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. Grün, ETH Zürich

Tag der Einreichung: 17.9.1998
Tag der mündlichen Prüfung: 4.2.1999

Summary

The thesis is based on the present state of the art of automatic photogrammetric surface reconstruction by multi-image matching in object space. This reconstruction approach can be characterized by the fact that any pixel gray value in image space is assumed to be an observation while formulating the quantities for describing the surface geometry and gray values in object space directly as unknown parameters and calculating the solution in the sense of a least squares' estimation. This very general method gives not only the possibility of a simultaneous matching of more than two images but also the broad spectrum of a complete multi-image approach: Ways for a simultaneous evaluation of data obtained from different optical sensors as well as for a simultaneous integration of multispectral and multitemporal image data are described in this thesis and illustrated by exemplary results of reconstruction.

An example given for the reconstruction of urban scenes from large-scale aerial images shows that a generalized surface representation in object space is necessary which allows vertical and even overhanging parts of the surface. Following the requirements of the photogrammetric multi-image matching, such a generalized 3-d surface model is set up and discussed in connection with the present developments in the fields of Computer Graphics and Computer Aided Geometric Design. More concretely, an irregular triangular mesh in \mathbb{R}^3 is used as an explicit topological basis. This topological description is completed by transfinite, visually continuous, triangular interpolants, which allow continuity degrees from zeroth up to second order for the resulting 3-d surface model. The concept of transfinite triangular interpolation applies also to the representation of the surface gray values.

The reconstruction itself is obtained on the basis of hierarchical multigrids in object space and image pyramids in image space, respectively. Thus, the geometric surface description becomes more and more differentiated in the course of the reconstruction procedure. Formulation of the generalized 3-d reconstruction approach is made by means of the local surface normal vectors, in order to indicate the directions of the surface displacements during an iteration step of the reconstruction procedure. A permanent, explicit detection of occlusion, or here visibility in the proper sense, is integrated within the reconstruction process. Numerical topics are also treated, especially as they are of interest with respect to acceptable computation times.

The test of the reconstruction approach on the basis of the new 3-d surface modeling proves that the photogrammetric multi-image matching can profit from the generalized surface model. Exemplary reconstruction results which have been calculated using the new 3-d surface model on the one hand and the classical surface model of the form $Z = f(X, Y)$ on the other hand are compared to each other. Scenes of open terrain show the expected comparable results, but for urban scenes a considerable increase in geometric quality of the reconstruction result could be found using the 3-d surface model.

The newly formulated 3-d surface model allows to eliminate the modeling deficits that have existed so far concerning the reconstruction of general surfaces within \mathbb{R}^3 . The increases in geometric quality should considerably simplify subsequent tasks like the detection and reconstruction of buildings. Furthermore, the application of the generalized photogrammetric reconstruction procedure seems to be very promising for the applicational fields of industrial and close-range photogrammetry.

Recent publications in the English language concerning various aspects of multi-image matching in object space are given by [Schlüter and Wrobel 1996] and [Wrobel and Schlüter 1997], whereas [Schlüter 1994], [Schlüter 1998] concentrate on the improvement of surface modeling in object space with respect to photogrammetric reconstruction.

Zusammenfassung

Die Dissertation baut auf dem aktuellen Stand der automatischen photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion durch Mehrbildzuordnung im Objektraum auf. Dieser Rekonstruktionsansatz läßt sich dadurch charakterisieren, daß ein jeder Pixelgrauwert im Bildraum als Beobachtung aufgefaßt wird und die gesuchten Größen zur Beschreibung von Oberflächengeometrie und -grauwerten im Objektraum direkt als unbekannte Parameter eingeführt und im Sinne einer Parameterschätzung nach Kleinsten Quadraten berechnet werden. Aus diesem sehr allgemein formulierten Ansatz folgt nicht nur die Möglichkeit zur simultanen Zuordnung von mehr als zwei Bildern, es eröffnet sich vielmehr das wesentlich breitere Spektrum eines vollwertigen Mehrbildansatzes: Wege zur simultanen Auswertung der Daten unterschiedlicher optischer Sensoren, zur simultanen Integration multispektraler und auch multitemporaler Bilddaten werden in dieser Arbeit erläutert und durch exemplarische Rekonstruktionsergebnisse vertieft.

Am Beispiel der Rekonstruktion bebauter Bereiche aus großmaßstäbigen Luftbildern zeigt sich, daß eine verallgemeinerte Oberflächenrepräsentation notwendig ist, welche auch einen vertikalen oder sogar überhängenden Verlauf der Oberfläche im Objektraum erlaubt. Angepaßt an die Anforderungen der photogrammetrischen

Mehrbildzuordnung wird ein derart verallgemeinertes 3D-Oberflächenmodell entworfen und im Zusammenhang mit den derzeitigen Entwicklungen in der graphischen und geometrischen Datenverarbeitung diskutiert. Konkret wird auf einer flächenhaften Dreiecksvermaschung im \mathbb{R}^3 als expliziter topologischer Basis aufgebaut. Diese topologische Beschreibung wird mit transfiniten Dreiecksinterpolanten ergänzt. Für das resultierende 3D-Oberflächenmodell stehen damit die Stetigkeitsgrade von nullter bis zweiter Ordnung zur Verfügung. Das Konzept der transfiniten Dreiecksinterpolation findet auch für die Repräsentation der Oberflächengrauwerte Verwendung.

Der Ablauf der Rekonstruktion selbst wird auf der Basis von hierarchischen Mehrgittern im Objektraum beziehungsweise Bildpyramiden im Bildraum realisiert. Die geometrische Oberflächenbeschreibung wird also im Verlauf des Rekonstruktionsverfahrens sukzessive immer feiner ausdifferenziert. Zur Formulierung des verallgemeinerten 3D-Rekonstruktionsansatzes wird auf die lokalen Flächennormalenvektoren zurückgegriffen, um die Richtungen der Oberflächenverschiebungen während eines Iterationsschrittes des Rekonstruktionsverfahrens vorzugeben. Eine permanente, explizite Verdeckungs- bzw. Sichtbarkeitsanalyse ist in den Rekonstruktionsablauf integriert. Auch auf numerische Fragestellungen wird eingegangen, insbesondere im Hinblick auf eine insgesamt akzeptable Rechenzeitdauer.

Die Erprobung des Rekonstruktionsansatzes auf der Basis der neuen 3D-Oberflächenmodellierung belegt, daß die photogrammetrische Mehrbildzuordnung vom verallgemeinerten Oberflächenmodell profitiert. Exemplarische Rekonstruktionsergebnisse werden einander gegenübergestellt, welche zum einen mit dem neuen 3D-Oberflächenmodell, zum anderen mit einem klassischen Oberflächenmodell der Form $Z = f(X, Y)$ berechnet wurden. Während es im offenen Gelände erwartungsgemäß zu vergleichbaren Resultaten kommt, wird im Fall bebauter Gebiete eine erhebliche Steigerung der geometrischen Qualität des Rekonstruktionsergebnisses beim Einsatz des neuen 3D-Oberflächenmodells erzielt.

Mit dem neu formulierten 3D-Oberflächenmodell gelingt es, bisherige Modellierungsdefizite bezüglich der automatischen Rekonstruktion allgemeiner Flächen im \mathbb{R}^3 aufzuheben. Die erzielten geometrischen Qualitätsgewinne sollten Folgeaufgaben wie beispielsweise die Detektion und Rekonstruktion von Gebäuden deutlich vereinfachen. Weiterhin erscheint der Einsatz des verallgemeinerten photogrammetrischen Rekonstruktionsverfahrens im Bereich der Industrie- und Nahbereichsphotogrammetrie als vielversprechend.

Dank

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. B. Wrobel sei sowohl für die Betreuung dieser Arbeit als auch für die von gegenseitiger Achtung und Vertrauen geprägten Jahre der Zusammenarbeit am Institut für Photogrammetrie und Kartographie der TU Darmstadt herzlich gedankt. Über die Bereitschaft von Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Schlemmer und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. Grün zur Übernahme der Korreferate habe ich mich sehr gefreut.

Der erfolgreiche Abschluß meiner Arbeit gründet sich nicht zuletzt auf die angenehme und qualifizierte Kooperation mit meinen ehemaligen Kollegen Herrn Dr.-Ing. R.-D. Düppe, Herrn Dipl.-Math. B. Kaiser, Herrn Dr.-Ing. M. Kempa, Frau Dipl.-Ing. M. Schmolla, Herrn Dipl.-Phys. M. Schreyer, Herrn Dr.-Ing. J.-R. Tsay, Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Weisensee sowie den weiteren Angestellten des Instituts – auch Euch ein herzliches Dankeschön. Frau C. Beer, Herrn M. Friehl, Herrn C. Garstka, Herrn M. Lehn, und Herrn A. Krauth gilt meine Anerkennung für ihre Leistungen und ihr Engagement im Rahmen der Erstellung ihrer Diplomarbeiten. Ich bin meiner Frau Monika sehr dankbar, daß sie mein berufliches und wissenschaftliches Engagement mitgetragen hat.

Der digitale Bilddatensatz *Walddorfhäslach* wurde freundlicherweise von Herrn Dr. Kiefer, Landesamt für Flurneuordnung und Landentwicklung Baden-Württemberg, zur Verfügung gestellt. Die Befliegung *Marguerite Bay (Antarktische Halbinsel)* wurde vom Institut für Angewandte Geodäsie (IfAG), Frankfurt am Main, durchgeführt und aufbereitet.

Inhaltsverzeichnis

I	Einführung	9
1	Übersicht	9
1.1	Historische Fokussierung des Themas	9
1.2	Gliederung der Arbeit	10
2	Zum Potential der simultanen Mehrbildzuordnung im Objektraum	12
2.1	Grundlagen der Bildzuordnung im Objektraum und Vorzüge der Mehrbildzuordnung	13
2.2	Minimierung der Auswirkungen von Störungen im Einzelbild	16
2.3	Rekonstruktion mit multitemporalen Bilddaten	20
3	Mit der simultanen Mehrbildzuordnung zur 3D-Oberflächenrekonstruktion	26
3.1	Gebäuderekonstruktion aus Luftbildern als aktuelles Fallbeispiel	26
3.2	Geometrische Modellbildung aus der Sicht der Mehrbildzuordnung	28
II	Geometrische Modellbildung im \mathbb{R}^3	32
4	Topologie der 3D-Oberflächenrepräsentation	32
4.1	Triangulationsverfahren als Grundlage der Oberflächenvermaschung	33
4.2	Bildung einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 aus Stützpunkten	39
4.2.1	Einbeziehung photogrammetrischer Zusatzinformation	41
4.3	Optimierung der Stützpunktverteilung	42
4.4	Hierarchische Prolongation	45
4.5	3D-Oberflächenvermaschung durch photogrammetrische Rekonstruktion	46
5	Interpolation von Oberflächengeometrie und -grauwerten	48
5.1	Vorüberlegungen zur Auswahl geeigneter Interpolanten	48
5.2	Grundlagen lokaler Dreiecksinterpolanten	50
5.3	Festlegung geometrischer Nebenbedingungen	52
5.4	Bézier-Dreiecksinterpolanten	53
5.5	Transfinite Interpolanten	55
5.5.1	Bilineare Interpolation im Viereckgitter als Spezialfall der transfiniten Interpolation	55
5.5.2	Transfinite Dreiecksinterpolation	56
5.6	Interpolation der Grauwerte auf der Oberfläche	61
III	Oberflächenrekonstruktion durch Bildzuordnung im Objektraum	67
6	Der Übergang zwischen Bild- und Objektraum	67
6.1	Radiometrische Bildentstehung und Korrespondenzbedingung	67
6.2	Das perspektive Kameramodell und die geometrische Abbildung des Objektraumes	69
6.2.1	Geometrie und Numerik des Strahlenschnitts	71
6.2.2	Verdeckungsanalyse	73
6.2.3	Konsequenzen für die Aufnahmeplanung	75
7	3D-Oberflächenrekonstruktion im Objektraum	78
7.1	Linearisierte Grundbeziehung der Bildinversion	78
7.2	Regularisierung und Facettierung	85
7.2.1	Glättungsgleichungen für die Oberflächengeometrie	86
7.2.2	Wahl der Facettierungsparameter für Oberflächengrauwerte und -geometrie	89
7.2.3	Adaptive Facettierung der Oberflächengeometrie	91
7.2.4	Wahl des Stetigkeitsgrades von Oberflächengrauwerten und -geometrie	94
7.3	Lösung der Normalgleichungen	95
7.3.1	Genauigkeitsmaße für die Oberflächengeometrie	99

8	Anwendung der 3D-Oberflächenrekonstruktion mit großmaßstäbigen Luftbildern	101
8.1	Rekonstruktionsergebnisse von Gebieten ohne expliziten 3D-Modellierungsbedarf	101
8.2	Oberflächenrekonstruktion innerhalb der Ortslage eines Dorfes	106
9	Wertung und Ausblick	116
	Literatur	118
IV	Anhang	125
A	Zur Differentiation der G^1-stetigen transfiniten Dreiecksinterpolanten	125
A.1	Partielle Ableitungen des geometrischen Interpolanten	126
A.2	Partielle Ableitungen der Oberflächengrauwerte	128
A.3	Approximation der Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte für G^1 -stetige Geometrie- und G^0 -stetige Grauwertmodellierung	129
B	Zu geometrischen Approximationen bei der Formulierung der linearisierten Grundgleichung der Bildinversion	130

Abbildungsverzeichnis

2-1	Bild- und objektraumorientierte Zuordnung	12
2-2	Digitale Bildzuordnung im Objektraum	14
2-3	Aufnahmekonfiguration <i>Walddorfhäslach</i>	17
2-4	Ergebnisse der Oberflächenrekonstruktion: Beispiel <i>Wiese (Walddorfhäslach)</i>	18
2-5	Ergebnisse der Oberflächenrekonstruktion: Beispiel <i>Schnellstraße (Walddorfhäslach)</i>	19
2-6	Ergebnis der unitemporalen Oberflächenrekonstruktion für die Szenen <i>Mast</i> und <i>Baum</i>	21
2-7	Multitemporale Rekonstruktion: Beispiel <i>Mast (Walddorfhäslach)</i>	22
2-8	Multitemporale Rekonstruktion: Beispiel <i>Baum (Walddorfhäslach)</i>	23
2-9	Multitemporale Rekonstruktion: Beispiel <i>Marguerite Bay (Antarktische Halbinsel)</i>	25
3-1	Photogrammetrische Gebäuderekonstruktion <i>Johannesviertel Darmstadt</i>	27
3-2	Qualitätsstufen der Oberflächenrepräsentation	30
3-3	Konzeptioneller Aufbau der dreidimensionalen Oberflächenmodellierung	31
4-1	Festlegung topologischer Beziehungen zwischen Oberflächenstützpunkten im \mathbb{R}^3	32
4-2	n -Simplices der Dimensionen Null bis Drei	34
4-3	Beispiele zu Triangulationsvorschriften für den \mathbb{R}^2	35
4-4	Voronoi-Parkettierung im \mathbb{R}^2	35
4-5	Umkreiskriterium als geometrische Grundlage der Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^2	36
4-6	Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^2 unter Einbeziehung von Zwangsbedingungen	37
4-7	3D-Oberflächenvermaschung mittels dreidimensionaler Delaunay-Triangulation	40
4-8	Beispiel für die Skulpturbildung im \mathbb{R}^2 , gesteuert über ein Sichtbarkeitskriterium	42
4-9	Bildung einer 3D-Oberflächenvermaschung über die finite Achterbaum-Technik	44
4-10	Unterteilungsstrategien für hierarchische Triangulationen	45
4-11	Übergang auf eine neue topologische Qualität während des Rekonstruktionsverlaufs	47
5-1	Ergänzung der topologischen Stützpunktverknüpfung mit einem geeigneten Interpolanten	48
5-2	Träger für B-Splines	49
5-3	Primäre und sekundäre Knoten für die Interpolation auf einem Dreieckselement	49
5-4	Geometrische Interpretation der baryzentrischen Koordinaten	50
5-5	Beispiele für die Abbildung des Parameterraumes \mathcal{T} in den \mathbb{R}^3	51
5-6	Beispiele für dreidimensionale, geometrische Oberflächenbeschreibungen	53
5-7	Bézier-Splinekurven und das Berechnungsschema nach <i>de Casteljau</i>	54
5-8	G^1 -stetige Bézier-Dreiecksinterpolation im \mathbb{R}^3	55
5-9	Einführung in die transfinite Interpolation	56
5-10	G^1 -stetige transfinite Dreiecksinterpolation im \mathbb{R}^3	57
5-11	Hermite-Polynome dritten Grades	58
5-12	Kurve eines transfiniten Teilinterpolanten im \mathbb{R}^3 und im Parameterraum	59
5-13	Modellierung der Oberflächengrauwerte über Subparameterdreiecke	62
5-14	Geometrische Situation zur Festlegung der Richtungsableitungen der Grauwertfunktion	64
5-15	Geometrie- und Grauwertmodellierung mit unterschiedlichem Stetigkeitsgrad	65
6-1	Sinc-Funktion und die Basisfunktionen zur G^0 - und G^1 -stetigen Interpolation	68
6-2	Der geometrische Zusammenhang zwischen Bild- und Objektraum	70
6-3	Approximation des G^1 -stetigen Dreiecksinterpolanten durch lineare Subelemente	72
6-4	Visibilitätsprüfung im \mathbb{R}^3	74
6-5	Bildmaßstabszahl $m_v(r)$ einer vertikalen Strecke im Objektraum	76
6-6	Sichtbarkeit vertikaler Flächen im Objektraum bei unterschiedlicher Überdeckung	77
7-1	Oberflächenrekonstruktion auf der Basis des neu eingeführten 3D-Modells	78
7-2	Bildinversion: Rückprojektion der Bildgrauwerte auf die Objektfläche Φ°	79
7-3	Einbindung transfiniter Interpolanten in die photogrammetrische Rekonstruktion	81
7-4	Sonderfall Selbstdurchdringung	82
7-5	Zur Ebenheitsbedingung für ein geometrisches Quadratrasterelement	88
7-6	Regularisierung für Dreiecksfacetten im \mathbb{R}^3	89
7-7	Dreiecksformen der Delaunay-Triangulation in Abhängigkeit von lokalen Änderungen der Stützpunktdichte	92
7-8	Adaptive Facettierung für die Oberflächengeometrie	93
7-9	Wachsende Unabhängigkeit des lokalen Oberflächenverlaufs von der jeweiligen Triangulation bei G^1 - gegenüber G^0 -stetiger Interpolation	95

8-1	Vergleich von $2\frac{1}{2}$ D- und 3D-Rekonstruktionsergebnissen mit Perspektivansichten des Beispiels <i>Schnellstraße</i>	102
8-2	Vergleich von $2\frac{1}{2}$ D- und 3D-Rekonstruktionsergebnissen: Höhendifferenzen	104
8-3	Vergleich von $2\frac{1}{2}$ D- und 3D-Rekonstruktionsergebnissen: Höhenlinien	105
8-4	Standardabweichungen der Geometrieunbekannten	106
8-5	Drei Testgebiete innerhalb der Ortslage <i>Walddorfhäslach-Gniebel</i>	107
8-6	Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (4. Pyramidenstufe), Bsp. <i>Gebäude 1</i>	108
8-7	Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (1. Pyramidenstufe), Bsp. <i>Gebäude 1</i>	109
8-8	Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (1. Pyramidenstufe), Bsp. <i>Gebäude 2</i>	110
8-9	Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (1. Pyramidenstufe), Bsp. <i>Gebäude 3</i>	110
8-10	Legende der Oberflächenneigungsbilder in den Abb. 8-11 bis 8-13	111
8-11	Rekonstruktion mit der $2\frac{1}{2}$ D- und der 3D-Flächenmodellierung, Beispiel <i>Gebäude 1</i>	112
8-12	Rekonstruktion mit der $2\frac{1}{2}$ D- und der 3D-Flächenmodellierung, Beispiel <i>Gebäude 2</i>	113
8-13	Rekonstruktion mit der $2\frac{1}{2}$ D- und der 3D-Flächenmodellierung, Beispiel <i>Gebäude 3</i>	114
B-1	Darstellung von Flächennormalen $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$ und Pseudonormalen $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$	131
B-2	Vertikale Approximationsfehler W bei weitgehend konstanter Oberflächenkrümmung	131
B-3	Vertikale Approximationsfehler W bei stark variierender Oberflächenkrümmung	132
B-4	Approximationsfehler je nach Einsatz von Normalen- oder Pseudonormalenvektoren für den Fall weitgehend konstanter Oberflächenkrümmung	134
B-5	Approximationsfehler je nach Einsatz von Normalen- oder Pseudonormalenvektoren für den Fall variierender Oberflächenkrümmung	135
B-6	Approximationsfehler je nach Einsatz von Normalen- oder Pseudonormalenvektoren für den Fall stark variierender Oberflächenkrümmung	135

Tabellenverzeichnis

2-1	Formulierung des Facetten-Stereosehens als vermittelnde Ausgleichung	15
3-1	Wirkungsweise der binären Kontrollfunktionen $\rho(X, Y)$ und $\tau(X, Y)$ nach [Terzopoulos 1988]	29
4-1	Zusammenstellung der Definitionskriterien von Triangulationen im \mathbb{R}^3	38
7-1	Vereinfachtes Ablaufdiagramm der 3D-Oberflächenrekonstruktion im Objektraum	84
7-2	Berechnungsschemata für die Methode der konjugierten Gradienten	97
7-3	Exemplarische Iterationszahlen und Rechenzeiten zur Normalgleichungslösung	98
8-1	Bildpixelgrößen und Facettierungsparameter (<i>Walddorfhäslach</i>)	103
8-2	Signifikanztest der Höhenunterschiede ΔZ_i , Beispiel <i>Schnellstraße</i>	104
B-1	Legende zu den Abb. B-4(a) bis B-6(a)	134
B-2	Legende zu den Abb. B-4(b) bis B-6(b)	134

Konventionen für Formelzeichen

- ∞ Skalare werden mit kursiv geneigter Normalschrift geschrieben, z.B. m , M .
- ∞ Vektoren werden mit kursiv geneigter Fettschrift notiert, z.B. \mathbf{m} , \mathbf{M} .
- ∞ Für Matrizen findet eine vertikale Fettschrift Verwendung, z.B. \mathbf{m} , \mathbf{M} .

Teil I

Einführung

1 Übersicht

Der Ansatz der Oberflächenrekonstruktion durch Mehrbildzuordnung im Objektraum (= *Facetten-Stereosehen*) wird in dieser Arbeit hinsichtlich einer verallgemeinerten Flächenrepräsentation für den \mathbb{R}^3 erweitert. Diese Thematik ist bei den eng verwandten Fachdisziplinen *Digitale Photogrammetrie* und *Computer Vision* angesiedelt.

Dabei bildet die flächenhafte Rekonstruktion bebauter Gebiete den praxisorientierten Hintergrund dieser neuen Entwicklung. Diese Aufgabenstellung besitzt im Hinblick auf die automatisierte Datenakquisition für dreidimensionale Geoinformationssysteme einen hohen Grad an Aktualität. Die Möglichkeiten des neuen Ansatzes werden anhand von Rekonstruktionsergebnissen aus großmaßstäbigen Luftbildern exemplarisch verifiziert.

Das Ziel ist die Optimierung der Oberflächenrekonstruktion für komplexe geometrische Flächenverhältnisse. Durch die Einbeziehung von Finite-Element-Methoden für den \mathbb{R}^3 bestehen starke inhaltliche Verknüpfungen zur dreidimensionalen Computergraphik und zur geometrischen Datenverarbeitung (*computer aided geometric design*). Diese schließen sowohl Techniken zur Topologiebildung im \mathbb{R}^3 als auch Ansätze zur Interpolation von unregelmäßig verteilten Stützpunkten unter dem Gesichtspunkt ausgewählter Stetigkeitseigenschaften ein.

Dabei sieht die spezielle Konzeption der Oberflächenmodellierung im \mathbb{R}^3 und auch die gewählte Formulierung des Lösungsansatzes selbst keine direkte Einbeziehung semantischen Vorwissens vor, z.B. hinsichtlich möglicher Gebäudegrundtypen oder -formen. In diesem Sinne beschränken sich die hier neu vorgelegten Verfahren und Algorithmen nicht auf Anwendungen hinsichtlich der Gebäuderekonstruktion. Vielmehr stellen sie die Verwirklichung eines neuartigen photogrammetrischen Konzepts dar, welches grundsätzlich für alle photogrammetrischen Aufgabenstellungen mit dreidimensionalem Flächenmodellierungsbedarf, wie man sie beispielsweise häufig in der Nahbereichsphotogrammetrie antrifft, eine effiziente und erfolgreiche Lösung verspricht.

1.1 Historische Fokussierung des Themas

Die Suche nach Erkenntnis über das Wesen der visuellen Wahrnehmung ist wohl so alt wie die Menschheitsgeschichte selbst. Während das menschliche Sehvermögen in den alten Mythen rein als seelisch-geistige Erfahrung begriffen wird, verliert es im Verlauf der abendländischen Kulturgeschichte an emotionaler Bedeutung. Unsere Auffassung von der menschlichen Seherfahrung gewinnt an Klarheit und teilt sich schließlich auf in Optik, Physiologie und Psychologie, vgl. [Zajonc 1994].

Mit seinem Werk „*Οπτικά*“ dokumentiert der alexandrinische Mathematiker *Euklid* bereits um 300 v. Chr. ein tiefgehendes geometrisches Verständnis des menschlichen Sehens im Zeitalter des Hellenismus. Das Auge wird von ihm bereits als ein Punkt betrachtet, von welchem aus geradlinige Strahlen, die zusammen ein Bündel in Kegelform bilden, ausgehen, [Wissowa 1907]. Trotzdem dauert es noch viele Jahrhunderte, bis in der Frühzeit der Renaissance unter dem Pinselstrich des italienischen Baumeisters und Bildhauers *F. Brunelleschi* das wohl erste, bewußt in Zentralperspektive konstruierte Bild entsteht, vgl. [White 1958]. In diesem Moment wird die Geometrie des Sehens auf anschaulichste Weise begreifbar. Seither hat die zentralperspektive Darstellung in der bildenden Kunst die Sehgewohnheiten unseres Kulturkreises entscheidend geprägt. Die Suche nach photographischen Techniken in der Folgezeit erscheint als logische Konsequenz und wird Anfang des 19. Jahrhunderts durch die Experimente von *J.N. Niepce*, *L.J.M. Daguerre* und *W.H.F. Talbot* mit Erfolg gekrönt.

Mit der Verfügbarkeit der praxistauglichen Photographie ab ca. 1839 werden schon bald Versuche unternommen, die bekannte zentralperspektive Aufnahmegeometrie zu nutzen, um aus photographischen Aufnahmen Rückschlüsse auf die Geometrie des Objektraumes zu ziehen – die Photogrammetrie wird geboren (*A. Laussedat* ab 1851, *A. Meydenbauer* 1858, erste photogrammetrische Luftaufnahmen durch *G.F. Tournachon*). Während man bis weit über die erste Hälfte des 20. Jahrhunderts hinaus auf eine mechanische Umsetzung der Gleichungen für eine stereoskopische Punktbestimmung angewiesen ist, so rückt mit der raschen Entwicklung der digitalen Computertechnik die analytische Vorgehensweise in den Bereich der Praxisreife, vgl. [Schmid 1958], welcher *C.F. Gauß*, *F.R. Helmert*, *S. Finsterwalder* und *O. v. Gruber* als Wegbereiter der analytischen Photogrammetrie benennt. Die allgemeine analytische Lösung der Mehrbildtriangulation, z.B. über den Weg der Bündelblockausgleichung, ermöglicht die Wiederherstellung der Strahlenbündel von prinzipiell beliebig vielen Bildern, wobei das rechnerische Modell – im Gegensatz zu den analogen Vorgehensweisen – keine modellbedingten Einschränkungen an die Aufnahmeconfiguration beinhaltet. Die analytische Photogrammetrie erlaubt also eine flexible und vollständig objektangepaßte Aufnahmeplanung, die möglichen Positionen von Aufnahmeorten und Objektpunkten sind allgemein für den dreidimensionalen Raum definiert.

Im Hinblick auf Möglichkeiten zur schnellen, globalen Informationsübermittlung wurde bereits um 1920 die Digitalisierung und telegraphische Übertragung von Bilddaten betrieben, vgl. [Gonzales und Wintz 1977]. Beginnend mit der Entwicklung von CCD-Sensoren Anfang der 70er Jahre, vgl. [Schlemmer 1996], sind die gerätetechnischen Voraussetzungen gegeben, um auch die digitale Bildzuordnung mittels numerischer Algorithmen in den Stand der Praxisreife zu versetzen. Mit dem Ansatz des *Facetten-Stereosehens* greift [Wrobel 1987a] die Grundgleichungen der analytischen Photogrammetrie auf und formuliert das für digitale Bilder gültige Analogon: die Inversion digitaler Bilder oder die Bildzuordnung im Objektraum. Mit dieser Vorgehensweise gewinnt er, im Unterschied zu zahlreichen bildraumorientierten Ansätzen, die Vorteile der allgemeinen analytischen Formulierung auch für die Zuordnungsaufgabe. Auf einfache Weise ist so die Integration einer beliebigen Anzahl von Bildern, die Kombination unterschiedlicher Sensoren und auch Sensorgeometrien (nicht nur Perspektivbilder) in eine simultane Parameterschätzung, z.B. nach der Methode der kleinsten Quadrate, möglich. Lediglich durch die Wahl der Definitionen für Oberflächengrauwerte und -geometrie in der Form $G(X,Y)$ und $Z(X,Y)$ wird der Lösungsraum im Objektraum – im Gegensatz zur analytischen Photogrammetrie – von einer allgemeinen Fläche im dreidimensionalen Raum auf ein zweieinhalbdimensionales Oberflächenmodell eingeschränkt. Während diese Einschränkung für die Auswertung eines Stereobildpaares in der Regel zweckmäßig ist, kann die simultane Mehrbildzuordnung in vielen Fällen von einer vollständig dreidimensionalen Oberflächenmodellierung im Objektraum profitieren. Dies trifft insbesondere für die Auswertung großmaßstäbiger Luftbilder in städtischen Gebieten zu, gilt aber auch für Rekonstruktionsaufgaben im Hochgebirge mit mittleren Bildmaßstäben sowie für zahlreiche Anwendungen in der Nahbereichsphotogrammetrie.

Damit ist das Ziel dieser Arbeit umrissen: Aufbauend auf den umfangreichen Erfahrungen zur simultanen Mehrbildzuordnung im Objektraum wird eine geeignete dreidimensionale Oberflächenrepräsentation erarbeitet. Auf dieser Basis wird die Bildzuordnung im Objektraum neu formuliert und an praktischen Beispielen verifiziert.

1.2 Gliederung der Arbeit

Die Motivation zum Übergang von $2\frac{1}{2}$ D- auf 3D-Oberflächenmodelle für die automatische, photogrammetrische Oberflächenrekonstruktion im Objektraum baut auf den vielversprechenden Ergebnissen der digitalen Mehrbildzuordnung auf. Daher führt Kapitel 2 zunächst in den aktuellen Stand der simultanen Mehrbildzuordnung im Objektraum ein. Dabei werden weitgehend Ergebnisse und Erfahrungen aufgegriffen, welche im Rahmen der Entwicklung des *Facetten-Stereosehens* am *Institut für Photogrammetrie und Kartographie, TU Darmstadt* gewonnen wurden. Neben einer knappen Darlegung der bekannten Möglichkeiten zur simultanen Integration multisensoraler und multispektraler Bilddaten werden Vorteile der Mehrbild- gegenüber der reinen Zweibildauswertung diskutiert und veranschaulicht. Ergänzend werden neue Ergebnisse zum Einsatz multitemporaler Daten vorgestellt.

Kap. 3.1 nimmt mit der Gebäuderekonstruktion aus großmaßstäbigen Luftbildern die grundlegende, praktische Aufgabenstellung dieser Arbeit in Augenschein. Aus den praktischen Anforderungen der hochaufgelösten Rekonstruktion städtischer Gebiete und auf der Basis des grundsätzlichen Potentials der simultanen Mehrbildzuordnung im Objektraum können in Kap. 3.2 die Anforderungen an eine allgemeine 3D-Oberflächenmodellierung formuliert werden. Dabei wird eine Beschränkung der Methode auf die Gebäuderekonstruktion, z.B. durch die Einbeziehung spezieller Gebäudemodelle, bewußt vermieden. Somit ist die neue Methode prinzipiell für das gesamte Spektrum flächenhafter, photogrammetrischer Rekonstruktionsaufgaben einsetzbar. Damit ist der einführende Teil I abgeschlossen.

Teil II konzentriert die geometrische Modellbildung im \mathbb{R}^3 auf die beiden Schritte der expliziten Topologiebildung einerseits und der ergänzenden Definition adäquater Interpolanten andererseits. Als topologisches Grundgerüst wird in Kap. 4 die Oberflächenvermaschung unregelmäßig verteilter Stützpunkte im \mathbb{R}^3 über Dreiecke gewählt. Mögliche Wege zur Bildung einer solchen dreidimensionalen Oberflächenvermaschung über zwei- oder dreidimensionale Triangulationsansätze werden in Kap. 4.1 eingeführt und in Kap. 4.2 vorgestellt und diskutiert. Nachdem auf spezielle Anforderungen der hierarchisch strukturierten, photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum eingegangen wird, folgt in Kap. 4.5 eine Neubewertung des 3D-Rekonstruktionsverfahrens als Werkzeug zur automatischen, flächenbezogenen Topologiegenerierung im \mathbb{R}^3 . Das vollständige Oberflächenmodell wird durch die Ergänzung der topologischen Struktur im \mathbb{R}^3 mit geeigneten Interpolanten gewonnen, vgl. Kap. 5. Wie bei der Topologiebildung können auch hier die gängigen $2\frac{1}{2}$ D-Konzepte nicht direkt eingesetzt werden. Das Konzept der transfiniten Interpolation erweist sich gegenüber Bézier-Dreiecksinterpolanten als überlegen. Stetigkeit ersten und zweiten Grades kann erlangt werden, die Anforderungen der photogrammetrischen Rekonstruktion werden insgesamt gut erfüllt. Auch für die Modellierung der Oberflächengrauwerte wird die transfinite Interpolation gewählt, vgl. Kap. 5.6.

In Kap. 6 wird die Formulierung der neuen Grundgleichung zur Bildinversion vorbereitet. Dies schließt die Behandlung der Korrespondenzbedingung zwischen Grauwerten in Bild- und Objektraum ein. Für die Wiederherstellung der geometrischen Abbildungsverhältnisse wird neben ausgewählten numerischen Aspekten auch die

Integration einer Sichtbarkeitsprüfung behandelt, wobei bild- und objektraumorientierte Konzepte kombiniert werden können, vgl. 6.2.2. Die resultierenden Kriterien für die Aufnahmeplanung werden exemplarisch für die Gebäuderekonstruktion aus Luftbildern erläutert. Die eigentliche Herleitung der Grundbeziehung zur Bildinversion wird in Kap. 7.1 vorgenommen. Der Grauwert eines Bildpixelelements wird als direkte Beobachtung für die Parameterschätzung im *Gauß-Markoff-Modell* nach der Methode der kleinsten Quadrate herangezogen. Die geometrische Änderung der Fläche erfolgt in Richtung der lokalen Flächennormalenvektoren in den Stützpunkten. In Kap. 7.2 wird auf ausgewählte Fragen zur algorithmischen Umsetzung des neuen Rekonstruktionsverfahrens eingegangen, ein Erfahrungsbericht zum Einsatz iterativer Techniken der Normalgleichungslösung rundet dieses Kapitel ab.

Die experimentelle Verifikation der neuen Rekonstruktionsmethode wird in zwei Schritten durchgeführt: Für Oberflächenbereiche, welche grundsätzlich bereits auf der Basis einer $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung adäquat beschrieben werden können, sollte auch bei Verwendung einer 3D-Modellierung ein vergleichbares Ergebnis resultieren. Dieser Nachweis wird exemplarisch in Kap. 8.1 erbracht. Weiterhin wird für die innerörtliche Rekonstruktion aus Luftbildern eine signifikante Verbesserung des Rekonstruktionsergebnisses erwartet, entsprechende Untersuchungen werden in Kap. 8.2 dokumentiert. Abschließend wird die neue Methode in Kap. 9 einer zusammenfassenden Wertung unterzogen.

2 Zum Potential der simultanen Mehrbildzuordnung im Objektraum

Die dreidimensionale Punktbestimmung mittels photogrammetrischer Techniken basiert auf der Nutzung des Stereomeßprinzips. Nach der Bildkoordinatenmessung korrespondierender Bildpunkte in einem Stereomodell, beispielsweise durch einen Operateur an einer digitalen photogrammetrischen Arbeitsstation, erhält man bei vorab bestimmter innerer und äußerer Orientierung der Bilder dreidimensionale Koordinaten der zugeordneten Oberflächenpunkte im Objektraum. Die ergänzende Vorgabe einer Interpolationsvorschrift für die diskreten Stützpunkte im Objektraum bietet den Weg zu einer flächenhaften Repräsentation.

Wege zu einer Automation dieses Verfahrens waren und sind Forschungsschwerpunkte der Digitalen Photogrammetrie und des Computer-Stereosehens (*computer vision*) unter dem globalen Stichwort der Bildzuordnung (*image matching*). Ein Unterscheidungskriterium vorhandener Lösungsansätze besteht in der Trennung zwischen bildraum- und objektraumorientierten Verfahren. Abb. 2-1 gibt diese Unterscheidung schematisiert wieder.

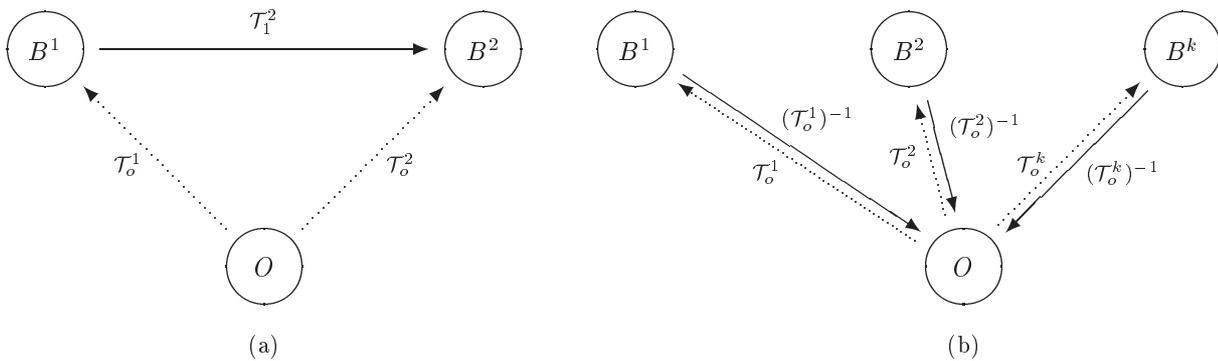


Abbildung 2-1: Bild- und objektraumorientierte Zuordnung nach [Lang und Förstner 1995]. Die Bilder B^i mit $i = 1, 2, \dots, k$ des Objektraumes O entstehen über die Transformationen \mathcal{T}_o^i . (a): Rekonstruktion des Objektraumes O über die Bestimmung der Transformation \mathcal{T}_1^2 im Bildraum. (b): Rekonstruktion über die Inversion der Transformationen \mathcal{T}_o^i im Objektraum.

Die Entstehungsgeschichte der bildraumorientierten Verfahren hat ihre Wurzeln im Versuch der direkten Nachempfindung des menschlichen Sehens, [Marr 1982]. Folgerichtig wird zunächst die Herstellung von Korrespondenzen zwischen zwei Bildern angestrebt, [Kreiling 1976]. Diese Entwicklung spiegelt sich noch in heutigen kommerziellen Softwareprodukten wider, vgl. z.B. [Krzystek 1995]. Im Bildraum unterscheidet man in der Regel weiterhin zwischen flächenhaften, merkmalsbasierten und relationalen Zuordnungstechniken, vgl. [Lemmens 1988], [Haralick und Shapiro 1993]. Sowohl die Zuordnung im Bildraum als auch die Zuordnung vom Bildraum zu einem Objektraummodell ist von der Existenz ausreichender Grauwertgradienten in den Bildern abhängig. Damit ist eine prinzipielle Gemeinsamkeit aller angesprochenen Verfahren benannt. Eine ausführliche Klassifizierung von Bildzuordnungsverfahren mit Schwerpunkt auf bildraumorientierten Ansätzen findet man bei [Gülch 1994]. [Maas 1997] konzentriert den Blick auf Methoden zur Mehrbildzuordnung. Auf eine eingehendere Darstellung der bildraumorientierten Verfahren wird hier bewußt verzichtet, da in dieser Arbeit generell auf den sehr allgemeinen Ansatz der Korrespondenzbildung im Objektraum zurückgegriffen wird. Dieser Ansatz wird von [Gülch 1994] über seine Eigenschaft der globalen Konsistenzfindung charakterisiert, was bereits auf die äußerst flexiblen Möglichkeiten der Integration unterschiedlichster bildhafter Informationsquellen hinweist.

Im folgenden werden zunächst die Grundlagen der Oberflächenrekonstruktion im Objektraum dargestellt. Diese Einführung verfolgt den Zweck, das enorme Potential der objektraumbasierten Arbeitsweise vorzustellen und exemplarisch zu belegen. Dabei werden die Vorteile der simultanen Mehrbildauswertung gegenüber der automatischen digitalen (modellweisen) Zweibildauswertung herausgearbeitet. Die Möglichkeiten zur Integration multisensoraler, -spektraler und -temporaler Bilddaten sind durch die Modellierung im Objektraum implizit gegeben und machen die Stärke des Konzeptes der Mehrbildzuordnung aus. Mit der multitemporalen Vorgehensweise wird auf eine zwar naheliegende, in der praktischen Anwendung aber grundsätzlich neue Möglichkeit verwiesen. Für die Beispiele wird weitgehend auf großmaßstäbiges Luftbildmaterial zurückgegriffen.

Die relativ breite Darstellung ausgewählter Aspekte der simultanen Mehrbildauswertung im Objektraum findet ihre Ursache darin, daß der Übergang auf mehr als zwei Bilder bei der digitalen photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion das entscheidende Standbein dieser Arbeit ist. Allein die Möglichkeit der flexiblen Handhabung von deutlich mehr als zwei Bildern eröffnet neuen Spielraum für das bei der Rekonstruktion verwendete geometrische Modell der Objektoberfläche. Dabei bietet die objektraumorientierte Vorgehensweise der Bildzuordnung ein Höchstmaß an Freiheit, was die prinzipiellen Möglichkeiten zur Integration unterschiedlichster Flächenrepräsentationen betrifft.

Insgesamt gesehen stellt Kap. 2 die fundamentalen Grundlagen bereit, um in Kap. 3 die bisher üblichen $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodelle einer Kritik zu unterziehen, sie für ausgewählte Anwendungen zu verwerfen und an ihrer Stelle den Übergang auf eine echte 3D-Modellierung vorzunehmen.

2.1 Grundlagen der Bildzuordnung im Objektraum und Vorzüge der Mehrbildzuordnung

Basierend auf den grundlegenden Arbeiten von [Wrobel 1987a], [Ebner et al. 1987] und [Helava 1988] hat sich die Bildzuordnung im Objektraum als allgemeine Formulierung für die Aufgabenstellung der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion etabliert. Diese Methode ist dadurch charakterisiert, daß die zugrundeliegenden Bilddaten direkt mit den Geometrie- und Grauwertparametern eines Oberflächenmodells im Objektraum in Beziehung gebracht werden. Die Parameterschätzung selbst erfolgt in linearisierter Form entsprechend den Methoden der Ausgleichsrechnung nach kleinsten Quadraten, vgl. [Koch 1987].

Wie in Abb. 2-2 dargestellt, wird für die Oberflächenrepräsentation üblicherweise auf ein regelmäßiges, quadratisches Stützpunktraster* zurückgegriffen, wobei zwischen den Stützpunkten eine lokal gültige Interpolationsvorschrift angesetzt wird. Für die Wahl dieser Interpolationsvorschrift gibt es eine Reihe von Vorschlägen, im praktischen Einsatz wird meist die Bilinearinterpolation bevorzugt, vgl. [Wrobel und Weisensee 1987], [Heipke 1991], [Schneider 1991], [Weisensee 1992], [Kempa 1995] und [Wiman 1998]. Dagegen wählt [Tsay 1996] für die geometrische Oberflächenrepräsentation die bikubische Interpolation, für die Grauwertrepräsentation *Wavelets*. Ausschlaggebende Kriterien sind zum einen prinzipielle Belange der Rechenzeit, welche zunächst für einen einfachen Interpolanten sprechen, andererseits Fragen der physikalischen Korrektheit und der Konvergenzgeschwindigkeit des iterativ ablaufenden Rekonstruktionsverfahrens, welche für einen Interpolanten mit höherem Stetigkeitsgrad sprechen. Weiterhin werden für die geometrische Oberflächenbeschreibung meist ergänzende Glattheitsbedingungen angesetzt, z.B. in Form einer krümmungsminimierenden Regularisierung. Dieser Aspekt wird hier zunächst vernachlässigt und erst bei der detaillierten Formulierung der Rekonstruktion in Kap. 7 aufgegriffen.

Tab. 2-1 gibt wieder, welche Beobachtungen und Parameter in den beiden fundamentalen Verbesserungsgleichungen des Facetten-Stereosehens eingeführt und wie sie zueinander in Beziehung gesetzt werden. (Für die explizite Wiedergabe des Formelapparates wird auf die ausführliche, verallgemeinerte Darstellung in Kap. 7 verwiesen.) Neben den angesprochenen Parametern im Objektraum wird meist ergänzend eine lineare radiometrische Transferfunktion angesetzt, mit welcher Helligkeits- und Kontrastunterschiede der Bilder untereinander ausgeglichen werden können. Die grundsätzliche Möglichkeit, die Reflexionscharakteristika im Objektraum als unbekannte Parameter anzusetzen, vgl. [Weisensee 1992], wird in Tab. 2-1 ausgeklammert, da sie bisher für praktische Anwendungen nicht von großer Bedeutung zu sein scheint, vgl. [Tsay 1996].

Durch die Linearisierung im Zuge der Ausgleichsrechnung werden zur Bildung der Designmatrix Startwerte für sämtliche unbekannt Parameter benötigt. Kritisch sind dabei insbesondere die Geometrieparameter, da ihre Koeffizienten die ersten Ableitungen der Oberflächengrauwerte nach dem Ort beinhalten, vgl. (7.1-15) auf S. 83. Je nach lokaler Grauwerttextur, Facettierung sowie Anzahl und Aufnahmeconfiguration der Bilder erhält man einen relativ kleinen Konvergenzradius, dessen Größenordnung der Ausdehnung weniger Pixelelemente im Bildraum entsprechen kann. In dieser Arbeit wird daher für die Rekonstruktion eine Bildpyramide eingesetzt, was im Objektraum den Ansatz eines sukzessive verfeinerten Mehrgitters (*multigrid*) erlaubt, vgl. [Kaiser et al. 1992b]. Die erforderliche Startwertqualität reduziert sich damit bei Verwendung von n Pyramidenstufen um den Faktor $2^{(n-1)}$. Für die Rekonstruktion ausgedehnter Gebiete im Objektraum empfiehlt sich folgende Auswertestrategie: Ausgehend von den nur noch sehr gering aufgelösten Bilddaten der obersten Bildpyramidenstufe wird zunächst eine entsprechend weitmaschige Gitterauflösung für die Objektfläche gewählt. Das im Objektraum zu definierende Auswerteggebiet wird stets komplett für eine Bildpyramidenstufe abgearbeitet. Da die Korrelationen zwischen den unbekannt Oberflächenparametern im Objektraum in Abhängigkeit vom Grad der Nachbarschaft der Stützpunkte relativ schnell abklingen, ist eine Zerlegung des Auswerteggebietes in sich überlappende Berechnungsfenster erlaubt. So kann die vermittelnde Ausgleichung für jedes einzelne Berechnungsfenster gesondert vorgenommen werden. Die resultierenden Geometriedaten stellen die Startwerte für die nächst feiner aufgelöste Bildpyramidenstufe dar. Sie werden in Analogie zur Auflösungssteigerung der Bildpyramide auf eine verfeinerte Rasterweite prolongiert. Dabei können die Festlegung der Facettierung im Objektraum und auch die Größe und der Überlappungsbereich der Berechnungsfenster in ihrem Verhältnis zur jeweils verwendeten Pixelgröße meist über die gesamte Bildpyramide beibehalten werden. Diese Strategie ist sehr universell einsetzbar und hat sich u.a. im photogrammetrischen Nahbereich bewährt, [Kempa und Schlüter 1993].

*Für die einzelnen Oberflächenelemente im Objektraum wird in dieser Arbeit oft der Begriff *Facette* verwendet. Dieser Sprachgebrauch geht auf die Prägung des Begriffs des *Facetten-Stereosehens (FAST-Vision)* für die Bildzuordnung im Objektraum durch [Wrobel 1987b] zurück.

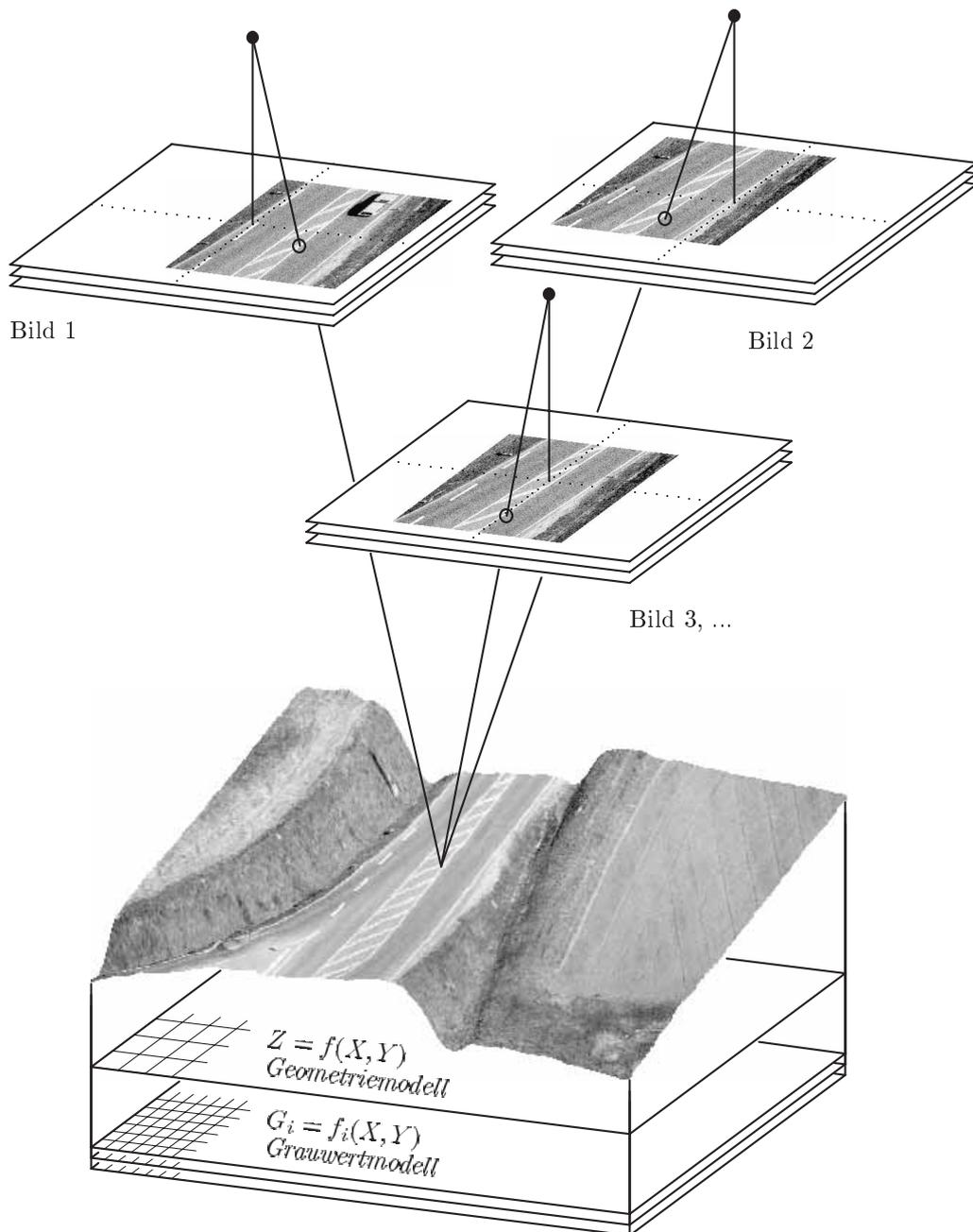


Abbildung 2-2: Digitale Bildzuordnung im Objektraum. Für einen Punkt im Objektraum sind die jeweiligen Abbildungsstrahlen in die Bilder skizziert. Exemplarisch werden pro Bild drei Farbkanäle dargestellt, dementsprechend beträgt die Vektorwertigkeit der im Objektraum angesetzten Grauwertmodellierung ebenfalls $i = 3$. Ferner wird die typischerweise geringere Stützpunktdichte der Oberflächengeometrie gegenüber den Oberflächengrauwerten angedeutet.

Eine wesentliche Stärke des objektraumorientierten Rekonstruktionsansatzes ist die grundlegende Eigenschaft, daß eine beliebige Anzahl von Bildern simultan zur Oberflächenbestimmung herangezogen werden kann. Diese Eigenschaft läßt sich aus dem Aufbau der Verbesserungsgleichung eines Bildgrauwertes ablesen (vgl. Gleichung (7.1-15) auf S. 83 für die verallgemeinerte 3D-Flächenmodellierung oder die grundlegende und übersichtliche Formulierung in [Weisensee 1992], ferner Tab. 2-1): Pro Verbesserungsgleichung wird immer nur ein Bildpixel mit den je nach Interpolationsvorschrift direkt beteiligten unbekanntem Geometrie- und Grauwertparametern im Objektraum verknüpft. Daher fließen auch weitere bildbezogene Informationen, wie die innere und äußere Orientierung des jeweiligen Bildes, welche für ein Bildpixel den Verlauf des Abbildungsstrahls im Objektraum und damit auch den Strahlenschnitt mit der Startfläche im Objektraum bestimmen, immer pixelweise in die jeweiligen Koeffizienten der Designmatrix \mathbf{A}_1 ein. Auch die explizite Einbeziehung von Orientierungsparametern

Zielfunktion:	$\ \mathbf{A}_1 \mathbf{x} - \mathbf{l}_1\ ^2 + \lambda \ \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo} - \mathbf{c}\ ^2 \rightarrow \min.$
$\mathbf{v}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} - \mathbf{l}_1$	<p>Verbesserungsgleichungen der Bildgrauwerte Gewichtung über Einheitsmatrix mit $\mathbf{P}_1 = \mathbf{E}$</p> <p>Beobachtungen: Grauwerte von $m \geq 1$ Farbkanälen aus $n \geq 2$ digitalen Bildern pro Aufnahmeepoche</p> <p>unbekannte Parameter: Oberflächengeometrie im Objektraum Oberflächengrauwerte im Objektraum Grauwertanpassungskoeffizienten der Bilder</p> <p>Designmatrix (u.a. Grauwertgradienten im Objektraum)</p> <p>Residuen (im Bildraum)</p>
$\mathbf{v}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo} - \mathbf{c}$	<p>Pseudoverbesserungsgleichungen zur Regularisierung Gewichtung über Regularisierungsfaktor λ mit $\mathbf{P}_2 = \lambda \mathbf{E}$</p> <p>Pseudobeobachtungen: $\mathbf{c} = \mathbf{0}$ oder $\mathbf{c} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo}^0$</p> <p>Parameter: Oberflächengeometrie im Objektraum, $\mathbf{x}_{Geo} \subset \mathbf{x}$</p> <p>Designmatrix der Krümmungsminimierung</p> <p>Pseudoresiduen (im Objektraum)</p>

Tabelle 2-1: Formulierung des Facetten-Stereosehens als vermittelnde Ausgleichung nach kleinsten Quadraten.

in den Rekonstruktionsprozeß ist prinzipiell möglich, vgl. [Wrobel 1987a], [Ebner et al. 1993], [Kempa 1995] und [Schenk und Krupnik 1996]. Durch den bildpixelweisen Aufbau der Designmatrix bleiben alle Möglichkeiten bezüglich der simultanen Integration einer Vielzahl von Bildern und auch von Sensorgeometrien offen. Eine wesentliche Konsequenz der Mehrbildauswertung ist die Minimierung der Auswirkungen von Störeffekten in Einzelbildern. Diese Thematik wird in Abschnitt 2.2 exemplarisch vertieft.

Weiterhin ist die Einbindung mehrerer spektraler Bildkanäle ohne grundlegende Änderung der Gleichungen möglich, vgl. [Wrobel 1987a], [Wrobel und Kaiser 1996], wobei jeder Kanal in Analogie zu einem Grauwertbild behandelt wird.* Unterschiedliche Spektralkanäle im Bildraum erfordern damit natürlich den ebenso getrennten Ansatz radiometrischer Oberflächenbeschreibungen für den jeweiligen Spektralbereich im Bildraum. Abb. 2-2 auf S. 14 skizziert den Fall der Rekonstruktion mit drei Farbluftbildern, wobei jeder Farbkanal im Bildraum entsprechend auch im Objektraum anzusetzen ist. Um die Zahl der unbekannt Parameter nicht unnötig zu erhöhen und um Korrelationen zwischen den Beobachtungen möglichst gering zu halten, kann sich der Übergang auf eine geringere Kanalanzahl mittels einer Hauptkomponententransformation, siehe z.B. [Kraus 1990], empfehlen. Um die Zuordnung nicht zu gefährden, sollten dabei alle Bilder eines Auswertgebietes mit einer repräsentativen, einheitlichen Transformationsmatrix behandelt werden. Bei der Verwendung von Farbluftbildern erübrigt sich auf diese Weise in der Regel der Ansatz des eher informationsarmen blauen Farbkanals. Auf sehr ähnliche Weise kann die simultane Rekonstruktion von multitemporalen Bildern erfolgen, wobei dann pro Zeitepoche eine getrennte Grauwertbeschreibung anzusetzen ist. Auf diesen Aspekt wird in Abschnitt 2.3 eingegangen.

Durch die Parameterschätzung nach kleinsten Quadraten als Optimierungsverfahren bestehen Möglichkeiten zur Bestimmung einschlägiger Qualitätsmaße. Typisch für die Rekonstruktion im Objektraum ist die Hinzuziehung einerseits der Standardabweichungen der ausgeglichenen Geometrieparameter im Objektraum und andererseits der Residuenanalyse im Bildraum, vgl. [Schlüter 1994]. Die Möglichkeiten einer automatischen Analyse dieser wichtigen Ergebnisbestandteile und auch der sich anschließenden Rückkopplung mit dem Rekonstruktionsprozeß selbst liegen außerhalb des Rahmens dieser Arbeit. Trotzdem wird in den angegebenen Beispielen immer wieder der Rückgriff auf entsprechende Darstellungen gesucht, da sie auf hervorragende Weise eine Charakterisierung der erzielten Rekonstruktionsergebnisse leisten können. Auch auf dem Rekonstruktionsergebnis

* Aus diesem Grund wird im folgenden oft vereinfachend der Terminus *Grauwert* für die Beschreibung strahlungsphysikalischer Größen im Bild- und Objektraum verwendet. In der Praxis des Facetten-Stereosehens kann sich ein solcher *Grauwert* sowohl auf ein Schwarzweißbild, als auch auf einen Kanal eines Farb- oder Multispektralbildes beziehen, dem wiederum zusätzlich eine Zeitepoche zugeordnet sein kann (vgl. Kap. 2.3).

aufsetzende semantische Folgeprozesse können von der Nutzung dieser Qualitätskriterien profitieren. Ein mögliches Beispiel stellt die Integration der Genauigkeitsmaße der rekonstruierten Geometriebeschreibung in die Ableitung optisch ansprechend geglätteter Isolinien dar.

Die ganzheitliche Problemformulierung der digitalen Bildzuordnung im Objektraum offeriert die Möglichkeit zur eleganten Integration alternativer Objektraummodelle. Sie eignet sich daher ausgezeichnet für den in Kap. 3 vorgestellten Übergang von einer $2\frac{1}{2}$ D- auf eine 3D-Oberflächenmodellierung im Objektraum. Eine wichtige Voraussetzung für den erfolgreichen Einsatz einer solchen 3D-Oberflächenmodellierung stellt die simultane Nutzung von deutlich mehr als zwei Bildern für die Oberflächenrekonstruktion dar. Das folgende Kapitel 2.2 behandelt daher zunächst eher allgemeine Aspekte der simultanen Mehrbildzuordnung. Mit zunehmender Bildanzahl wird es immer schwieriger, einen möglichst kurzen zeitlichen Aufnahmeabstand aller beteiligten Bilder zu gewährleisten. Das diese Einführung abschließende Kapitel 2.3 widmet sich daher speziell der Integration von Bildern aus unterschiedlichen Aufnahmezeitepochen in die simultane Oberflächenrekonstruktion.

2.2 Minimierung der Auswirkungen von Störungen im Einzelbild

Die allgemeine Formulierung der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum nach Tab. 2-1 auf S. 15 beinhaltet die Möglichkeit zur simultanen Auswertung von prinzipiell beliebig vielen Bildern. Dabei liegt der wohl naheliegendste Grund für den Wunsch nach der simultanen Verwendung von mehr als zwei Bildern in der allgemeinen Stützung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Gesamtergebnisses durch die höhere Überbestimmung.

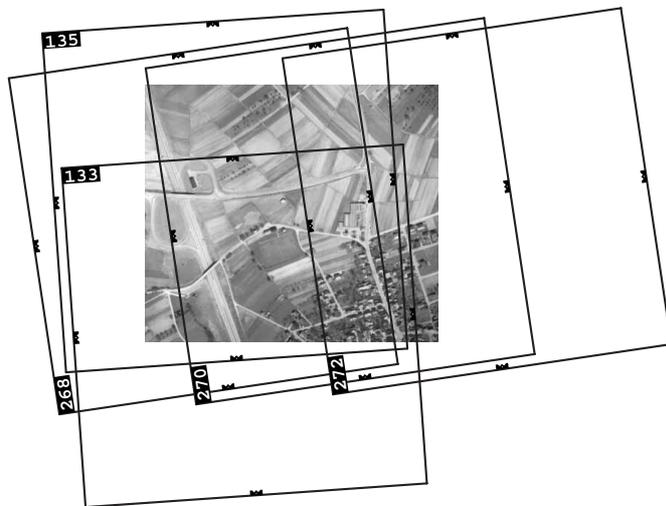
Je nach geometrischer Lage der Projektionszentren zueinander gewinnt man durch die Mehrbildzuordnung unterschiedliche Vorteile. Bei der Auswertung eines Stereobildpaars besteht die grundsätzliche Einschränkung, daß die zur Stereobasis senkrecht gerichteten Gradientenanteile der Oberflächengrauwerte auf die Zuordnung keinen Einfluß haben, vgl. z.B. [Baltasvias 1991], [Krupnik 1998]. Bei der Zuordnung im Objektraum erlaubt der Aufbau der Koeffizienten der Geometrieunbekannten in der Verbesserungsgleichung eine entsprechende Folgerung, vgl. Gleichung (7.1-15) auf S. 83 in Kap. 7. Ergänzt man also ein Stereobildpaar durch ein drittes Bild derart, daß die neuen Basen nicht parallel zur ursprünglichen Stereobasis liegen, so tragen die Gradienten der Oberflächengrauwerte in beliebiger Ausrichtung zur Genauigkeit des Rekonstruktionsergebnisses bei. Eine hohe Querüberdeckung an Stelle einer überhöhten Längsüberdeckung hat also bezüglich der geometrischen Stabilität und Genauigkeit des Rekonstruktionsverfahrens eine wesentlich stärkere Bedeutung. Diese Forderung wird für die Gebäuderekonstruktion aus großmaßstäbigen Luftbildern in Kap. 6.2.3 mit einer ergänzenden Argumentation erneut aufgegriffen.

Nach dieser Überlegung steuert die einfache Erhöhung der Längsüberdeckung innerhalb eines Flugstreifens von beispielsweise 60% auf 80% durch die Hinzunahme der entsprechenden Zwischenbilder wenig zur Erhöhung der geometrischen Genauigkeit bei. Trotzdem lohnt auch in diesem Fall die Hinzunahme der zusätzlichen Bilder, da sich bereits ein zusätzliches drittes Bild positiv auf die Vermeidung von Rekonstruktionsfehlern durch Störungen der Grauwerte im Einzelbild auswirkt. Der Grund dafür liegt auf der Hand: Ist eines von zwei Bildern lokal gestört, so kann lokal auch keine korrekte Zuordnung zustande kommen – ab drei simultan verwendeten Bildern liefern meist zumindest zwei der beteiligten Bilder die prinzipiell notwendigen Informationen für eine geometrisch korrekte Rekonstruktion.

Die Klassifizierung möglicher Störungen im Einzelbild kann nach dem Ort ihrer Entstehung vorgenommen werden. Naheliegend sind Effekte, die direkt im Bildraum angesiedelt sind. Bei der Arbeit mit zunächst analogem Bildmaterial gehören dazu einerseits Verunreinigungen im Bild, welche bei den Vorgängen der Filmherstellung, der Aufnahme, der Entwicklung und schließlich dem Scannen entstehen können. Andererseits gibt es aber auch Beispiele für künstliche, bewußt hervorgerufene Störungen, wie die Abbildung von Reseaukreuzen. Sowohl [Heipke 1991] als auch [Schneider 1991] erwähnen explizit die Vermeidung von Rekonstruktionsfehlern bezüglich Reseaukreuzen bei der simultanen Nutzung von drei Bildern.

Für die Luftbildphotogrammetrie stellt sich das Problem der Verunreinigungen im Bild, und zwar insbesondere bei Verwendung der Bilddaten in Originalauflösung auf der feinsten Mehrgitterebene, wenn es um die Erzielung höchster Genauigkeit für das abschließende Ergebnis geht. Zur exemplarischen Dokumentation der diesbezüglichen Eigenschaften der Mehrbildzuordnung wird auf bis zu fünf Luftbilder der Kreuzbefliegung *Walddorfhäslach* zurückgegriffen, welche freundlicherweise vom *Landesamt für Flurneuordnung und Landentwicklung Baden-Württemberg* zur Verfügung gestellt wurden. Die Tabelle in Abb. 2-3 gibt die wesentlichen Informationen zu diesem Bildmaterial wieder, das auch im weiteren Verlauf dieser Arbeit immer wieder referenziert wird.

Als Beispiel für die Vermeidung von Fehlzuordnungen durch Verunreinigungen im Bildraum bereits bei der simultanen Verwendung von drei Bildern dient die in Abb. 2-4(a) dargestellte Oberflächenrekonstruktion. Wie auch bei den folgenden Beispielen auf der Basis des Datensatzes *Walddorfhäslach* wurde die Oberfläche mit $50 \times 50 \text{cm}^2$ großen Geometriefacetten und $12.5 \times 12.5 \text{cm}^2$ großen Grauwertfacetten auf der feinstaufgelösten Mehrgitterebene rekonstruiert.



Aufnahmezeiten:	11.4.1988
Bilder 133,135:	12 ¹⁵
Bilder 268-272:	12 ³⁷
Flughöhe:	600m über Grund
Bildmaßstab:	$M_b \approx 1 : 4000$
Kamera und Film:	ZEISS RMKA, Negativ s/w
Bildformat:	$23 \times 23 \text{cm}^2$
Kamerakonstante:	$c_a = 153 \text{mm}$
Scanner:	Zeiss PS1
Pixelgröße:	$15 \times 15 \mu\text{m}^2$ im Bild, ca. $6 \times 6 \text{cm}^2$ am Boden
Quantisierung:	8Bit pro Pixel

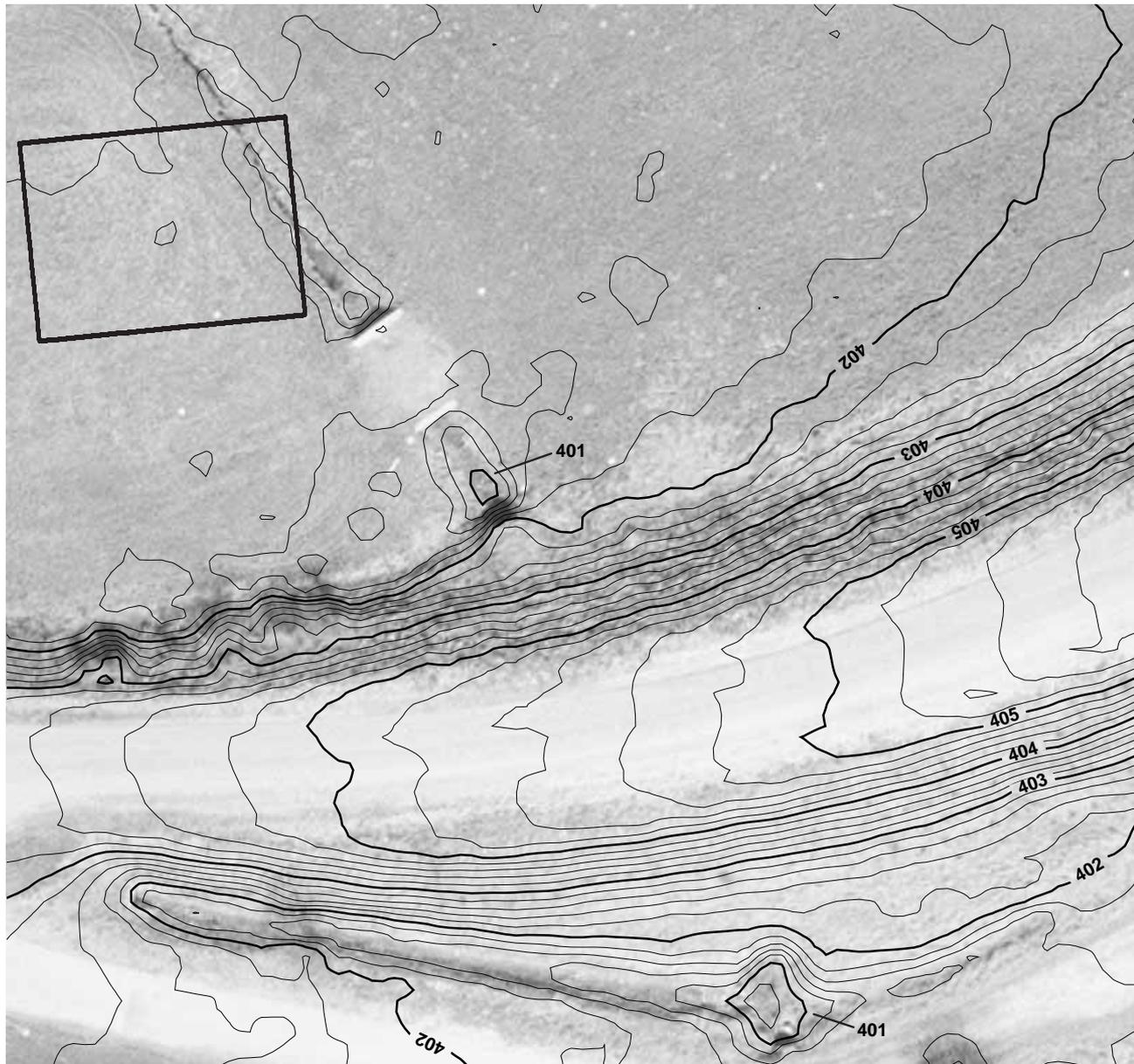
Abbildung 2-3: Aufnahmeconfiguration Walddorfhäslach mit Bezug auf den rekonstruierten Objektraumausschnitt.

Abb. 2-4(c) greift einen beliebig gewählten Ausschnitt eines Einzelbildes heraus. Lokale Verunreinigung, hier in der Form zweier Härchen, sind gut zu erkennen. Die Bilder wurden als schwarz-weiße Negative gescannt, werden aber in dieser Arbeit ausschließlich in der Positivdarstellung wiedergegeben, so daß die Verunreinigung in Abb. 2-4(c) als weiße Linien erscheinen. Auf eine vorverarbeitende Beseitigung dieser Störungen mittels Methoden der Bildverarbeitung kann und sollte im Rahmen der Rekonstruktion im Objektraum verzichtet werden, da die einzusetzenden Filtertechniken in der Regel eine Reduktion der für die Bildzuordnung nutzbaren Information bewirken. Abb. 2-4(d) belegt durch die lokal hohen Residuenbeträge, daß die entsprechenden Störungen nur noch mit einem relativ geringen Anteil die Rekonstruktion der Oberflächengrauwerte im Objektraum beeinflussen – die Störungen sind im dargestellten Orthobild 2-4(a) mit bloßem Auge nicht zu erkennen. Damit ist auch die Bildzuordnung der beiden 'ungestörten' Bilder zur Rekonstruktion im Objektraum ungefährdet. Auf die Genauigkeitsschätzung der geometrischen Oberflächenbeschreibung wirken sich derart kleine, lokale Fehler nicht direkt erkennbar aus, vgl. Abb. 2-4(b). Natürlich widersprechen sie grundsätzlich der bei der Ausgleichsrechnung unterstellten Normalverteilungshypothese der Residuen. Die berechneten Fehlermaße können daher lokal geringfügig verfälscht sein, bleiben aber insgesamt gesehen akzeptabel.

Die zweite Klasse von Störungen des Einzelbildes hat ihre Ursache im Objektraum. Sie kann einerseits die Folge von Bewegung im Objektraum sein, wobei diese Bewegung natürlich von Relevanz gegenüber den jeweiligen Bildaufnahmezeitpunkten sein muß, vgl. Abb. 2-5. Sie kann andererseits auch aus der Abbildung linienhafter Objekte resultieren, die mit der gewählten Facettengröße nicht flächenhaft aufgelöst werden können, wie beispielsweise Telegraphenmasten oder unbelaubte Vegetation, vgl. die Beispiele auf den Seiten 22 und 23. Der Begriff Störung umfaßt hier also sämtliche Pixelgrauwerte, welche von Phänomenen ausgehen, die aufgrund spezifischer Eigenschaften nicht zum Aufbau der Rekonstruktionsfläche im Objektraum beitragen, für die sich auch bei optimaler Wahl einer Rekonstruktionsfläche keine Korrespondenz bezüglich der übrigen beteiligten Bilder herstellen läßt. (Als Gegenbeispiel sei auf den Fall verwiesen, daß auf einem insgesamt texturarmen Gebäudedach ein sich farblich stark abhebender Schornstein das Rekonstruktionsergebnis in Form einer Ausbeulung des ebenen Dachverlaufes dominiert, vgl. z.B. das rechte Gebäudedach in den Abb. 8-11(a) bis (d) auf S. 112 in Kap. 8.2. Dies ist weniger als ein fehlerhaftes bzw. gestörtes Rekonstruktionsergebnis zu betrachten, denn als eine Störung im Sinne einer semantikorientierten Ergebnisaufbereitung.)

Abb. 2-5 illustriert anschaulich, daß die aus dem Objektraum resultierende Störung des Einzelbildes durch das fahrende Auto sich bezüglich ihrer grundsätzlichen Charakteristik nicht von den bildraumseitigen Fehlerquellen unterscheidet. Stets liegen in dem gestörten Bild lokale Grauwertbereiche vor, für die in den übrigen Bildern keine Korrespondenzen gefunden werden können. Obwohl der durch den PKW gestörte Bereich in Abb. 2-5(c) recht ausgedehnt ist, wird die Oberflächenrekonstruktion in Abb. 2-5(a) nur mit einem Höhenfehler in der Größenordnung von ca. 10cm verfälscht, was durchaus nicht aus dem Rahmen der bestimmten Standardabweichungen fällt, vgl. Abb. 2-5(b). Der jeweils linke obere Ausschnitt in den Abb. 2-5(a) und (b) zeigt die Resultate für den gestörten Bereich bei der simultanen Verwendung von nur drei Luftbildern. Dabei spiegelt sich der auftretende größere Betrag des Höhenfehlers in der Fehlerrechnung wider.

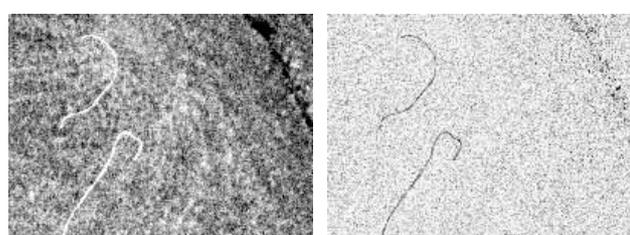
Die Beispiele implizieren eine automatisierte Residuenanalyse im Ausgleichsprozeß, z.B. in Form einer sukzessiven Regewichtung der Grauwertbeobachtungen in Abhängigkeit von ihren Residuenbeträgen, vgl. [Huber 1981], [Schlüter 1994]. Eine solche Vorgehensweise kann an der Tatsache scheitern, daß sich oft auch auf sig-



10.0m



- ▲ (a): Orthobild und unbereinigte Höhenlinien
Äquidistanz der Höhenlinien: 0.2m
- ◀ (b): σ_z der DGM-Stützpunkte in Abb. (a)



- (c): Luftbildausschnitt, siehe (a) oben links
- (d): Residuenbild zu (c)

Abbildung 2-4: Ergebnisse der Oberflächenrekonstruktion mit 3 Bildern und einer Störung in einem der Bilder durch Härcchen: Beispiel *Wiese (Walddorfhäslach)*.

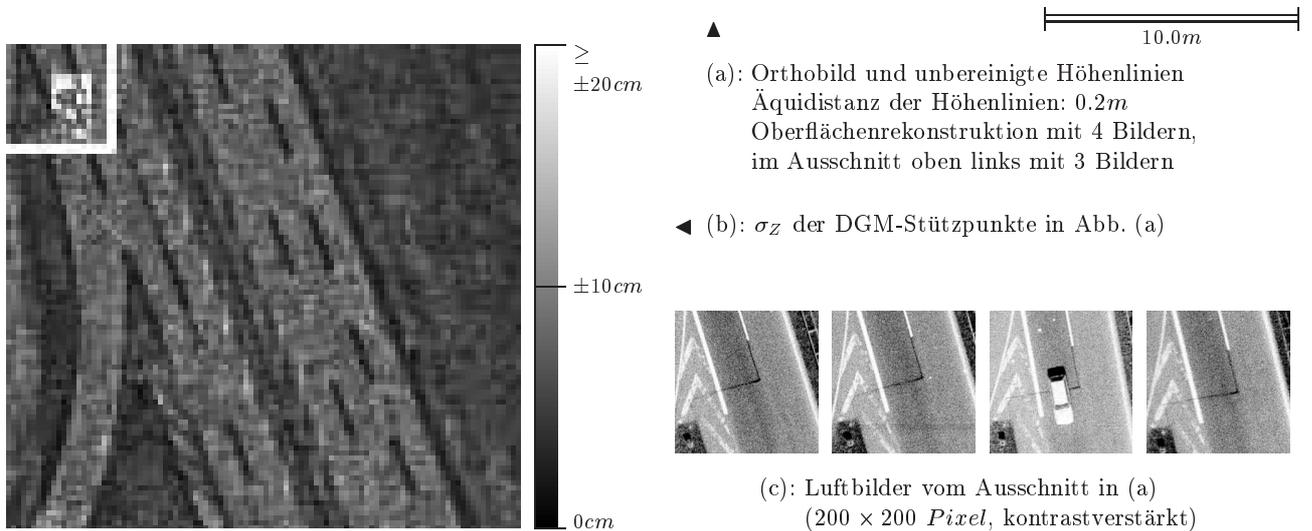
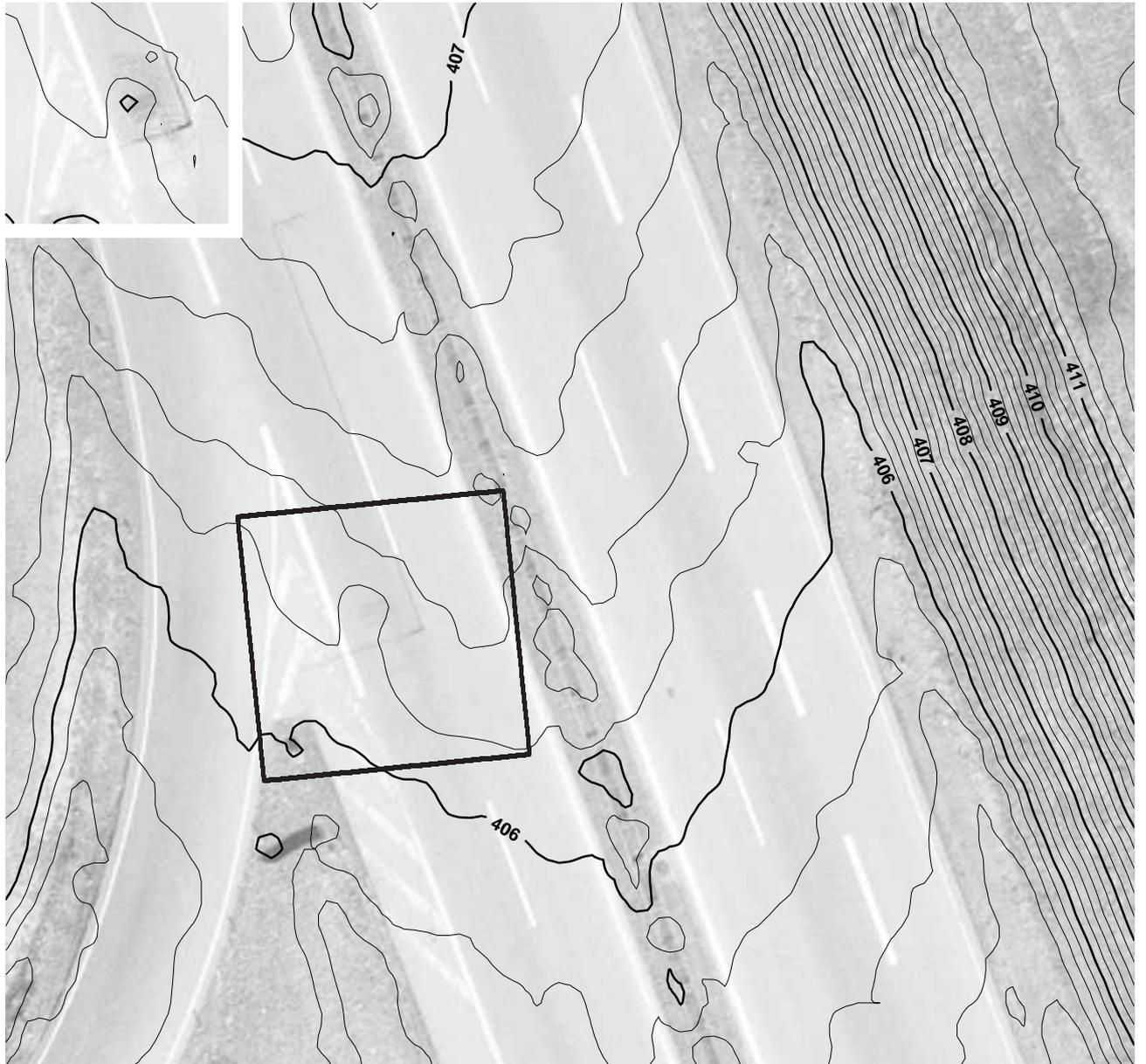


Abbildung 2-5: Ergebnisse der Oberflächenrekonstruktion mit vier bzw. drei Bildern und einer Störung durch ein fahrendes Auto in einem der Bilder: Beispiel *Schnellstraße (Waldorfhüslach)*.

nifikanten Grauwertkanten im Bild tendenziell erhöhte Residuenbeträge finden lassen. Die Ursache dafür kann in der Tatsache bestehen, daß mit den vorab gewählten Stützpunktabständen samt der verwendeten Interpolationsfunktion für die Oberflächengrauwerte die Grauwertkanten nicht ausreichend gut modelliert werden können. Ferner kann auch die Existenz kleinster Modellierungsfehler, beispielsweise durch Restfehler der Bildorientierungen, als Fehlerquelle in Frage kommen. Ein Regewichtungsansatz im Sinne der robusten Schätzung stuft damit in vielen Fällen die Bedeutung der Grauwertbeobachtungen in texturreichen Gebieten herunter, was dem hohen Informationsgehalt der Pixelgrauwerte in diesen Regionen meist nicht entspricht. Auf der anderen Seite müssen gestörte Bildpixel durch die relativ geringe Quantisierung der Grauwerte von üblicherweise 8Bit nicht immer hohe Residuen hervorrufen. Die automatische Regewichtung nach einer global vorgegebenen Strategie kann daher im Einzelfall zu einer Verschlechterung des Zuordnungsergebnisses führen, da die unterschiedlichen Ursachen für hohe Residuenbeträge oft nur schwer zu ermitteln sind.

Die dargestellten Beispiele zur simultanen Mehrbildzuordnung belegen, daß die Verwendung von mehr als zwei Bildern nicht nur Störungen im Einzelbild erkennbar macht, sondern auch eine weitergehende Detektion und Elimination in vielen Fällen verzichtbar werden läßt. Mögliche Störungen der Objektraumgeometrie durch singular in den Bildern auftretende Grauwertmuster nehmen mit zunehmender Bildanzahl grundsätzlich stark ab.

2.3 Rekonstruktion mit multitemporalen Bilddaten

Bei der bildpaarweisen, stereoskopischen Auswertung liegen die Aufnahmezeitpunkte der Bilder eines Stereomodells in der Regel sehr dicht beieinander. Mit steigender Anzahl an simultan auszuwertenden Bildern wachsen in der Regel auch die Abstände einzelner Aufnahmezeitpunkte, so daß die aus einem veränderten Sonnen- und Schattenstand resultierenden Änderungen der reflektierten Oberflächengrauwerte die Korrespondenzfindung für die Rekonstruktion erschweren können. Die in Kap. 2.1 angegebene Vorgehensweise zur Integration mehrerer spektraler Farbkanäle im Bild- und Objektraum (vgl. Abb. 2-2 auf S. 14) läßt sich auf diese Problematik übertragen, indem für einzelne, abgegrenzte Aufnahmezeitepochen jeweils ein separates Grauwertmodell im Objektraum angesetzt wird. Die Parameter des geometrischen Modells können weiterhin simultan bestimmt werden. Bedingungen für den Einsatz dieser multitemporalen Variante des Facetten-Stereosehens sind, daß von einer unveränderten Objektraumgeometrie ausgegangen werden darf und daß pro Aufnahmezeitepoche mindestens zwei stereoskopisch nutzbare Bilder vorliegen.

Zur multitemporalen Rekonstruktion werden hier Beispiele aus zwei sehr unterschiedlichen Aufgabenstellungen dargestellt. Zur Einführung wird wieder auf das Bildmaterial *Walddorfhäslach* zurückgegriffen, vgl. Tab. 2-3 auf S. 17. Anhand der resultierenden Residuen- und Orthobilder von zwei Szenen mit ausgeprägten Schattenbildern kann die grundsätzliche Vorgehensweise der multitemporalen Rekonstruktion verdeutlicht werden. Das zweite Beispiel *Marguerite Bay* basiert auf einem in der Antarktis durchgeführten Bildflug. Im Gegensatz zum vorherigen Beispiel ist hier die multitemporale Vorgehensweise ausschlaggebend für eine erfolgreiche und qualitativ hochwertige, automatische Geometrierekonstruktion.

Abb. 2-6 vermittelt einen Überblick über die der Rekonstruktion *Walddorfhäslach* entnommenen Szenen. Neben dem eine Agrarlandschaft durchquerenden Fahrweg erkennt man einen Telegraphenmast und einen Baum bzw. deren Schatten, vgl. auch Abb. 2-7 und 2-8. Sowohl der Mast als auch die Hauptäste des Baumes stellen keine einheitliche Oberfläche dar, welche mit der für die Rekonstruktion verwendeten Geometriefacettierung von $50 \times 50\text{cm}^2$ aufgelöst werden könnte. Sie sind daher als Störungen im Sinne der Einführung dieses Begriffs in Kap. 2.2 zu klassifizieren, denn über ein flächenhaftes Oberflächenmodell kann für die Abbilder des Mastes sowie des Baumes keine Korrespondenz im Objektraum erzielt werden. Auf der anderen Seite bildet der jeweilige Schatten dieser Objekte eine stark ausgeprägte Grauwertextur am Boden, was eine optimale Voraussetzung für ein überdurchschnittlich genaues Rekonstruktionsergebnis der Ackeroberfläche darstellt. Die wiederum mit einer extrem geringen Äquidistanz dargestellten Isolinien in Abb. 2-6 zeigen, daß die rekonstruierte Geländeoberfläche weitgehend eben verläuft und auch in der Umgebung von Mast und Baum kaum gestört ist.

Abb. 2-7 erlaubt einen Ergebnisvergleich sowohl der unitemporalen als auch der multitemporalen Vorgehensweise bezüglich einer sehr einfach strukturierten Störung im Objektraum: einem Telegraphenmasten. In den Ausschnitten aus den für die Rekonstruktion verwendeten Luftbildern erkennt man einerseits den Schatten des Mastes an seiner annähernd konstanten Ausrichtung sowie das vom jeweiligen Aufnahmeort abhängige Bild des Mastes selbst, vgl. Abb. 2-7(a.1) bis (a.4). In dem aus der unitemporalen Auswertung resultierenden Orthobild (Abb. 2-7(b.5)) sind die beiden zeitabhängig unterschiedlichen Schattenpositionen noch gut ablesbar. Auf die Darstellung der Isolinien wurde verzichtet, da die rekonstruierten Höhenunterschiede über den gesamten Ausschnitt nur jeweils zwei bis drei Dezimeter betragen. Bei den Residuenbildern stehen schwarze und weiße Elemente für hohe Residuenbeträge unterschiedlichen Vorzeichens. Die Residuenbilder der unitemporalen Auswertung geben wieder, daß das Abbild des Mastes im Sinne der Minimierung einer Störung im Einzelbild in seiner Wirkung für die Zuordnung stark abgeschwächt wird. Der in jeweils zwei Bildern auftretende Schatten

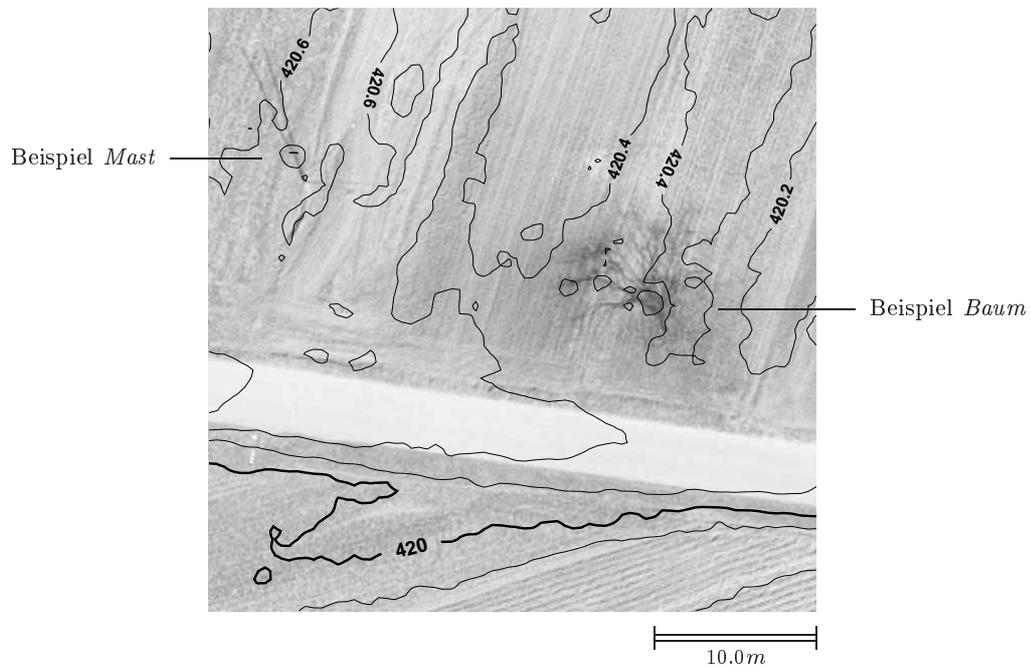


Abbildung 2-6: Ergebnis der unitemporalen Oberflächenrekonstruktion für die Szenen *Mast* und *Baum* (*Walddorfhäslach*) auf der Basis von 4 Bildern. Die Äquidistanz der Isolinien von 20cm gibt die nur geringfügigen Variationen der Oberflächengeometrie des Objektraumausschnittes wieder.

stellt einerseits eine wichtige Textur für die Grauwertzuordnung dar, die lokal hohen Residuenbeträge in allen vier Bildern signalisieren andererseits ein Modellierungsdefizit der Oberflächengrauwerte, hervorgerufen durch eine nicht ausreichende Stützpunktauflösung bzw. eine lokal inadäquate Interpolationsvorschrift.

Bei der multitemporalen Auswertung wurde für die beiden unterschiedlichen Aufnahmeepochen je eine separate Grauwertbeschreibung im Objektraum angesetzt. Die beiden resultierenden Orthobilder in Abb. 2-7(c.5) und (c.6) gehen also nur noch auf die Bilder der entsprechenden Aufnahmeepoche zurück, während die Oberflächengeometrie durch die simultane Auswertung nach wie vor aus allen Bilddaten bestimmt wird. Damit taucht der Schatten des Mastes nicht mehr als starke Störung in den zugehörigen Residuenbildern auf, vgl. Abb. 2-7(c.1) bis (c.4). Auf der anderen Seite nehmen die Residuenbeträge bezüglich des Abbildes des Mastes gegenüber der unitemporalen Rekonstruktion zu. Dies liegt daran, daß zur Beseitigung der Störungen der Grauwerte im Einzelbild im Sinne der Argumentation in Kap. 2.2 nicht mehr vier, sondern nur noch jeweils zwei Bilder zur Verfügung stehen. Theoretisch wäre also der simultane Einsatz von mindestens drei Bildern pro Zeitepoche optimal.

Der in Abb. 2-6 erkennbare Baum stellt einen etwas komplexeren Fall einer Störung im Objektraum gegenüber dem eben behandelten Telegraphenmasten dar, die einzelnen Effekte sind hier nicht mehr ganz so scharf trennbar, vgl. Abb. 2-8. Insgesamt wird aber deutlich, daß nur die multitemporale Vorgehensweise eine korrekte Rekonstruktion der Grauwerte des Schattenbereiches am Boden ermöglicht. Man erkennt dies an den Residuen, wo bei der multitemporalen im Gegensatz zur unitemporalen Vorgehensweise nur noch das jeweilige Abbild des Baumkronenbereiches systematische Störungen bewirkt, vgl. Abb. 2-8(b.1) bis (b.4) gegenüber Abb. 2-8(c.1) bis (c.4). Daraus resultiert die bessere Ausdifferenzierung der Texturdetails der Schattenbereiche in den multitemporal bestimmten Orthobildern, vgl. Abb. 2-8(c.5) und (c.6).

Weitere Störungen im Sinne der Argumentation von Kap. 2.2 liegen mit den Leitungsdrähten zum Telegraphenmast, vgl. Abb. 2-7(a.1) bis (a.4) und Abb. 2-8(a.1) bis (a.4), und dem Staubknäuel in Abb. 2-8(a.2), vor. Die Ursachen dieser Phänomene weisen keinen Bezug zur rekonstruierten Oberfläche auf, entsprechend schlagen sich diese Störungen nach den beschriebenen Mustern in den Residuen- und Orthobildern nieder.

Zusammenfassend zeigen die in [Lehn 1997] durchgeführten vergleichenden Experimente bezüglich uni- und multitemporaler Auswertung der Bilddaten *Walddorfhäslach*, daß die geometrische Qualität der Rekonstruktion durch den multitemporalen Ansatz nur selten signifikant verbessert werden kann. Für einen praxisorientierten Einsatz spricht damit in diesem konkreten Fall nur die höhere Qualität der resultierenden Fehlermaße wie der Residuen und in der Folge auch der Standardabweichungen der Geometrieunbekannten. Je nachdem, welche Rolle die bestimmbareren Qualitätsmaße in der Weiterverarbeitung der rekonstruierten Oberflächendaten spielen, ob sie beispielsweise zur Ergebnisbewertung und Steuerung eventueller manuell-interaktiver Nachbearbeitungen eingesetzt werden sollen, ist damit die Wahl des Auswerteansatzes zu treffen.

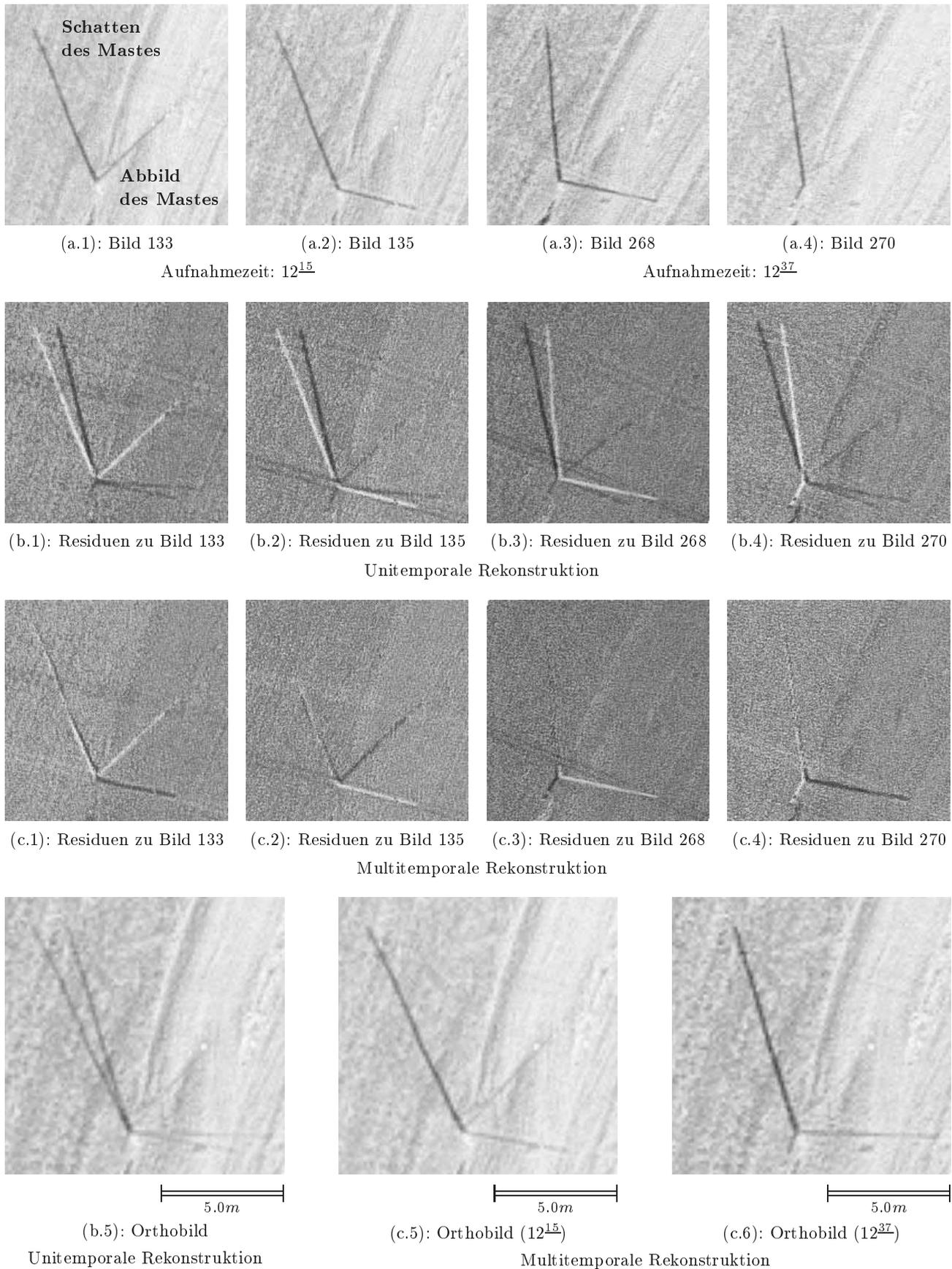


Abbildung 2-7: Multitemporale Rekonstruktion: Beispiel *Mast (Walddorfhäslach)*. (a.1) bis (a.4): Luftbildausschnitte, (b.1) bis (b.5): Ergebnisse der unitemporalen Rekonstruktion, (c.1) bis (c.6): Ergebnisse der multitemporalen Rekonstruktion mit zwei separaten Zeitepochen.

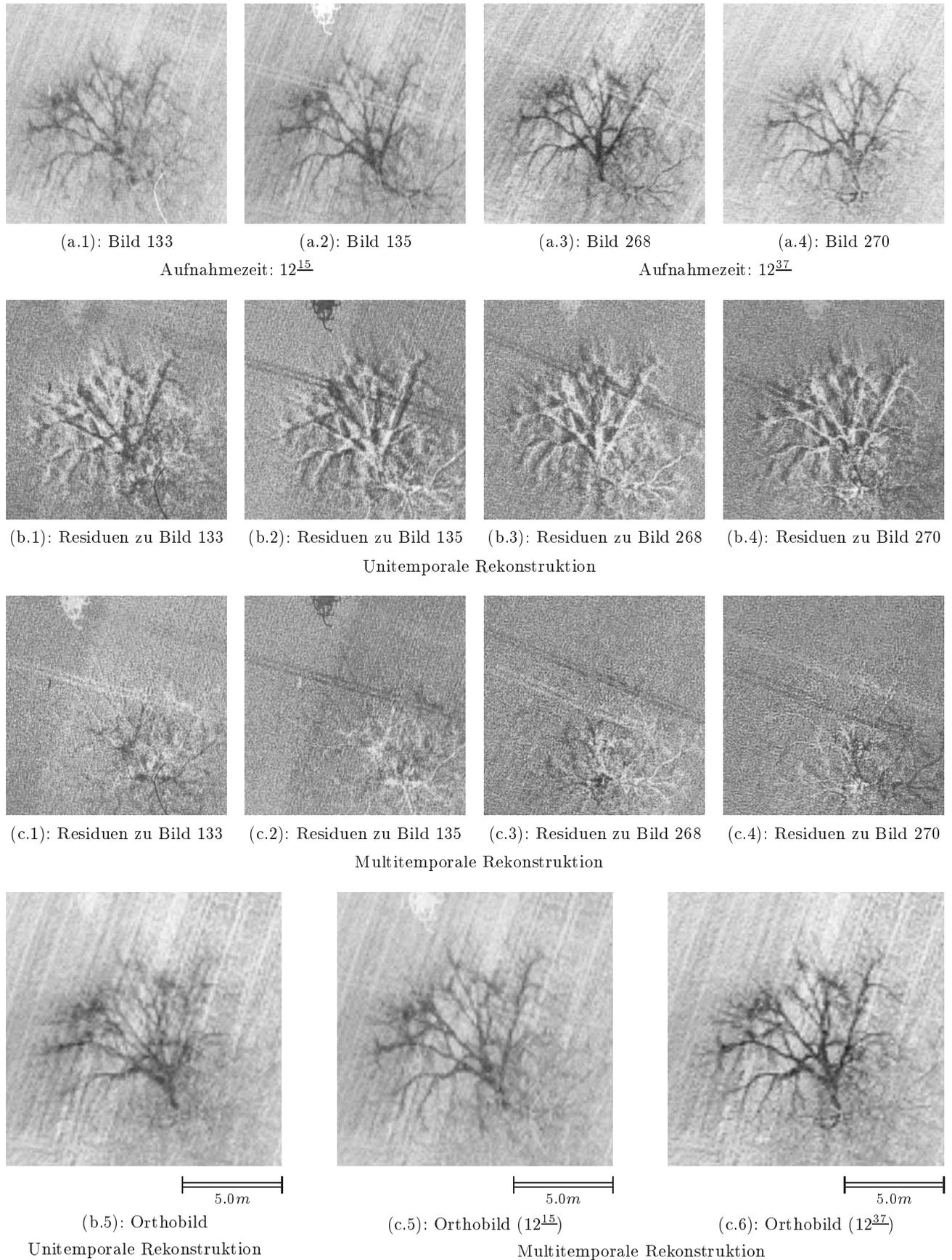


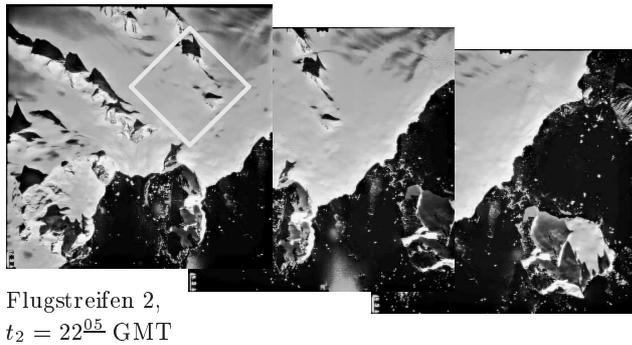
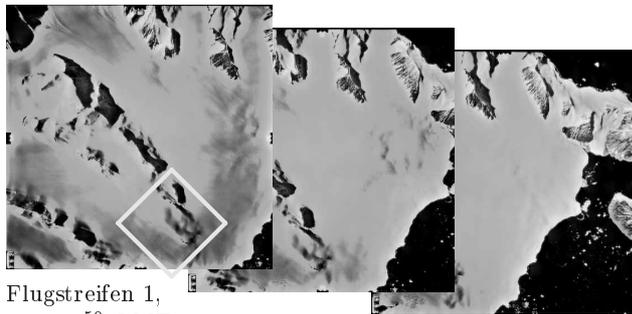
Abbildung 2-8: Multitemporale Rekonstruktion: Beispiel *Baum (Walddorfhäslach)*. (a.1) bis (a.4): Luftbildausschnitte, (b.1) bis (b.5): Ergebnisse der unitemporalen Rekonstruktion, (c.1) bis (c.6): Ergebnisse der multitemporalen Rekonstruktion mit zwei separaten Zeitepochen.

Im Rahmen des vom *Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie* geförderten Forschungsvorhabens *Dynamische Prozesse antarktischer Geosysteme (=DYPAG)* wird das Facetten-Stereosehen für die Oberflächenrekonstruktion auf der antarktischen Halbinsel eingesetzt. Auf die Rekonstruktionsergebnisse soll an dieser Stelle verwiesen werden, da hier im Gegensatz zu den eben vorgestellten Beispielen des Bildflugs *Walddorfhäslach* mit Hilfe des multitemporalen Ansatzes eine signifikante Qualitätsverbesserung bezüglich der Rekonstruktion des geometrischen Oberflächenverlaufes erzielt werden konnte, [Wrobel und Schlüter 1997].

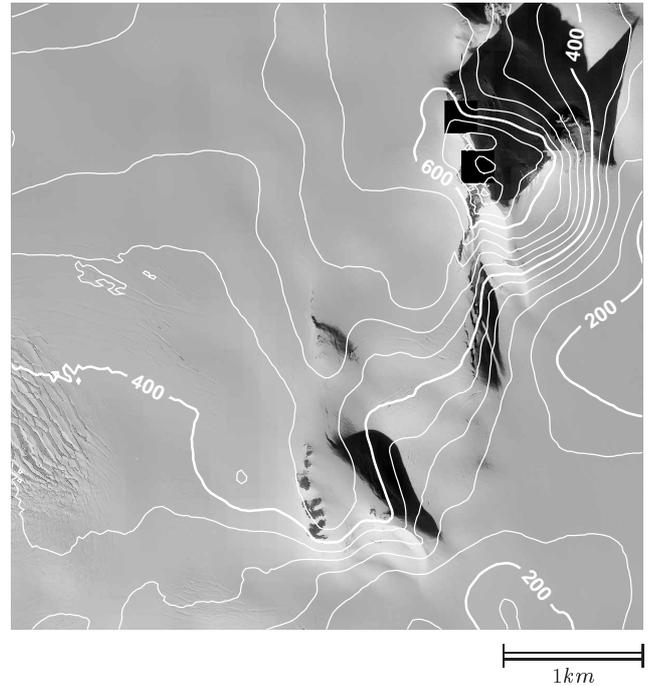
Dabei haben die in Abb. 2-9(a) wiedergegebenen Überweitwinkelaufnahmen ($c_a = 85\text{mm}$) mit einem Bildmaßstab von $M_b = 1 : 70000$ einen erkennbar unterschiedlichen Charakter im Vergleich zu den bisher vorgestellten Beispielen. Die ausgedehnten texturarmen Gebiete stellen grundsätzlich einen Prüfstein für alle methodischen Varianten der Bildzuordnung dar, vgl. [Krupnik 1998]. Die hohe Längs- (80%) und Querüberdeckung (60%) bietet sehr gute Voraussetzungen, die anspruchsvolle Aufgabenstellung mittels der Mehrbildzuordnung im Objektraum zu lösen. Allerdings erwies sich bereits im Zuge der Orientierungsbestimmung die Definition homologer Punkte zwischen den Bildstreifen als schwierig, da diese an zwei aufeinanderfolgenden Tagen mit einem Zeitversatz von ca. sechs Stunden aufgenommen wurden. Der durch die Polnähe bedingte niedrige Sonnenstand bewirkt extrem unterschiedliche Beleuchtungs- und Reflexionsverhältnisse für die beiden Bildstreifen, die starke Variation des Schattenstandes ist sogar noch in den stark verkleinerten Abb. 2-9(a) zu erkennen. Bedingt durch den einerseits begrenzten Dynamikbereich des verwendeten Photoscanners ZEISS PS1 und der andererseits recht hohen Dynamik der auftretenden optischen Dichten von $0.25 - 2.58D$ der Originalnegative ergab sich die zusätzliche Schwierigkeit, daß der Informationsgehalt der analogen Bilder nur unzureichend in die digitalen Bilder übertragen werden konnte. Da insbesondere die Rekonstruktion der Gletscheroberflächen im Vordergrund des Interesses steht, wurden beim Scannen bewußt Defizite hinsichtlich der dunklen Bildbereiche zugelassen. Als Folge enthalten weite Teile einiger Schatten- und Felsbereiche in den digitalen Bildern keinerlei Grauwerttextur mehr und können so für die Bildzuordnung auch keine Information mehr liefern. Aus diesem Grund tritt bei der Rekonstruktion des in Abb. 2-9(a) dargestellten Ausschnittes des Auswertgebietes bei Verwendung nur des einen Bildstreifens mit $t_1 = 22^{05}$ GMT ein grober Fehler auf, vgl. die Markierung in Abb. 2-9(b). Durch die stark unterschiedlichen Schattenstände in den vorliegenden Bildstreifen konnte demgegenüber mit dem multitemporalen Ansatz ein wesentlich verbessertes Rekonstruktionsergebnis erzielt werden, vgl. Abb. 2-9(c) und (d).

Abb. 2-9(c) und (d) geben die grundsätzliche morphologische Plausibilität des multitemporalen Rekonstruktionsergebnisses wieder, welche sich durch lokale, manuell-interaktive Vergleichsmessungen am analytischen Stereoplotter LEICA AC3 bestätigen ließ. Weitere Details zu den Auswertungen in der Umgebung der *Marguerite Bay* finden sich bei [Wrobel und Schlüter 1997] und in demnächst erscheinenden Veröffentlichungen. Dabei steht die systematische Anpassung und Erprobung des Facetten-Stereosehens für die Rekonstruktion texturschwacher Gebiete (Schnee- und Eisflächen der Antarktis, Sandflächen und dgl.) im Vordergrund.

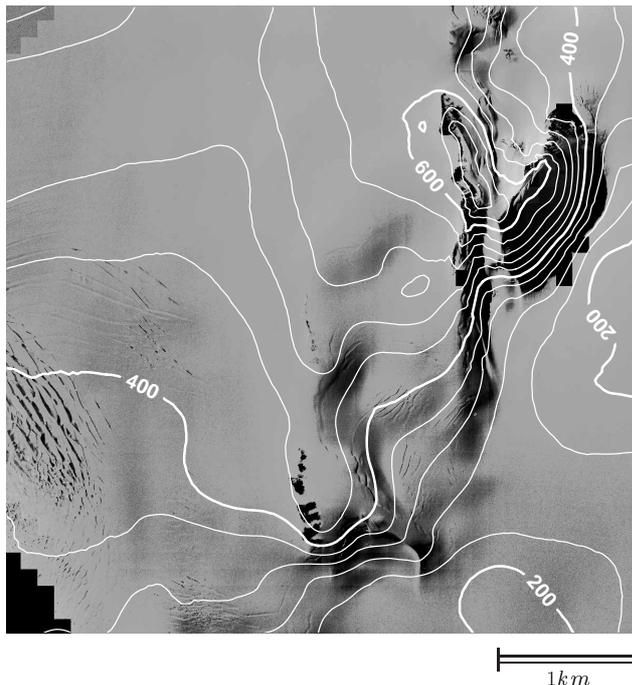
Die Beispiele in den Kapiteln 2.2 und 2.3 belegen, daß der Übergang von der Auswertung digitaler Stereobildpaare zur simultanen Mehrbildzuordnung im Objektraum zahlreiche Vorteile bietet. Die mathematische Formulierung des Lösungsansatzes im Objektraum ermöglicht eine flexible und problemangepaßte Wahl projektbezogener Lösungswege.



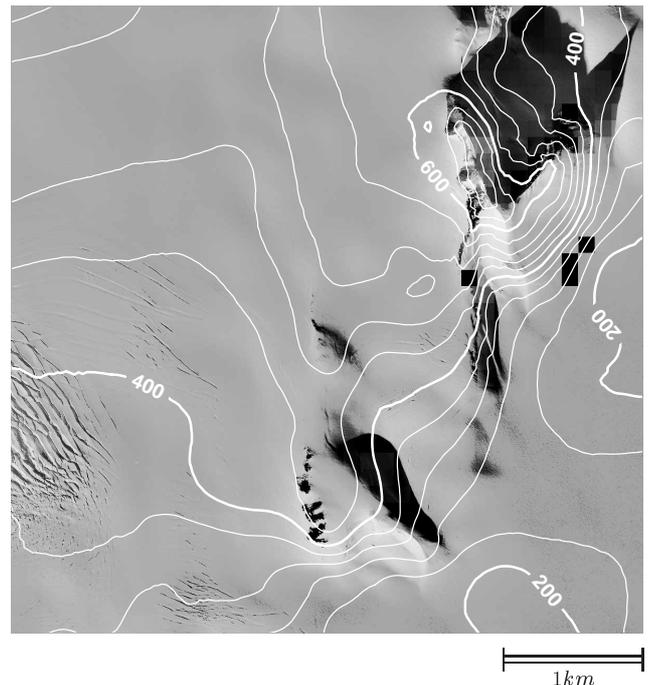
(a): Die verwendeten Bilddaten (Bildflug: IfAG, Ffm). Die beiden Flugstreifen wurden an aufeinanderfolgenden Tagen zu den angegebenen Zeiten aufgenommen. Das in (b)-(d) dargestellte Rekonstruktionsgebiet ist markiert.



(b): Unitemporales Rekonstruktionsergebnis mit den Bilddaten der Epoche $t_2 = 22^{05}$ GMT. Die Oberflächenrekonstruktion im oberen Schattenbereich ist grob fehlerhaft. Äquidistanz der Isolinien: $40m$



(c): Orthobild der Epoche $t_1 = 15^{50}$ GMT, überlagert mit den Isolinien des multitemporalen Rekonstruktionsergebnisses. Äquidistanz der Isolinien: $40m$



(d): Orthobild der Epoche $t_2 = 22^{05}$ GMT, überlagert mit den Isolinien des multitemporalen Rekonstruktionsergebnisses. Äquidistanz der Isolinien: $40m$

Abbildung 2-9: Multitemporale Rekonstruktion: Beispiel *Marguerite Bay* (Antarktische Halbinsel).

3 Mit der simultanen Mehrbildzuordnung zur 3D-Oberflächenrekonstruktion

Das Schlagwort „3D“ unterliegt in den Geowissenschaften zur Zeit einem derart inflationären Gebrauch, daß diesem Kapitel eine kurze Begriffsbestimmung voranzustellen ist. Unter einem 3D-Oberflächenmodell wird hier eine allgemeine Oberflächenbeschreibung im \mathbb{R}^3 verstanden, bei der die Lage und Ausrichtung der Fläche im zugrundeliegenden Referenzsystem vollkommen beliebig sein darf, bei der also Unabhängigkeit von einer vorgegebenen, globalen Parameterfläche besteht. Auch auf 3D-Linien- und 3D-Volumenmodelle wird in dieser Arbeit an ausgewählten Stellen eingegangen, wobei das eigentliche Ziel aber immer die flächenhafte Modellierung ist. Zur Abgrenzung des 3D-Begriffs sei der eingeschränkte Sonderfall des $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodells eingeführt. Dieser fasse sämtliche Flächenrepräsentationen im \mathbb{R}^3 zusammen, welche sich als Graphen von bivariaten Funktionen beschreiben lassen, vgl. [Pfeifer und Pottmann 1996]. Im Bereich der Geo-Informationssysteme reduziert sich diese Definition meist auf den Fall, daß eine Höhe Z als Attribut der Lagekoordinaten X, Y über $Z = f(X, Y)$ angegeben wird, vgl. [Fritsch 1996b]. Digitale Geländemodelle, welche z.B. auf der Basis eines regelmäßigen Stützpunktrasters in der X, Y -Ebene oder auch auf einer 2D-Triangulation in der X, Y -Ebene aufbauen, werden im folgenden konsequenterweise als $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodelle referenziert, auch wenn diese in der Literatur häufiger als 3D-Modelle bezeichnet werden. Die Unterscheidung von $2\frac{1}{2}$ D- gegenüber 3D-Flächenmodellen ist deshalb erforderlich, weil mit $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellen zahlreiche Flächenverläufe nicht beschrieben werden können, so z.B. vertikale oder überhängende Bereiche.

Wie in Kap. 2.1 eingeführt, wird die photogrammetrische Rekonstruktion im Objektraum bisher grundsätzlich auf der Basis von $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellen vorgenommen. Dieses Grundprinzip liegt implizit auch den im Bildraum anzusiedelnden Zuordnungsverfahren zugrunde, da die Rekonstruktion von Verschiebungsvektorfeldern zwischen den Pixelelementen zweier Bilder eines Stereomodells der Bestimmung eines $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodells weitgehend äquivalent ist. Diese Art der Modellierung des Objektraumes ist immer dann adäquat, wenn der zu rekonstruierende Ausschnitt des Objektraumes durch eine $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung in ausreichender Qualität beschrieben werden kann, d.h. daß annähernd vertikal verlaufende Oberflächenbereiche nicht auftreten. Diese Annahme ist für die Auswertung kleinmaßstäbiger Luftbilder meist sehr gut erfüllt. Einzelne Problemfälle wie Steilwände an Küsten oder im Gebirge sind oft als lokal begrenzte Ausnahmebereiche zu betrachten, so daß für sie entweder eine geringere Qualität akzeptiert werden kann oder eine manuell-interaktive Nachbearbeitung in Frage kommt.

Mit größer werdenden Bearbeitungsmaßstäben nehmen die möglichen Problemgebiete bezüglich der Oberflächenmodellierung zu. Ursachen dafür sind bei der Luftbildauswertung insbesondere topographische Elemente wie Gebäude, ferner Steinbrüche und, je nach Belaubung, auch Waldränder bzw. freistehende Vegetation. Speziell die Aufgabenstellung einer möglichst stark automatisierten Gebäuderekonstruktion hat sich aufgrund der aktuellen Marktsituation in den letzten Jahren zu einem Interessensschwerpunkt der digitalen Photogrammetrie entwickelt. Das folgende Kapitel 3.1 beschäftigt sich daher eingehender mit dieser Thematik, die den praxisorientierten Hintergrund dieser Arbeit bildet. Dabei wird insbesondere herausgestellt, auf welche Art und Weise die hier verallgemeinerte Formulierung der photogrammetrischen Rekonstruktion einen Beitrag zur Erhöhung des Automationsgrades der Gebäuderekonstruktion liefern kann.

Im sich anschließenden Kapitel 3.2 können vor dem exemplarischen Hintergrund der Gebäuderekonstruktion aus digitalen Luftbildern die klassischen Oberflächenansätze der photogrammetrischen Rekonstruktion neu bewertet werden. Die Kritik dieser Geometrieansätze in Verbindung mit den grundsätzlichen Möglichkeiten der photogrammetrischen Mehrbildzuordnung resultiert in Anforderungen nach einer erweiterten, echt dreidimensionalen Oberflächenmodellierung. Im Sinne einer möglichst allgemeinen, flächenhaften Oberflächenbestimmung ist die Diskussion nicht durch semantische Aspekte, sondern durch die Konzentration auf geometrische Grundüberlegungen geprägt. Konsequenterweise wird auf die praktische Einbeziehung spezieller semantischer Modelle verzichtet. Die Möglichkeiten der resultierenden neuen Methode gehen grundsätzlich über den inhaltlichen Kontext der Oberflächenrekonstruktion im innerstädtischen Bereich hinaus und sind zukunftsweisend für die Lösung geometrischer Aufgabenstellungen im photogrammetrischen Nahbereich.

3.1 Gebäuderekonstruktion aus Luftbildern als aktuelles Fallbeispiel

Die Automatisierung der flächendeckenden geometrischen Gebäuderekonstruktion anhand von Luftbildern ist für die photogrammetrische Rekonstruktion seit einigen Jahren in das Zentrum des Interesses gerückt. Eine Hauptursache dafür liegt in der stark gestiegenen Nachfrage nach dreidimensionalen Daten innerstädtischer Bereiche. Als Hauptinteressenten aus dem privaten Sektor sind in Deutschland zur Zeit Mobilfunkunternehmen zu nennen. Steigende Teilnehmerzahlen bei einer begrenzten Anzahl zur Verfügung stehender Frequenzen zwingen zur permanenten geometrischen Differenzierung bei der Planung innerstädtischer zellulärer Funknetze, welche in

der Regel auf der Basis von Mikrozellen aufgebaut werden. Diese Mikrozellen sind bei einem durchschnittlichen Zellradius von $500m$ dadurch charakterisiert, daß sich die Sendeantenne unterhalb der Höhe der sie umgebenden Gebäude befindet, so daß die Wellenausbreitung vorrangig entlang der Straßen erfolgt, vgl. z.B. [Liebenow et al. 1991], [Jakoby und Liebenow 1995]. Die Qualitätsansprüche an Geodaten, welche die Grundlage der bei Funknetzplanungen unentbehrlichen Simulationsstudien bilden, steigen damit kontinuierlich. Während Anfang der 90er Jahre noch das Grundelement des Straßenzuges die innerstädtische Modellierung prägte, werden 1996 sowohl für die Lage als auch für die Höhe (rasterorientierter) Digitaler Höhenmodelle Auflösungen von unter $10m$ gefordert, vgl. z.B. [Siebe 1996]. Auch bei öffentlichen Institutionen besteht ein zunehmendes Interesse an der Integration dreidimensionaler Gebäudedaten in bestehende Informationssysteme, vgl. [Förstner und Pallaske 1993]. Hier liegen die Anwendungsschwerpunkte meist im Planungsbereich, bei Simulationsberechnungen im Umweltbereich usw.

Die klassische, vektororientierte Auswertung am photogrammetrischen Stereoplotter hinsichtlich der Erfassung einzelner Gebäude ist aufwendig und zeitraubend. Bezüglich der Automatisierung dieser Aufgabenstellung sind zwei miteinander verflochtene Entwicklungsstränge zu beobachten. Einerseits wird versucht, die manuell-interaktive Auswertearbeit durch die Bereitstellung effektiver Werkzeuge zu beschleunigen, andererseits werden automatische Lösungen mit einem möglichst minimalen Nachbearbeitungsaufwand gesucht.

Der einfachste Schritt im Hinblick auf eine semiautomatische Problemlösung besteht darin, den Operateur von der expliziten Angabe topologischer Zusammenhänge zu befreien. So wird beispielsweise in [Beer 1995] lediglich die Dachlandschaft in einer linienorientierten 3D-Vektordarstellung manuell-interaktiv erfaßt. Als automatisierte Nachbearbeitungsschritte erfolgen zunächst der Übergang auf Dachflächenelemente, anschließend die Bildung der als vertikal angenommenen Gebäudeaußenflächen durch Schnittbildung mit einem grundbezogenen Geländemodell. Man erhält eine stark generalisierte Rand-Repräsentation (*boundary representation*) der Oberfläche, vgl. Abb. 3-1. [Dan 1996] erweitert den Automationsgrad dieser Vorgehensweise beträchtlich dahingehend, daß dem Operateur nur noch die dreidimensionale Koordinatenmessung der die Dachform prägenden Punkte obliegt. In einem zweistufigen, vollautomatischen Verfahren schließt sich dann an eine Klassifizierung der Firstpunkte die Topologiebildung der Dachform an.

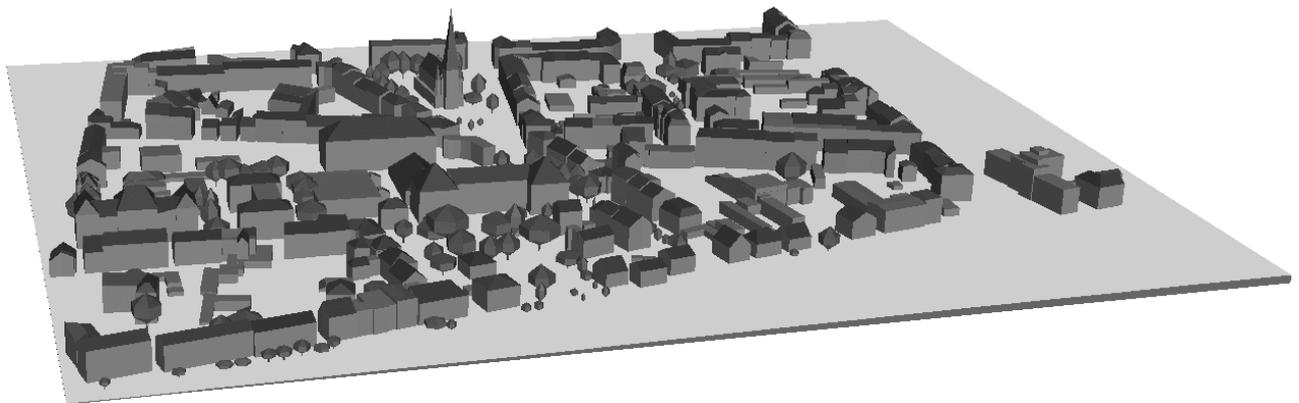


Abbildung 3-1: Visualisierung der photogrammetrischen Gebäuderekonstruktion *Johannesviertel Darmstadt* für Belange der Funknetzplanung von Mikrozellen, Daten aus [Beer 1995].

Ein alternativer Ansatz nach [Lang et al. 1995], [Englert und Gülch 1996] geht von dem Grundgedanken aus, die Aufgaben des Operateurs im wesentlichen auf Fragen der Interpretation zu beschränken. Dazu gehört die Auswahl eines Gebäudemodelltyps bzw. der interaktive Aufbau eines Gebäudes aus einer Auswahl vorgegebener CSG- (*constructive solid geometry*) Primitive, die anhand der logischen Grundoperationen *Vereinigung*, *Schnitt* und *Differenzbildung* kombiniert werden. Nach einer groben Form- und Lagevorgabe anhand eines Bildes durch den Operateur werden die endgültigen geometrischen Parameter unter Zuhilfenahme von Grauwertkanteninformationen weiterer Bilder weitgehend automatisiert bestimmt, [Gülch et al. 1998], [Müller 1998].

Die sich zur Zeit meist noch in der Entwicklung befindlichen Verfahren zur vollautomatischen Gebäuderekonstruktion greifen die genannten Objektraummodelle als Zielvorstellung auf, [Braun et al. 1995]. Dabei ist der Übergang von dem volumenhaften CSG-Modell auf eine flächenhafte Rand-Repräsentation trivial, während der umgekehrte Weg aufgrund mangelnder Eindeutigkeit der Ergänzung zusätzlicher Bedingungen (*constraints*) bedarf. Die auf photogrammetrischem Weg erfassbaren Oberflächen sind mit Rand-Repräsentation vollständig und eindeutig darstellbar, daher wird diese Modellierungsvariante in der Regel für vollautomatische Rekonstruktionsverfahren bevorzugt, vgl. [Weidner 1997].

Als Ausgangsdaten für die modernen Ansätze zur Gebäuderekonstruktion wird in der Regel auf eine möglichst hochwertige geometrische Oberflächenbeschreibung des Objektraumes und die zugehörigen Luftbilddaten zurückgegriffen, vgl. [Baltsavias et al. 1995], [Collins et al. 1995], [Kim und Muller 1995], [Haala 1996], [Jaynes et al. 1997]. Die verwendete Objektraumgeometrie wird in der Regel in einem Vorverarbeitungsschritt mittels bildraumorientierter Stereozuordnungsverfahren bestimmt, auch auf die Integration eines flugzeuggetragenen Laserscanners (*airborne laserscanning*) oder vorhandener 2D-Grundrißinformationen als ergänzende Datenquellen wird hingewiesen, [Haala et al. 1998].

Der erste Schritt der Gebäuderekonstruktion besteht in der Gebäudedetektion, die vielfach auf der Basis der Geometriedaten vollzogen wird, vgl. z.B. [Haala und Hahn 1995]. Konsequenterweise wird die Existenz von Vegetation häufig als Problem benannt. Eine ergänzende Nutzung vorliegender Farbinformationen hat sich daher als sinnvoll erwiesen, siehe [Sibirjakov 1996] oder die Zsf. bei [Henricsson 1996]. Die sich anschließende eigentliche Rekonstruktion kann nach erfolgreicher Detektion für jedes einzelne Gebäude getrennt durchgeführt werden. Die vorliegende Geometriebeschreibung vereinfacht die Zuordnung signifikanter Grauwertkanten aus den ergänzenden Bildern zu linienhaften Primitiven im Objektraum. Durch den erfolgten Übergang in den Objektraum können diese linienhaften Primitive nun der Gruppenbildung aufgrund von Nachbarschafts-, Parallelitäts- und Rechtwinkligkeitseigenschaften unterzogen werden. Dabei wird versucht, die zunächst noch recht vereinzelt vorliegenden linienhaften Primitive in eine einfache und abgeschlossene Gebäude-Rand-Repräsentation zu überführen. Dieser Punkt bietet die Möglichkeit der Klassifizierung der einzelnen Verfahren, da meist nur ausgewählte Typen generischer Gebäudemodelle zur Verfügung gestellt werden. Typisch sind entweder die Bereitstellung eines oder mehrerer parametrischer Gebäudemodelle oder die Verwendung prismatischer Gebäudemodelle, vgl. die Übersicht in [Weidner 1997]. Dabei zeichnen sich parametrische Gebäudemodelle dadurch aus, daß bei fest vorgegebener Anzahl und Topologie der Primitive nur geometrische Form- und Lageparameter angepaßt werden. Prismatische Modelle dagegen lassen für ein Gebäude nur ein Prisma konstanter Höhe zu, wobei allerdings das jeweilige Grundrißpolygon in der Anzahl der verwendeten Primitive nur bedingt eingeschränkt wird. Als Ergebnis erhält man die Modellparameter der einzelnen generalisierten Gebäude.

Diese verkürzte Zusammenschau der im einzelnen oft komplexen Verfahren zur Gebäuderekonstruktion legt einige Schlußfolgerungen nahe: Alle genannten Verfahren sind stark von der Qualität einer als Vorverarbeitungsschritt ablaufenden geometrischen Oberflächenrekonstruktion abhängig. Wird der geometrische Oberflächenverlauf beispielsweise nur bildpaarweise über einfache bildraumorientierte, punktbezogene Zuordnungstechniken bestimmt, so erweist sich das entsprechende Rekonstruktionsergebnis oft als unbefriedigend in dem Sinne, daß eine ergänzende, grauwertkantenorientierte Bildzuordnung – die Zuordnung linienartiger 2D-Bildobjekte zu 3D-Objekten bildet das Rückgrat zahlreicher Gebäuderekonstruktionsverfahren, – das geometrische Gesamtergebnis oft signifikant verbessern kann. Das grundsätzliche Potential für die Bildzuordnung scheint also durch die gängigen Bildzuordnungsverfahren nicht ausgeschöpft zu werden.

Der Rückgriff auf die photogrammetrische Mehrbildzuordnung im Objektraum läßt sich in diesem Kontext unter zwei unterschiedlichen Gesichtspunkten vollziehen. So können mit diesem allgemeinen Ansatz einerseits die Parameter der angegebenen Gebäudemodelle nach erfolgreicher Gebäudemodellauswahl direkt geschätzt werden. Eine entsprechende Vorgehensweise wird in [Bösemann 1994] ausführlich dargelegt. Vorausgesetzt wird dabei, daß die Teilflächen der Randrepräsentation auf Regelflächen basieren, daß pro Teilfläche die Lage eines Parametersystems vorgegeben ist, und daß die Topologie der einzelnen Teilflächen festgelegt ist.

Andererseits bleibt die Frage, ob nicht auch ohne eine stark kontextbezogene Modellwahl im Rahmen der Mehrbildzuordnung eine Qualitätssteigerung der Oberflächenrekonstruktion im Objektraum erreichbar ist. Von einer solchen Verbesserung wird anschließend auch die eigentliche Gebäuderekonstruktion profitieren, und zwar insbesondere bezüglich der Auswahl des jeweiligen generischen Modells. Aus dieser Motivation heraus wird im folgenden die übliche $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung im Objektraum im Hinblick auf den exemplarischen Fall des Gebäudes näher betrachtet. Vor dem Hintergrund der simultanen Mehrbildauswertung wird die gängige $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung hinterfragt. Erweiterte Anforderungen hinsichtlich einer adäquaten dreidimensionalen Flächenmodellierung können formuliert werden, wobei die entsprechenden Lösungsansätze auch für einen erweiterten Kreis photogrammetrischer und geodätischer Aufgabenstellungen mit Bezug auf ein flächenhaftes Ergebnis von Interesse sein können.

3.2 Geometrische Modellbildung aus der Sicht der Mehrbildzuordnung

Die meisten Entwicklungen im Bereich *Computer Vision* orientieren sich sehr stark an der Aufnahmekonfiguration des stereoskopischen Normalfalls, was in der Regel durch die Analogie zum menschlichen Sehapparat motiviert ist. Während tendenziell senkrecht zur Aufnahmerichtung verlaufende Oberflächenbereiche aus geometrischer Sicht sehr gut rekonstruierbar sind, sind Flächenbereiche parallel zur Aufnahmerichtung nicht bzw. kaum sichtbar. Die aus der Unsichtbarkeit resultierende Unbestimmbarkeit der entsprechenden Flächenbereiche legt eine 'lückenhafte' Oberflächenmodellierung nahe, bei der die Tiefensprünge nicht als explizite Flächenbestandtei-

le, sondern in der Form von Diskontinuitäten modelliert werden. Exemplarisch sei hier auf den Ansatz nach [Cochran und Medioni 1992] verwiesen, wo sich die enge Verknüpfung der Verdeckungsproblematik einerseits und der geometrischen Modellierung des Objektraumes unter Einbeziehung von Diskontinuitäten andererseits in drei möglichen Klassen des lokalen Rekonstruktionsergebnisses widerspiegelt: So können neben sichtbaren, korrekt rekonstruierten Oberflächenbereichen auch Gebiete auftreten, die zwar eigentlich sichtbar sind, bedingt durch ihre enge räumliche Nachbarschaft zu einer Diskontinuität aber (irrtümlicherweise) nicht rekonstruiert werden. Ferner ist vorgesehen, daß auch Bereiche, welche zwar zunächst (fehlerhafterweise) rekonstruiert wurden, nachträglich aufgrund einer Verdeckungsanalyse wieder eliminiert werden. [Belhumeur 1993] und [Geiger et al. 1995] weisen Vorteile der expliziten Integration des Zusammenhangs zwischen Diskontinuitäten und Verdeckung in die Stereobildzuordnung nach. Ferner ergänzen [Luo und Burkhardt 1995] ein drittes Bild, so daß zwei senkrecht aufeinander stehende Stereobasen resultieren, um Diskontinuitäten beliebiger Ausrichtung in der X - Y -Parameterbene in gleicher Qualität detektieren zu können.

Die grundsätzliche Forderung, Bildzuordnung und Oberflächeninterpolation in einen gemeinsamen Prozeß zu integrieren, ist auch im *Computer Vision* nicht neu, vgl. z.B. [Hoff und Ahuja 1989]. Als Beispiel für die mathematische Formulierung einer unstetigen $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung sei hier auf [Terzopoulos 1986], [Terzopoulos 1988] verwiesen. Eine entsprechende Vorgehensweise ist auch bezüglich der Rekonstruktion von Tiefenbildern populär, vgl. die Übersicht von [Bolle und Vemuri 1991]. Im Rahmen der Aufgabenstellung, aus den fehlerbehafteten Meßwerten $Z_i(X, Y)$ eine interpolierende Funktion $Z(X, Y)$ zu rekonstruieren, setzt [Terzopoulos 1986] neben der Minimierung der Residuen zwischen den Meßwerten und der interpolierenden Funktion mittels einer quadratischen Norm folgenden zusätzlichen, stabilisierenden Term (*controlled continuity stabilizer*) an:

$$E(Z) = \int_{\Phi} \int \rho(X, Y) \left[\tau(X, Y) \cdot (Z_{XX}^2 + 2Z_{XY}^2 + Z_{YY}^2) + [1 - \tau(X, Y)] \cdot (Z_X^2 + Z_Y^2) \right] dXdY \quad (3.2-1)$$

Die benötigten ersten und zweiten partiellen Ableitungen Z_X, Z_Y bzw. Z_{XX}, Z_{XY}, Z_{YY} der interpolierenden Funktion $Z(X, Y)$ sind *a priori* aus den Meßwerten abzuschätzen, es wird über die gesamte geometrische Oberfläche Φ integriert. $\rho(X, Y)$ und $\tau(X, Y)$ sind Funktionen, mit denen sich der Stetigkeitsgrad der resultierenden Funktion kontrollieren läßt. Sie können für den Wertebereich $[0, 1]$ sowohl kontinuierlich als auch binär definiert werden. Tabelle 3-1 gibt die jeweiligen Einsatzbereiche für die binäre Definition der $\rho(X, Y)$, $\tau(X, Y)$ wieder. Für $\rho(X, Y) = \tau(X, Y) = 1$ erhält man die von [Grimson 1981] eingeführte Form: Sie entspricht dem Grundgedanken der in Kap. 7.2.1 im Detail behandelten Regularisierungsansätze für das Facetten-Stereosehen über Krümmungsminimierung. Mit der Festlegung $\tau(X, Y) = 0$ werden lokale Diskontinuitäten im Oberflächenverlauf eingeführt. Die Unterscheidung des lokalen Stetigkeitsgrades der Oberfläche über die Festlegung von $\rho(X, Y)$ und $\tau(X, Y)$ kann mit Hilfe von Grauwertinformation aus den Bildern gestützt werden, erfolgt aber in der Regel über die rekursive geometrische Analyse der zunächst als stetig angenommenen Oberfläche im Objektraum, vgl. z.B. [Sinha und Schunck 1992].

$\rho(X, Y)$	$\tau(X, Y)$	Regularisierungsterm	Flächentyp
1	1	$\int \int (Z_{XX}^2 + 2Z_{XY}^2 + Z_{YY}^2) dXdY$	C^1 -stetig
1	0	$\int \int (Z_X^2 + Z_Y^2) dXdY$	C^0 -stetig
0	beliebig	–	unstetig

Tabelle 3-1: Wirkungsweise der binären Kontrollfunktionen $\rho(X, Y)$ und $\tau(X, Y)$ nach [Terzopoulos 1988]. Je nach lokalem Charakter der geometrischen Oberfläche $Z = f(X, Y)$ resultiert nach (3.2-1) ein adäquater Stabilisierungsterm.

Die Abb. 3-2(a) bis (c) fassen die bisher angedeutete Vorgehensweise zusammen. Das im Objektraum skizzierte, idealisierte Gebäude in Abb. 3-2(a) wird im einfachsten Fall einer stetigen $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung in einer stark geglätteten Form rekonstruiert, vgl. Abb. 3-2(b). Die Detektion und Eingrenzung von Diskontinuitäten im Objektraum sowie auch die explizite Einbeziehung von Bruchkanten stellen das auf der Basis einer $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung erreichbare geometrische Optimum im Rahmen eines Rekonstruktionsprozesses aus Stereobildern dar, vgl. Abb. 3-2(c).

Untersuchungen mit synthetischem Bildmaterial belegen, daß die Detektion geometrischer Diskontinuitäten im Objektraum im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum grundsätzlich möglich ist, vgl. [Zheng 1993], [Schlüter 1994]. Im praktischen Einsatz der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum, z.B. für die innerörtliche Rekonstruktion auf der Basis großmaßstäbiger Luftbilder, ist die präzise Detektion geometrischer Diskontinuitäten im Objektraum aber mit folgender Schwierigkeit* verbunden: Durch

*Diese Probleme bestehen natürlich auch bei einer bildraumorientierten Vorgehensweise

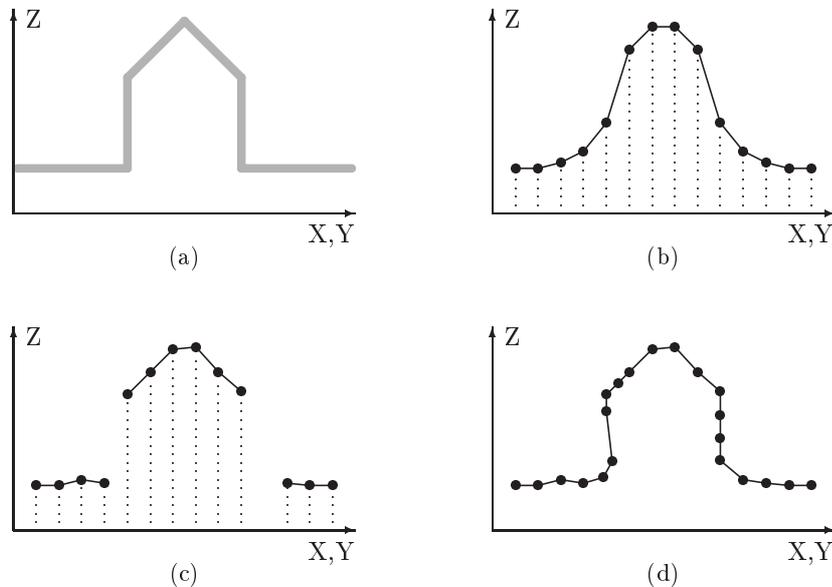


Abbildung 3-2: Qualitätsstufen der Oberflächenrepräsentation nach [Schlüter 1997]. (a): Oberfläche (Soll) im Objektraum, (b): Ergebnis einer $2\frac{1}{2}$ D-Rekonstruktion mit Glattheitshypothese, (c): Ergebnis einer $2\frac{1}{2}$ D-Rekonstruktion unter Einbeziehung von Unstetigkeiten, (d): Ergebnis einer Rekonstruktion mit einer 3D-Oberflächenrepräsentation.

die Elimination der Objektfläche in der nahen Umgebung der Unstetigkeitsstelle geht auch die an dieser Stelle oft in Form einer Grauwertkante vorhandene Textur im Objektraum als Information für die Zuordnung verloren. Die Gebäudedächer selbst weisen dagegen oft nur eine geringfügige Textur auf wie z.B. [Haala und Hahn 1995] bemerken. In diesem Zusammenhang wirkt sich auch die nur einseitige Flächenanbindung am Rand von Unstetigkeitsstellen äußerst ungünstig auf die erreichbare Genauigkeit des Rekonstruktionsergebnisses an diesen Stellen aus. Der zu erwartende Fehleranstieg entspricht natürlich dem am Rand eines Berechnungsfensters auftretenden Genauigkeitsabfall, vgl. [Kaiser et al. 1992a].

Durch den Übergang von der Zweibild- zur simultanen Mehrbildauswertung wird eine klare Entkopplung der bildweise auftretenden Verdeckung von der Problematik grundsätzlich unbestimmbarer Objektraumbereiche möglich. Für die photogrammetrische Mehrbild-Rekonstruktion im Objektraum bedeutet dies, daß die Verdeckung eines Oberflächenbereiches in einem Bild zunächst völlig unabhängig davon ist, ob dieser Oberflächenbereich von mindestens zwei der übrigen beteiligten Bilder eingesehen und damit rekonstruiert werden kann.

An dieser Stelle sei zunächst auf den punktwise im Objektraum operierenden Ansatz zur Mehrbildzuordnung nach [Grün 1985], [Baltasvias 1991], [Grün 1996] verwiesen, der von [Maas 1996], [Maas und Kersten 1997] nach entsprechender Erweiterung u.a. für die Rekonstruktion bebauter Gebiete aus großmaßstäbigen digitalen Luftbildern eingesetzt wird. Dieser Ansatz ist prinzipiell von einer vollständig dreidimensionalen Denkweise geprägt. Als Zwischenergebnis resultiert eine allgemeine Punktwolke im \mathbb{R}^3 , deren Charakteristik den in Abb. 3-2(d) dargestellten Stützpunkten entspricht, allerdings zunächst ohne die in 3-2(d) dargestellte flächenhafte Verknüpfung. Interessant ist insbesondere der Verzicht auf die Bildpyramide und damit auch auf eine hierarchische Rekonstruktionsstrategie. Dabei reduziert die punkt- bzw. bildfensterbezogene Vorgehensweise auch die Behandlung von Problemzonen, wie steile geometrische Oberflächengradienten, Verdeckungen und geringe Grauwerttexturen, auf die jeweils betrachteten kleinen Bildausschnitte (*templates*) und den zugehörigen Einzelpunkt im Objektraum. Um ein möglichst konsistentes Gesamtergebnis zu garantieren, empfehlen [Maas und Kersten 1997] die Zuordnung eines Objektraumpunktes zu mindestens fünf (!) Bildern. Durch diese Forderung kommt es in der Praxis dann doch kaum zu einer Rekonstruktion von Oberflächenpunkten auf vertikalen Gebäudeflächen, da diese sich nur selten in einer so großen Anzahl von Bildern gleichzeitig abbilden. Folgerichtig wird in [Maas und Kersten 1997] zum Übergang auf eine flächenhafte Beschreibung auch nur ein $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodell der Form $Z = f(X, Y)$ gewählt. Mit diesem Ansatz wird also die Eigenschaft zur vollständigen Integration eines flächenhaften, dreidimensionalen Geometriemodells in die photogrammetrische Rekonstruktion nicht primär angestrebt.

Offensichtlich ist die $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung der Form $Z = f(X, Y)$ aber nicht immer adäquat als allgemeine Flächenbeschreibung für die Mehrbildzuordnung, denn Flächenbereiche parallel zur Z-Achse, wie in Abb. 3-2(d) angedeutet, können mit ihr nicht repräsentiert werden. Wenn aber ein Flächengebiet in mindestens zwei Bildern sichtbar ist, sollte die Rekonstruktion nicht an einer mangelhaften Oberflächenrepräsentation scheitern. Um dieses Ziel zu erreichen, wird in einigen Arbeiten die Zerlegung der Mehrbildzuordnung in zwei

aufeinanderfolgende Schritte propagiert: Während der erste Schritt eine immer nur stereomodellweise durchgeführte, meist bildraumorientierte Auswertung umfaßt, wird erst in einem zweiten, nachgeordneten Schritt die eigentliche Flächenbildung vorgenommen, vgl. [Fua 1995], [Boochs und Heinz 1996], [Rottensteiner 1996]. Die aus der stereomodellweisen Auswertung resultierenden Objektraumkoordinaten sind bekanntlich fehleranfällig, so daß für eine Verifikation der Einzelpunkte im Rahmen der Flächenbildung wieder z.B. eine Rückprojektion vom Objektraum in *alle* beteiligten Bilder vorgenommen wird, vgl. [Fua 1997].

Der flächenhafte Ansatz des Facetten-Stereosehens bietet grundsätzlich die Möglichkeit, eine simultane Mehrbildzuordnung aller beteiligten Bilder auf der Basis einer allgemeinen 3D-Modellierung vorzunehmen. Damit ist das Kernthema dieser Arbeit umrissen und begründet. Für die entsprechende Oberflächenrepräsentation bedeutet dies im einzelnen die explizite Berücksichtigung einer Stützpunkttopologie sowie eines angepaßten Interpolationsansatzes. Abb. 3-3(a) und (b) skizzieren diese beiden Aspekte eines allgemeinen, dreidimensionalen Oberflächenmodells, welches in den folgenden Kapiteln 4 und 5 konkretisiert wird.

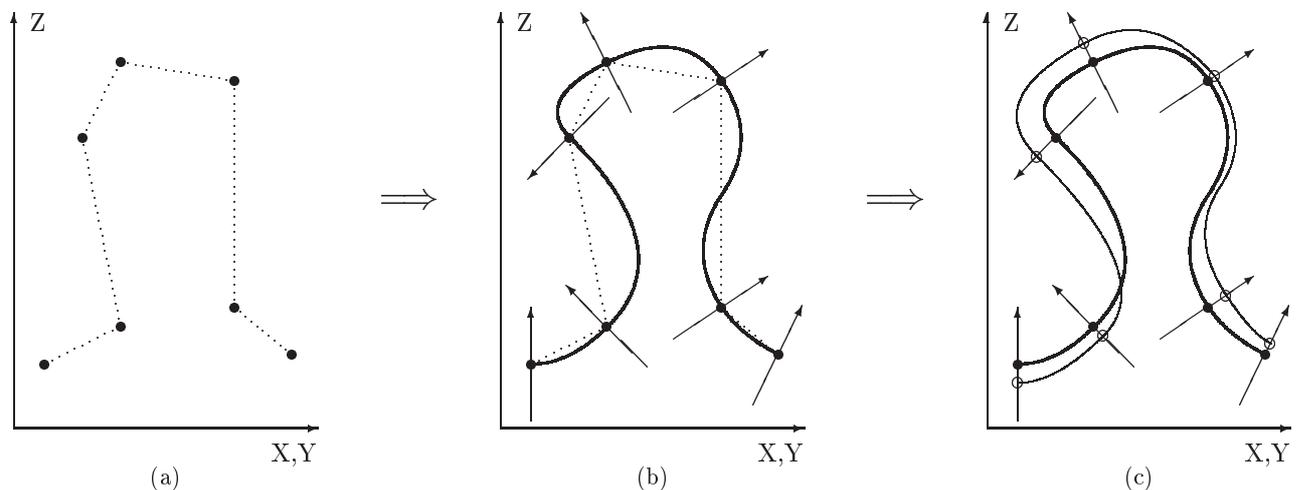


Abbildung 3-3: Konzeptioneller Aufbau der dreidimensionalen Oberflächenmodellierung für die photogrammetrische Rekonstruktion: (a): Explizite Topologiebildung zwischen im \mathbb{R}^3 gegebenen Stützpunkten (●). (b): Ergänzung der Stützpunkte durch Interpolanten mit ausgewählten Stetigkeitseigenschaften zu einer approximativen Startfläche. Die skizzierten Flächennormalenvektoren deuten Nebenbedingungen in den Stützpunkten für die Interpolation an. (c): Stützpunktpositionen (○) nach einem Iterationsschritt der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion.

Für die iterative Rekonstruktion selbst müssen die im $2\frac{1}{2}$ D-Modell üblichen Oberflächenänderungen $dZ(X, Y)$ von der global vorgegebenen Koordinatenachsenrichtung Z gelöst und an der lokalen Flächennormalen ausgerichtet werden, vgl. Abb. 3-3(c). Die entsprechende erweiterte Formulierung des bisherigen Ansatzes des Facetten-Stereosehens erfolgt in Kap. 7. Vorab wird in Kap. 6 detailliert auf den geometrischen Übergang zwischen Bild- und Objektraum eingegangen. Neben ausgewählten numerischen Fragen steht hier die Verdeckungsanalyse im Zentrum. Ihre direkte Integration in das hierarchische Rekonstruktionsverfahren gewinnt mit steigender Komplexität der geometrischen Oberfläche an Bedeutung.

Insgesamt gesehen ist also nicht mehr das Auffinden von Nicht-Bestimmbarkeit im Objektraum das primäre Ziel, sondern die möglichst vollständige Integration der vorliegenden Bildinformation in den Rekonstruktionsprozeß. Der in diesem Sinne hier entworfene Ansatz ist bezüglich seiner flächenhaft dreidimensionalen Vorgehensweise neu, vgl. [Schlüter 1997].

Teil II

Geometrische Modellbildung im \mathbb{R}^3

Auf der Basis der Erfahrungen mit dem Ansatz des Facetten–Stereosehens in Verbindung mit einem $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodell wurden in Teil I dieser Arbeit Grundvoraussetzungen und Anforderungen an eine allgemeine Flächenmodellierung im \mathbb{R}^3 formuliert. In Teil II werden die geometrischen Grundbausteine für eine solche 3D-Modellierung ausgewählt und beschrieben. Diese Grundbausteine stellen eine Oberflächenbeschreibung dar, welche einerseits die Repräsentation der geometrischen Oberfläche, andererseits die Repräsentation von Grauwerten auf dieser Oberfläche, beinhaltet.

Im folgenden wird zunächst in den Aufbau und die Fortführung einer expliziten Stützpunktopologie eingeführt, anschließend erfolgt in Kap. 5 die Diskussion ihrer Ergänzung durch geeignete Interpolanten. Obwohl die speziellen Anforderungen der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum die Inhalte von Teil II stark prägen, werden hier Vorgriffe auf Teil III möglichst vermieden. Von wenigen Ausnahmen abgesehen, wie beispielsweise den Fragen zur Prolongation im Rahmen des Mehrgitterverfahrens, werden die inhaltlichen Bezüge zwischen Teil II und III erst bei der vertieften Behandlung der Rekonstruktion in Teil III hergestellt.

4 Topologie der 3D-Oberflächenrepräsentation

Die Durchführung der Oberflächenrekonstruktion mit dem linearisierten Ansatz der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum unterstellt stets das Vorhandensein einer approximativen Startfläche. Diese Startfläche sei von Oberflächenstützpunkten aufgespannt. Dabei beinhaltet das Arbeiten mit einem echten 3D-Oberflächenmodell nicht nur die Stützpunkte selbst, sondern auch deren topologische Beziehungen untereinander, die explizit bereitgehalten werden sollen. Die Konzeption solcher topologischer Beziehungen ist das Thema dieses Kapitels, vgl. die schematische Darstellung in Abb. 4-1.

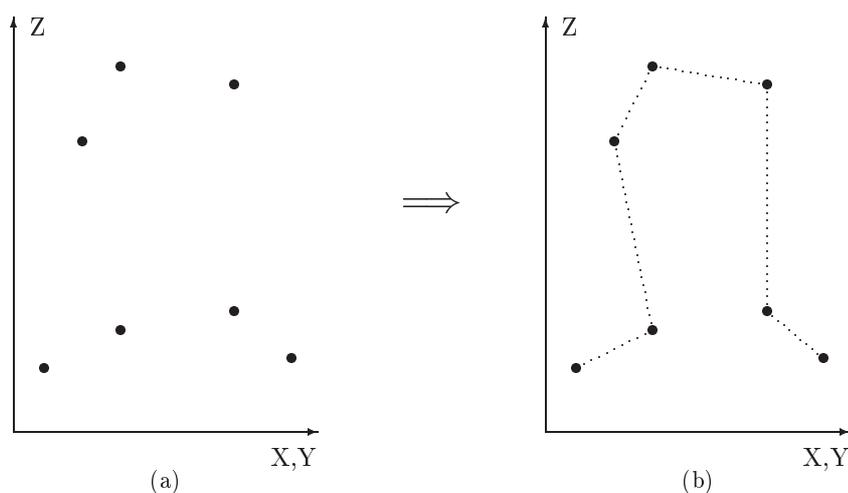


Abbildung 4-1: Festlegung topologischer Beziehungen zwischen Oberflächenstützpunkten im \mathbb{R}^3 als Basis einer Flächenrepräsentation. (a): Unstrukturierte Punktwolke im \mathbb{R}^3 . (b): Ergänzung der Punktwolke mit einer topologischen Struktur als zentraler Schritt zu einer flächenhaften Beschreibung.

Für die Formulierung der topologischen Beziehungen von unregelmäßig verteilten Stützpunkten stellt die Vermaschung mit Dreiecken die einfachste und allgemeinste Möglichkeit dar. Dies liegt darin begründet, daß ein Dreieck auf der minimalen Punktanzahl aufbaut, mit der sich grundsätzlich ein flächenhaftes Element aufspannen läßt, vgl. Abb. 4-2 auf S. 34. Dreieckselemente ermöglichen eine einheitliche Datenstruktur, ohne dabei Einschränkungen bezüglich des Oberflächenverlaufs zu beinhalten. Da weiterhin für diese Form der Datenmodellierung Interpolationsansätze vorliegen, die eine strenge Formulierung von Stetigkeitsbedingungen erlauben, vgl. Kap. 5, liegt die prinzipielle Eignung für die photogrammetrische 3D-Rekonstruktion im Objektraum vor.

In der Praxis der digitalen Bildzuordnung im Objektraum ist die Vorgabe von Startwerten für die Oberflächegeometrie oft in trivialer Weise lösbar. So reicht für die Luftbildauswertung die stereomodellweise Annahme einer Ebene, auf welcher die Stützpunkte je nach gewünschter Facettengröße nach einem regelmäßigen

Schema angeordnet werden, meist als Startvoraussetzung für die oberste Stufe des Mehrgitterverfahrens aus. Lediglich in Sonderfällen, wie beispielsweise bei Anwendungen im Hochgebirge, sollten die aus der Orientierungsphase vorliegenden, lokalen Höheninformationen möglichst vollständig als Vorwissen in die Startfläche für die Oberflächenrekonstruktion eingebracht werden. Über einem solchen Schema liegt dann auch die Topologie der Stützpunkte von Beginn an fest. Mit diesem, für $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenrepräsentationen angemessenen Verfahren stößt man bei der Auswertung von Luftbildern größerer Bildmaßstäbe und insbesondere in der Nahbereichsphotogrammetrie auf Schwierigkeiten. Wendet man jedoch die in dieser Arbeit für 3D-Repräsentationen vorgelegte Rekonstruktionsmethode an, so kann bereits die Festlegung der topologischen Startstruktur zu einem komplexen Problem führen. Mit der Frage nach der Bestimmung einer solchen topologischen Startstruktur liegt eine sehr allgemein formulierte Aufgabenstellung vor, deren grundsätzliche Lösungsansätze im folgenden diskutiert werden sollen. Das Ziel dieser Diskussion erschöpft sich aber nicht in der Festlegung von Startstrukturen, sondern dient auch dazu, Möglichkeiten und Grenzen von topologischen Anpassungen während des photogrammetrischen Rekonstruktionsprozesses und besonders während der geometrischen Prolongationsschritte im Rahmen des Mehrgitterverfahrens aufzuzeigen.

Aus diesen Gründen wird in Kapitel 4.2 die Bestimmung einer Oberflächenvermaschung mit der Minimalvorgabe einer Stützpunktwolke im \mathbb{R}^3 behandelt. Diese Aufgabenstellung ist zur Zeit Gegenstand aktueller Forschung im Bereich der Computergraphik und ist nicht ohne weiteres vollautomatisch lösbar. Ein Verständnis dieser Problematik eröffnet jedoch Wege zu einer möglichst weitgehend automatisierten photogrammetrischen Rekonstruktion, beispielsweise durch die Integration spezifisch-photogrammetrischer Zusatzinformationen. Vorab werden in Kap. 4.1 die Prinzipien der zugrundeliegenden Triangulationsverfahren vermittelt. Dabei steht die Delaunay-Triangulation, sowohl im \mathbb{R}^2 als auch im \mathbb{R}^3 samt der Diskussion wichtiger Ergänzungen, im Mittelpunkt.

Obwohl die grundsätzliche Bildung einer topologischen Flächenbeschreibung das Kernproblem dieses Kapitels darstellt, ist oft eine ergänzende Modifikation der erzielten Flächenbeschreibung hinsichtlich der Erfordernisse der photogrammetrischen Rekonstruktion notwendig. Dies betrifft in erster Linie eine Homogenisierung der Stützpunktdichte, die in Kap. 4.3 vertieft diskutiert wird. Anschließend wird in Kap. 4.4 der Prolongationsschritt zwischen zwei Stufen des Mehrgitterverfahrens als Spezialfall einer solchen Modifikation betrachtet. Dabei wird in der abschließenden Zusammenschau in Kap. 4.5 deutlich, daß die photogrammetrische Rekonstruktion insgesamt – auch und gerade unter Verwendung nur einfacher topologischer Werkzeuge – in der Lage ist, eine echte dreidimensionale Flächenbeschreibung aus einer beispielsweise ebenen Oberfläche als Startvorgabe heraus zu entwickeln. Damit ordnet sich die photogrammetrische Rekonstruktion als eine eigenständige Variante in die topologieerzeugenden Verfahren ein. Dieses Kapitel dient also nicht ausschließlich der Diskussion von vorhandenen Werkzeugen und deren angemessener Auswahl zur Unterstützung der Rekonstruktion, sondern es liefert gleichzeitig den Hintergrund für eine erweiterte Sichtweise auf die Rekonstruktion selbst.

Generell wird im gesamten Kap. 4 zunächst die Erzielung einer lokal möglichst homogenen Stützpunktverteilung angestrebt. Für die photogrammetrische Rekonstruktion ist diese Vorgehensweise immer dann adäquat, wenn Bruchkanten durch eine möglichst hochaufgelöste Stützpunktdichte in ausreichender Qualität approximiert werden sollen. Eine ergänzende bzw. alternative Möglichkeit, nämlich die adaptive Wahl einzelner Stützpunktpositionen aufgrund von lokalen Eigenschaften der Oberflächengeometrie sowie der Oberflächengrauwerte, ist stark mit Fragen der Regularisierung verknüpft und wird daher erst in Kap. 7.2.3 diskutiert.

4.1 Triangulationsverfahren als Grundlage der Oberflächenvermaschung

Das geometrische Grundelement einer Triangulation in einem euklidischen Raum \mathbb{R}^m ist aus der Sicht der algebraischen Topologie ein n -Simplex mit der Dimension $n = m$. Grundsätzlich läßt sich ein n -Simplex als die konvexe Hülle von $n + 1$ unabhängigen Punkten $\mathbf{X}_i ; i=1, n+1$ im euklidischen Raum \mathbb{R}^m definieren, wobei verallgemeinert $m \geq n$ gilt, vgl. [Stöcker und Zieschang 1994], [Ossa 1992]. Alternativ formuliert, spannen die Punkte $\mathbf{X}_i ; i=1, n+1$ den n -Simplex auf: Der n -Simplex ist die Menge aller Punkte $\mathbf{X} = \sum_1^{n+1} t_i \cdot \mathbf{X}_i$ mit den baryzentrischen Koordinaten t_i , wobei $0 \leq t_i \leq 1$ und $\sum_1^{n+1} t_i = 1$ gelten, vgl. die anschauliche Einführung flächenhafter baryzentrischer Koordinaten in Kap. 5.2. Per Theorem sind zwei n -Simplices homöomorph zueinander. Ein n -Simplex ist stets aus $(n - 1)$ -Simplices zusammengesetzt, welche von jeweils n Punkten des ursprünglichen n -Simplex aufgespannt werden. So setzt sich beispielsweise ein 3-Simplex, das Tetraeder, aus den Teilsimplices der einzelnen Dreiecksflächen, also 2-Simplices, zusammen. Diese bestehen natürlich wiederum aus den Teilsimplices ihrer einzelnen Linienelemente, also 1-Simplices, vgl. Abb. 4-2 nach [Jänich 1994].

Eine Triangulation im euklidischen Raum \mathbb{R}^m läßt sich als lücken- und überschneidungslose Ansammlung von m -Simplices definieren, siehe [Lawson 1986]. Der Grundbaustein einer Triangulation im \mathbb{R}^2 ist also das Dreieck, im \mathbb{R}^3 das Tetraeder. Eine Triangulation im \mathbb{R}^2 reicht als Grundlage für eine $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenrepräsentation oft aus, z.B. für Digitale Geländemodelle im Mittelgebirge oder Hügelland. Sie bildet aber nur eine

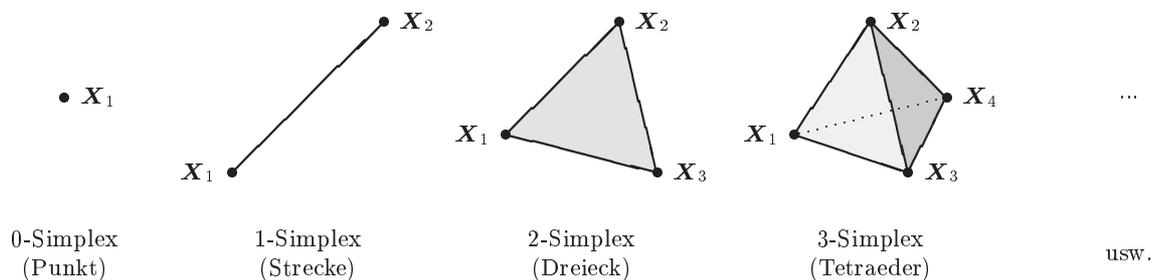


Abbildung 4-2: Darstellung von n -Simplices der Dimensionen Null bis Drei.

unzureichende Basis, um die Topologie einer allgemeinen Fläche im \mathbb{R}^3 zu gewinnen. Die Triangulation im \mathbb{R}^3 dagegen liefert anstelle eines flächenhaften Ergebnisses zunächst eine volumenorientierte Beschreibung. Sie ist dennoch von besonderem Interesse, denn wird die allgemeine Fläche durch Stützpunkte in ausreichend hoher Punktdichte repräsentiert, so lassen sich die Dreiecke der topologischen Flächenbeschreibung in der Regel als Untermenge der Triangulation im \mathbb{R}^3 interpretieren – die Schwierigkeit besteht darin, genau diese Dreiecke zu selektieren. Aus diesem Grund werden im folgenden sowohl zwei- als auch dreidimensionale Triangulationsverfahren vorgestellt und diskutiert, da beide Vorgehensweisen ihren Beitrag für die Erstellung einer geeigneten Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 leisten können. Dabei gilt grundsätzlich, daß sich zahlreiche Eigenschaften von Triangulationen formal ganz allgemein für den \mathbb{R}^m angeben lassen.

Voraussetzung für den Einsatz zwei- oder dreidimensionaler Triangulationsverfahren ist stets die Verwendung einer geeigneten Triangulationsvorschrift. Mit der Wahl der Triangulationsvorschrift wird die Forderung nach geometrisch günstig geformten Dreiecken formal festgelegt. Hier sollen lang und schmal geformte Dreiecke für die Oberflächenbeschreibung vermieden werden. Von dieser Vorgabe profitieren sowohl die Ergänzung der topologischen Beschreibung mit geeigneten Interpolanten als auch das Rekonstruktionsverfahren selbst.

Die Diskussion zur Wahl einer Triangulationsvorschrift, also zu einer exakten Definition des zunächst vagen Begriffs 'geometrisch günstig geformter Dreiecke', wird in der Literatur für eine Reihe unterschiedlicher Kriterien geführt, vgl. z.B. die Übersichten von [Watson und Philip 1984] und [Hoschek und Lasser 1992]. Dabei beschränken sich diese prinzipiellen Überlegungen zunächst auf die Triangulation im \mathbb{R}^2 . Die beiden in der Literatur am häufigsten verwendeten bzw. empfohlenen Verfahren sind die *Triangulation mit minimalem Gewicht*, vgl. [Bengtsson und Nordbeck 1964], [Düppe und Gottschalk 1970], [Koch 1985], bei welchem die Summe der Längen aller Dreieckskanten minimiert wird, und die *Delaunay-Triangulation*, vgl. beispielsweise [Lawson 1977], [Buziek 1990], [Hoschek und Lasser 1992], welche auf dem Max-Min-Winkelkriterium basiert, also eine Maximierung des jeweils kleinsten Dreieckswinkels für alle Dreiecke der Triangulation anstrebt.

In der Praxis können die auftretenden Ergebnisunterschiede, je nach gewähltem Triangulationskriterium, gering sein. Während das recht intuitiv gewählte Kriterium der *Triangulation mit minimalem Gewicht* aber in Sonderfällen unnötigerweise schmale Dreiecke erzeugen kann, vgl. Abb. 4-3 und [Reinhardt 1991], werden mit der Delaunay-Triangulation nach dem Beweis von [Sibson 1978] stets möglichst gleichwinklige Dreiecke gebildet. [Rippa 1990] zeigt, daß man mit der Delaunay-Triangulation bei dreiecksweise linearer Interpolation der Funktionswerte $Z = f(X, Y)$ der Stützpunkte eine Oberfläche mit der Eigenschaft minimaler Rauigkeit erhält. Nach [Hoschek und Lasser 1992] ist ferner das Max-Min-Winkelkriterium das einzige Kriterium, für das lokale Optima immer auch globale Optima sind, also daß jedes lokale Viereck, definiert durch zwei entlang einer Kante aneinander anschließender Dreiecke, optimal trianguliert ist, wenn es zur globalen Triangulation gehört und umgekehrt. Lokale Punktverschiebungen bzw. -einfügungen haben damit stets auch nur lokale Änderungen in der Triangulation zur Folge. Damit zeigt sich, daß dem Max-Min-Winkelkriterium der Delaunay-Triangulation zur Festlegung einer Triangulationsvorschrift der Vorzug zu geben ist, zumal für dieses Verfahren effiziente Algorithmen und Implementierungen vorliegen.

Die Übertragung des Max-Min-Winkelkriteriums auf den \mathbb{R}^m mit $m > 2$ ist nicht direkt möglich, vgl. [Lawson 1986]. Dies ist auf anschauliche Weise plausibel, denn im Gegensatz zum Dreieck ergibt die Summe der vier Raumwinkel eines Tetraeders keinen konstanten Wert. Üblicherweise wird daher auf Kriterien zurückgegriffen, welche im \mathbb{R}^2 zum Max-Min-Winkelkriterium äquivalent sind, darüber hinaus aber auch für den \mathbb{R}^m mit $m > 2$ verallgemeinert werden können. Die wichtigsten drei allgemeinen Definitionskriterien für die Delaunay-Triangulation werden hier kurz vorgestellt.

Die für den \mathbb{R}^m wohl anschaulichste Definition der Delaunay-Triangulation gelingt über die Interpretation der Delaunay-Triangulation als dualer Graph der Voronoi-Parkettierung, bzw. Thiessen- oder Dirichlet-Parkettierung, vgl. [Lawson 1977], [Green und Sibson 1978], [Bowyer 1981]. Eine Voronoi-Parkettierung ist die Zelleneinteilung, die man erhält, indem man jeden Stützpunkt mit einer Zelle umgibt, welche genau den Raum

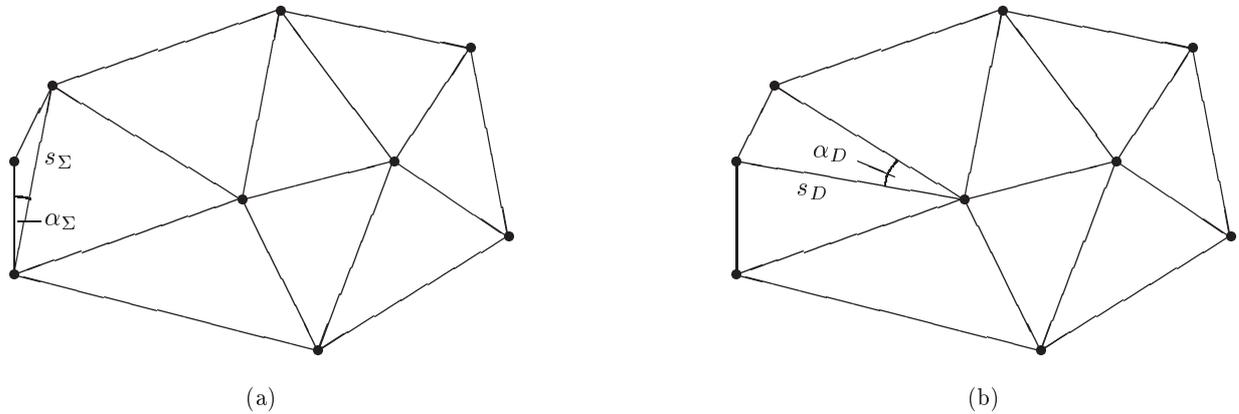


Abbildung 4-3: Beispiele zu Triangulationsvorschriften für den \mathbb{R}^2 . (a): Resultat einer Triangulation nach dem Kriterium der Minimierung der Summe der Längen aller Dreieckskanten (Triangulation mit minimalem Gewicht). (b): Ergebnis gemäß dem Max-Min-Winkelkriterium der Delaunay-Triangulation.

Die Triangulation in (a) folgt, da für die Einzelstrecke s_Σ gilt: $s_\Sigma < s_D$. Insgesamt wird mit dem Ergebnis in (a) dann auch die Gesamtsumme aller Kantenlängen minimiert. Nach dem Max-Min-Winkelkriterium werden die lokalen minimalen Dreieckswinkel für jedes Punktviereck maximiert, hier sind die Winkel α_D und α_Σ zu vergleichen. Die Triangulation in (b) folgt wegen $\alpha_D > \alpha_\Sigma$.

einschließt, für dessen Punkte der jeweilige Stützpunkt der euklidisch nächste Nachbar ist. Die Stützpunktdistanzen sind also auch für die Delaunay-Triangulation von Bedeutung! Verbindet man zwei Stützpunkte immer dann mit einem 1-Simplex, wenn die beiden Stützpunkte Zellennachbarn sind, so erhält man direkt die Teilsimplices der Delaunay-Triangulation, vgl. Abb. 4-4. Für den \mathbb{R}^2 stellen sich die einzelnen Voronoi-Zellen als konvexe Polygone dar, für den \mathbb{R}^3 entsprechend als konvexe Polyeder. Da die einzelnen Zellen der Voronoi-Parkettierung, im Gegensatz zu den Simplices der Delaunay-Triangulation, eine unregelmäßige topologische Struktur haben, wird die Voronoi-Parkettierung eher selten als direkte Grundlage für numerische Triangulationsalgorithmen vorgeschlagen, vgl. [Watson 1981]. Eine interessante Ausnahme stellt das rasterbasierte Verfahren nach [Ebner et al. 1989], [Tang 1991] für den \mathbb{R}^2 dar, welches bei vorhandenen Bildverarbeitungsrouitinen besonders einfach zu implementieren ist. Diese Vorgehensweise läßt sich prinzipiell über einen Voxelansatz für den \mathbb{R}^3 erweitern, sie ist aber bereits im \mathbb{R}^2 sehr speicherintensiv.

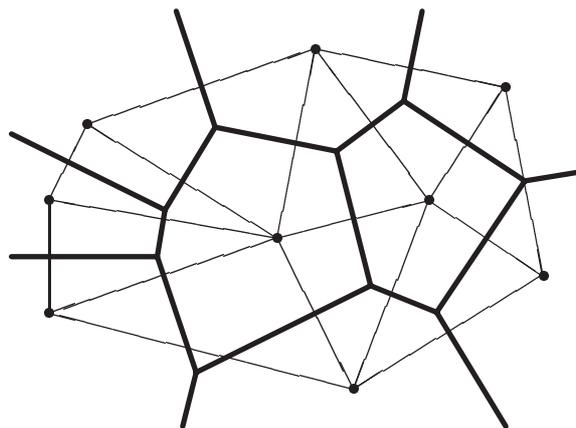


Abbildung 4-4: Voronoi-Parkettierung einer Menge von Stützpunkten im \mathbb{R}^2

Ein alternativer geometrischer Weg zu einer Delaunay-Triangulation für den \mathbb{R}^m nutzt die Tatsache, daß sich diese Aufgabenstellung auf die Bestimmung der konvexen Hülle im \mathbb{R}^{m+1} zurückführen läßt. Es wurde bereits angemerkt, daß sich die äußere Begrenzung der Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^m stets aus den $(m-1)$ -Simplices über den Stützpunkten der konvexen Hülle aller beteiligten Stützpunkte zusammensetzt. Dabei besteht die konvexe Hülle einer Menge von Stützpunkten aus der kleinsten konvexen Teilmenge dieser Stützpunkte, welche alle beteiligten Stützpunkte im geometrischen Sinne einschließt. Die entsprechenden Grundlagen zur Bestimmung der konvexen Hülle im \mathbb{R}^2 finden sich z.B. bei [Green und Sibson 1978]. Abb. 4-7(b) auf S. 40 stellt die

konvexe Hülle einer exemplarisch im \mathbb{R}^3 gegebenen Punktwolke dar. Nach [Brown 1979] läßt sich nun die im \mathbb{R}^{m+1} bestimmte konvexe Hülle auf die Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^m überführen. Anschaulich formuliert, entsprechen beispielsweise die Kanten der konvexen Hülle einer auf ein Paraboloid projizierten Stützpunktmenge des \mathbb{R}^2 der Delaunay-Triangulation der originären Stützpunktmenge. Eine solche Vorgehensweise erlaubt eine vergleichsweise einfache Formulierung und auch Programmierung eines Triangulationsalgorithmus in allgemeiner Form für den \mathbb{R}^m , vgl. den *Quickhull*-Algorithmus nach [Barber et al. 1996], der allerdings bezüglich des Rechenzeitaufwandes nicht optimal ist.

Das hier abschließend vorgestellte sogenannte Hypersphärenkriterium, vgl. [Lawson 1977], [Lee und Schachter 1980], [Watson 1981], bildet die Grundlage der Mehrzahl der in der Literatur vorgeschlagenen Algorithmen zur Delaunay-Triangulation, weil es eine effiziente Vorgehensweise über lokale Operationen ermöglicht. Danach bilden $(m + 1)$ Punkte einer zu triangulierenden Punktmenge im \mathbb{R}^m genau dann einen Simplex der Delaunay-Triangulation, wenn die von ihnen aufgespannte Hypersphäre keinen weiteren Stützpunkt enthält. Für den \mathbb{R}^2 bedeutet dies einen leeren Dreiecksumkreis, vgl. Abb. 4-5, für den \mathbb{R}^3 entsprechend eine leere umgebende Kugel der vier einen Tetraeder aufspannenden Punkte. Wird in einer bestehenden Delaunay-Triangulation die Lage eines Stützpunktes verändert, oder wird ein Stützpunkt hinzugefügt oder eliminiert, so läßt sich über das Hypersphären-Kriterium die lokale Umgebung eingrenzen, in welcher die Triangulation überprüft und gegebenenfalls angepaßt werden muß. Bei der Hinzunahme eines Stützpunktes beispielsweise sind nur diejenigen Simplices neu zu triangulieren, deren Hypersphäre den neuen Stützpunkt enthält.

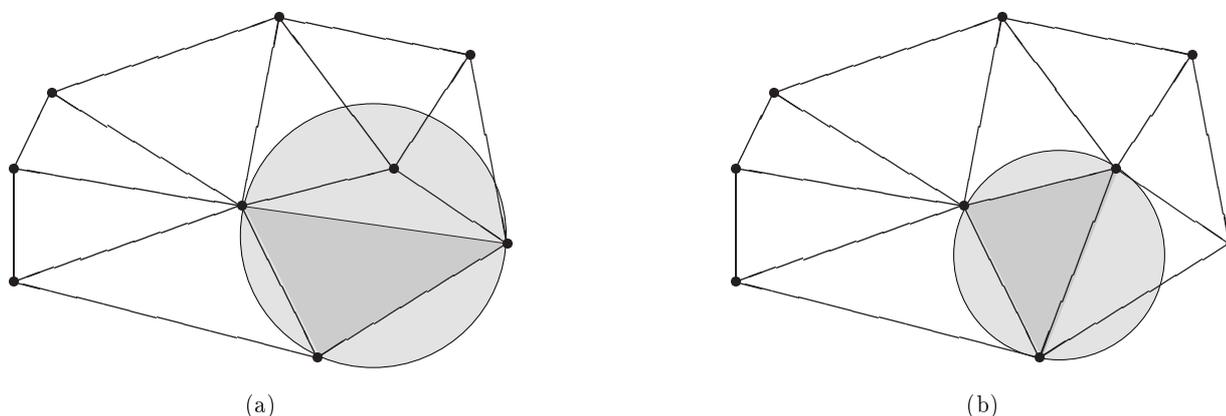


Abbildung 4-5: Umkreiskriterium als geometrische Grundlage der Delaunay-Triangulation einer Menge von Stützpunkten im \mathbb{R}^2 . (a): Das markierte Dreieck gehört nicht zu einer Delaunay-Triangulation, da sein Umkreis einen weiteren Punkt enthält. (b): Bei der Delaunay-Triangulation trifft das Umkreiskriterium für jedes Dreieck zu.

Anhand ihrer unterschiedlichen Strategien unterscheidet man zweistufige, inkrementell aufbauende und sogenannte *Divide-et-impera*-Algorithmen.

Zweistufige Algorithmen bauen zunächst eine Initialtriangulation auf, vgl. die ausführliche Darstellung von [Mirante und Weingarten 1982], welche dann anhand des Hypersphärenkriteriums iterativ nachoptimiert wird. Dabei werden stets nur zwei benachbarte Simplices daraufhin betrachtet, ob sie lokal das Delaunay-Kriterium erfüllen – falls nein, muß eine lokale Transformation der ursprünglichen Triangulation ausgeführt werden. Für die Triangulation im \mathbb{R}^2 besteht diese lokale Transformation in einem trivialen Kantentausch, da vier Punkte nur in zwei Varianten trianguliert werden können, vgl. z.B. [Lawson 1977], [Lewis und Robinson 1978]. Zum Teil wird statt des Umkreiskriteriums auf das hier äquivalente Max-Min-Winkelkriterium zurückgegriffen. Im \mathbb{R}^3 stellen sich die möglichen lokalen Transformationen etwas komplexer dar, da mit fünf Stützpunkten je nach ihrer Konfiguration zwei bis vier Tetraeder gebildet werden können. Trotzdem läßt sich mit dem Algorithmus nach [Joe 1991a] auch für den \mathbb{R}^3 über lokale Transformationen stets eine Delaunay-Triangulation erzielen.

Inkrementell aufbauende Algorithmen beginnen mit der Delaunay-Triangulation einer Untermenge der Stützpunkte, beispielsweise einem Initialdreieck, oder der Triangulation der Stützpunkte der konvexen Hülle aller Stützpunkte. Schrittweise wird immer ein neuer Stützpunkt hinzugenommen. Dabei wird die jeweilige temporäre Triangulation lokal derart modifiziert, daß abschließend immer wieder eine globale Delaunay-Triangulation aller bisher beteiligten Stützpunkte vorliegt. [Watson 1981], [Bowyer 1981] testen allgemein für den \mathbb{R}^m anhand des Hypersphärenkriteriums, in welchen bereits bestehenden Hypersphären ein Neupunkt zu liegen kommt und schließen daraus auf eine Neuvermaschung der beteiligten Simplices. Für das Arbeiten im \mathbb{R}^2 greifen [Lee und Schachter 1980], [Guibas und Stolfi 1985] wiederum auf das Max-Min-Winkelkriterium zurück. Der Vorteil dieser Algorithmen liegt insbesondere darin, daß sie lokale Änderungen, wie nachträgliches Punkteinfügen, unter

minimalem Zeitaufwand ermöglichen. Diese Eigenschaft ist beispielsweise für die in Kap. 4.3 vorgeschlagene Strategie zur lokalen Modifikation der Stützpunktdichte mittels Elimination und Hinzunahme von Einzelpunkten unverzichtbar.

Divide-et-impera-Algorithmen, vgl. z.B. [Guibas und Stolfi 1985], [Joe 1986], [Dwyer 1987], nehmen zunächst eine stufenweise Unterteilung der Stützpunkte in Untermengen vor. Diese Untermengen werden, wie bei den bisher angegebenen Verfahren, separat trianguliert. Anschließend werden sie zusammengefügt, wobei stets nur eine Modifikation der jeweiligen Randbereiche der Teiltriangulationen erforderlich ist.

Der Rechenzeitaufwand ist nach den in der Literatur oft angegebenen Abschätzungen für den ungünstigsten Fall (*worst-case-complexity*) für die *Divide-et-impera*-Algorithmen geringer als für die inkrementell aufbauenden Algorithmen. Empirisch ermittelte Laufzeiten vergleichbarer Implementierungen relativieren diesen Vorteil allerdings weitgehend, vgl. z.B. [Lee und Schachter 1980], [Sloan 1987]. Es bleibt aber der Vorteil der Flexibilität der inkrementell aufbauenden Algorithmen hinsichtlich der Hinzunahme bzw. der Elimination einzelner Stützpunkte. Weiterhin erweist sich die zweistufige Vorgehensweise als vorteilhaft, wenn die Stützpunkte einer Triangulation nach kleinen lokalen Verschiebungen erneut trianguliert werden sollen, z.B. nach einem Iterationsschritt des eigentlichen Rekonstruktionsverfahrens, vgl. Kap. 7.

Im Rahmen der Oberflächenrekonstruktion kann sich oftmals die Notwendigkeit der Integration von Zwangsbedingungen in die Delaunay-Triangulation ergeben. So wurde bisher per Definition davon ausgegangen, daß die Delaunay-Triangulation immer genau innerhalb der konvexen Hülle einer Stützpunktmenge bestimmt wird. In der Praxis wird aber eine Stützpunktvermaschung für ein vorgegebenes Auswerteggebiet gefordert, welches natürlich nicht dem Inhalt der konvexen Hülle der Stützpunktmenge entsprechen muß, sondern den Anforderungen bestimmter Randbedingungen wie beispielsweise eines Randpolygons genügen soll. Ein weiterer Grund liegt dann vor, wenn nicht nur bestimmte Punkte, sondern auch die Verbindungskanten von Stützpunkten im Objektraum als Sollvorgabe in den Rekonstruktionsprozeß eingehen sollen. Auch für diesen Fall muß die Vorgabe von Teilsimplices als Zwang möglich sein. Für die Umsetzung solcher Zwänge im Rahmen der Triangulation unterscheidet man grundsätzlich die Vorgehensweisen der Delaunay-Triangulation unter Zwang (*constrained Delaunay triangulation*) und der angepaßten Delaunay-Triangulation (*conformed Delaunay triangulation*).

Bei der Delaunay-Triangulation unter Zwang wird nach [Lee und Lin 1986] die zugrundeliegende geometrische Triangulationsvorschrift neu definiert. Das Umkreis Kriterium wird beispielsweise dahingehend eingeschränkt, daß nur noch der Teilumkreis von drei Stützpunkten betrachtet wird, welcher nicht über die als Barrieren betrachteten Zwangsseiten hinausgeht. Dies wird auch als „Sichtbarkeitskriterium“ bezeichnet, vgl. Abb. 4-6(a). Die neue Definition des lokalen Max-Min-Winkelkriteriums bezüglich der Delaunay-Triangulation unter Zwang ist trivial, da die Zwangskanten einfach nicht für lokale Transformationen, im \mathbb{R}^2 beispielsweise für den Kautausch im Viereck, zur Verfügung stehen. Die oben angesprochenen inkrementell aufbauenden Triangulationsverfahren zeichnen sich dadurch aus, daß lokale Änderungen unter minimalem Aufwand lokal in die Triangulation übernommen werden können. Diese Eigenschaft wird von [De Floriani und Puppo 1992] zur Erstellung einer Delaunay-Triangulation unter Zwang ausgenutzt, indem zunächst eine echte Delaunay-Triangulation bestimmt wird, in welche die Zwangskanten nachträglich lokal integriert werden. Dies entspricht einer Erweiterung des

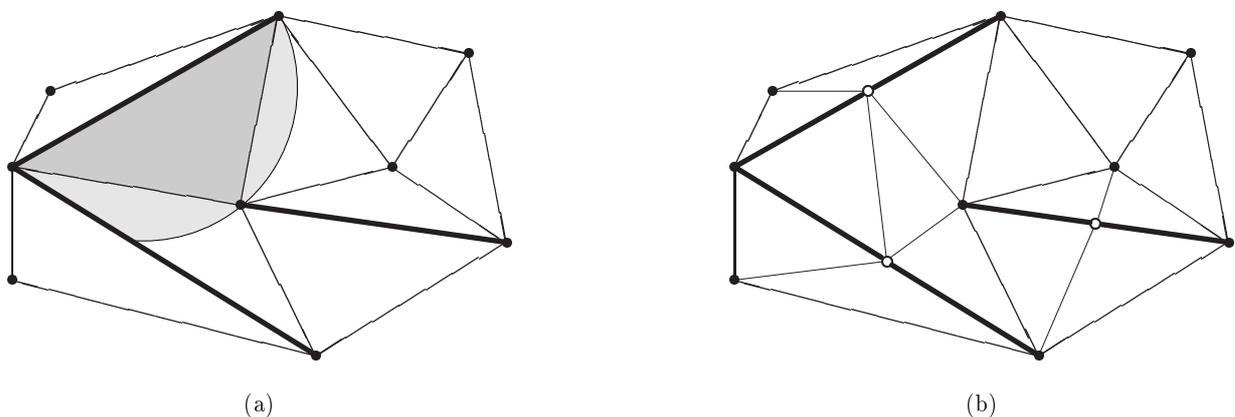


Abbildung 4-6: Delaunay-Triangulation einer Menge von Stützpunkten im \mathbb{R}^2 unter Einbeziehung von Zwangsbedingungen (Zwangsseiten sind fett dargestellt). (a): Die Delaunay-Triangulation erfolgt direkt unter Zwang (*constrained Delaunay triangulation*), beispielhaft ist ein durch das „Sichtbarkeitskriterium“ eingeschränkter Umkreis dargestellt. (b): Durch das Einfügen zusätzlicher Punkte (o) werden die Zwangsbedingungen Teil einer echten Delaunay-Triangulation (*conformed Delaunay triangulation*).

Algorithmus von [Watson 1981]. Aber auch in *Divide-et-impera*-Algorithmen lassen sich Zwangsbedingungen miteinbeziehen, vgl. z.B. [Chew 1989], ebenso bei der zweistufigen Triangulation, vgl. [Joe 1992]. Das Konzept der angepaßten Delaunay-Triangulation behält, im Gegensatz zur Delaunay-Triangulation unter Zwang, die ursprüngliche Triangulationsvorschrift einer Delaunay-Triangulation bei. Hier werden die ursprünglichen Stützpunkte solange durch zusätzliche Stützpunkte auf den Kanten der ursprünglichen Triangulation ergänzt, bis die geforderten Zwangskanten Teil der resultierenden Delaunay-Triangulation sind, vgl. Abb. 4-6(b) und [Sapidis und Perucchio 1991], [De Floriani et al. 1998].

Im oberen Teil von Tabelle 4-1 werden die wesentlichen bisher angesprochenen Verfahren für den \mathbb{R}^3 noch einmal zusammengefaßt. Dabei wird in der Zusammenschau ein Manko der allgemeinen Delaunay-Triangulation deutlich sichtbar: Gerade das aufgrund seiner anschaulichen Plausibilität für die Einführung der Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^2 verwendete Winkelkriterium läßt sich als einziges der vorgestellten und im \mathbb{R}^2 äquivalenten Kriterien nicht als Delaunay-Kriterium auf Räume \mathbb{R}^m mit $m > 2$ übertragen. Dies hat im Einzelfall durchaus praktische Konsequenzen, denn im Gegensatz zum Verhalten im \mathbb{R}^2 können bei einer Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^3 auch bei relativ homogen verteilten Stützpunkten entartete Tetraeder auftreten, sog. *slivers*, vgl. [Cavendish et al. 1985], die sich dadurch auszeichnen, daß ihre vier beteiligten Stützpunkte sämtlich in der Nähe des Äquators der Umkugel liegen. Während [Cavendish et al. 1985] dieses Problem mit einer zwar pragmatischen, aber zugleich auch eher intuitiven Nachbearbeitung der Triangulation zu bereinigen suchen, schlägt [Joe 1991b] mit dem Max-Min-Raumwinkelkriterium eine alternative Triangulationsvorschrift für den \mathbb{R}^3 vor, die nicht äquivalent zu den Kriterien der Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^3 ist. In Anlehnung an das lokale Max-Min-Winkelkriterium im \mathbb{R}^2 definiert er eine lokale Triangulationsvorschrift, nach welcher jeweils der minimale Raumwinkel im Tetraeder maximiert wird. Dabei wird als Maß des Raumwinkels der Flächenanteil verwendet, welcher von diesem Raumwinkel aus der Einheitskugel um den Stützpunkt als Mittelpunkt herausgeschnitten wird. Die entsprechende Triangulation erfolgt nach [Joe 1995] durch lokale Transformationen, welche wie bei [Cavendish et al. 1985] auf einer vorab erstellten Delaunay-Triangulation aufbauen.

Kriterien einer Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^3	Algorithmische Lösungen
Voronoi-Parkettierung	• voxelbasierte Verfahren
Äquivalenz zur konvexen Hülle im \mathbb{R}^4	• <i>Quickhull</i>
Hypersphärenkriterium	• zweistufige Algorithmen, via Initialtriangulation & lokale Transformationen • inkrementell aufbauende Algorithmen • <i>Divide-et-impera</i> -Algorithmen
Alternative Kriterien für den \mathbb{R}^3	Algorithmische Lösungen, jeweils auf einer Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^3 aufbauend
Max-Min- (Raum-) Winkelkriterium	• explizite Identifikation und Elimination von <i>slivers</i> • Nachiteration über lokale Transformationen

Tabelle 4-1: Zusammenstellung der angesprochenen Definitionskriterien von Triangulationen im \mathbb{R}^3 samt den zugehörigen algorithmischen Lösungen.

Während über die Delaunay-Triangulation im \mathbb{R}^m mit $m \geq 2$ sehr weitgehende und systematisierte Kenntnisse vorliegen, hat das Wissen über optimale Triangulationen bezüglich alternativer Qualitätsmaße im \mathbb{R}^3 einen eher bruchstückhaften Charakter. Für die im folgenden angegebenen Verfahren, welche auf einer Triangulation im \mathbb{R}^3 aufbauen, wird in der Literatur meist einfach eine Delaunay-Triangulation als Basis angegeben. Dabei bleibt normalerweise offen, ob die Existenz entarteter Tetraeder einfach vernachlässigt wird oder ob deren Elimination stillschweigend vorausgesetzt wird. Auch in dieser Arbeit wird der Einfachheit halber weiterhin der Begriff der Delaunay-Triangulation verwendet, wobei aber stets eine Bereinigung nach dem Vorschlag von [Joe 1995] impliziert wird, und die resultierende Triangulation aufgrund der eindeutigen Definition der Delaunay-Triangulation unter Umständen gar keine Delaunay-Triangulation mehr ist.

4.2 Bildung einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 aus Stützpunkten

Stützpunkte, die auf der definierten Basis einer globalen zweidimensionalen Parameterfläche vorliegen, können über dieses Parametersystem hinsichtlich ihrer Topologie relativ einfach festgelegt werden. Regelmäßig angeordneten Stützpunkten, z.B. in der Form eines ebenen Quadratrasters, kann sofort eine implizite Topologie unterstellt werden. Unregelmäßig in einer Parameterebene angeordneten Stützpunkten (*scattered data*) kann, wie oben angegeben, über eine zweidimensionale Triangulation in der Parameterebene eine topologische Struktur zugeordnet werden. Die Parameterfläche muß natürlich keine Ebene sein, abwickelbare Flächen wie Zylinder- oder Kegelkoordinatensysteme erfüllen denselben Zweck, auch für unregelmäßig auf einer Kugeloberfläche angeordnete Stützpunkte gibt es Verfahren zur Triangulation, vgl. [Hoschek und Lasser 1992]. Wenn die Einführung einer adäquaten globalen Parameterfläche auf einfache Weise möglich ist, sind die verbleibenden Anforderungen an die im wesentlichen nur noch zweidimensional zu behandelnde Oberflächenvermaschung deutlich geringer als an die im folgenden zu diskutierende Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 . Exemplarisch für eine solche Vorgehensweise sei auf [Choi et al. 1988] verwiesen, wo für den Fall, daß Sichtbarkeit der gesamten Oberfläche von einem Punkt aus möglich ist und dieser Punkt bekannt ist, eine Oberflächenvermaschung gefunden wird. Auf der Einheitskugel um diesen ausgezeichneten Punkt als Parameterfläche läßt sich dann eine Initialtriangulation finden, welche in einem Nachbearbeitungsschritt durch eine Kombination des Max-Min-Winkelkriteriums der Triangulation im \mathbb{R}^2 und eines sog. Glattheitskriteriums optimiert wird.

Für die Luftbildphotogrammetrie reicht eine solche zweidimensional orientierte Vorgehensweise fast immer aus, um mit Hilfe der Ergebnisse aus der Orientierungsphase der Bilder (z.B. die Verknüpfungspunkte einer Bündelausgleichung) zu einer geeigneten Startfläche zu gelangen. Für die Nahbereichsphotogrammetrie dagegen kann die entsprechende flächenhafte, *a priori* vorzunehmende Zerlegung einer approximativ vorliegenden Objektbeschreibung einen erheblichen Aufwand an manueller Interaktion erfordern und so im Widerspruch zu den Anforderungen eines weitgehend automatisierten Rekonstruktionsprozesses stehen. Deshalb soll die Voraussetzung der vorgegebenen globalen Parameterfläche an dieser Stelle vorübergehend aufgegeben werden. Es werden also im weiteren Verlauf Verfahren vorgestellt und diskutiert, welche die topologische Beschreibung einer allgemeinen Fläche im \mathbb{R}^3 herstellen, die zunächst nur durch ihre Stützpunkte im \mathbb{R}^3 repräsentiert wird. Auf die Verwendung ergänzender Zusatzinformationen wird dabei zunächst bewußt verzichtet.

Eine nach der bisherigen Argumentation sehr naheliegende Methode zur Festlegung einer allgemeinen Fläche im \mathbb{R}^3 besteht darin, den bisher immer vorausgesetzten Homöomorphismus der Topologie der Fläche im \mathbb{R}^3 zur Topologie auf einer zweidimensionalen Parameterfläche zwar nicht mehr global vorauszusetzen, aber stets lokal eine Approximation der Tangentialebene an die Fläche mitzuführen, für welche die Homöomorphieannahme zutrifft. [Boissonnat 1984] stellt einen entsprechenden Algorithmus vor, der die Oberflächentopologie schrittweise aufbaut: Beginnend mit nur einem Punkt, werden weitere Punkte nur noch bezüglich einer lokalen Nachbarschaft betrachtet und über eine lokal approximierte Tangentialebene an die bestehende Triangulation angehängt. Als Grundvoraussetzung für diese Vorgehensweise benennt [Boissonnat 1984] eine ausreichend feine Diskretisierung. Der Punktabstand benachbarter Stützpunkte muß kleiner als der minimale Oberflächenkrümmungsradius in der lokalen Umgebung sein. Nachteilig an dieser Vorgehensweise ist, daß die Größe der zu betrachtenden Nachbarschaft stets *a priori* festzulegen ist, wobei für die Qualität der Triangulation eine eher ausgedehnte Umgebung, für die Qualität der Approximation der Tangentialebene aber eine möglichst eingeschränkte Umgebung wünschenswert ist. Weiterhin ist die Methode nicht kanonisch: Je nach Startpunkt kann man durchaus unterschiedliche Lösungen erhalten.

Aus der eben vorgestellten Vorgehensweise nach [Boissonnat 1984] läßt sich als wesentliches Merkmal herauslesen, daß kurze Stützpunktabstände eine Oberflächenzugehörigkeit der entsprechenden Verbindungsstrecken signalisieren. In Analogie zur Wahl der Triangulationsvorschrift bei der *Triangulation mit minimalen Gewicht* wird diese grundlegende Eigenschaft von einem Verfahren zur Oberflächenvermaschung mittels eines euklidischen Nachbarschaftsgraphens (*euclidean minimum spanning tree = EMST*) genutzt, vgl. [Mencl 1995], [Weller und Mencl 1996]. Dabei wird für die gesamte Stützpunktswolke zunächst ein euklidischer Nachbarschaftsgraph aufgebaut. Dieser zeichnet sich dadurch aus, daß die Summe der Seitenlängen minimal, und daß der Graph insgesamt zusammenhängend ist, vgl. [Veltkamp 1994]. Die Verbindungsstrecken des Nachbarschaftsgraphen bilden das (nicht mehr kanonische) Grundgerüst der Oberflächenvermaschung. Bedingungen (*constraints*) für die Oberflächenvermaschung können direkt beim Aufbau des Nachbarschaftsgraphen berücksichtigt werden. Die sich anschließende Verdichtung des Nachbarschaftsgraphen erfolgt in zwei Stufen mit wieder eher intuitivem Charakter: Der Verdichtung des Graphen zu einzelnen geschlossenen Polyedern und eine abschließende lokale, zweidimensionale Triangulation innerhalb dieser Polyeder.

Der bisher auftretende, stets etwas unbefriedigende Rückgriff auf zweidimensionale Approximationen läßt sich völlig vermeiden, wenn als Basis für die Erstellung der Oberflächenvermaschung eine dreidimensionale Delaunay-Triangulation benutzt wird, vgl. Abb. 4-7. Bei ausreichender Stützpunktdichte, vgl. oben, kann davon ausgegangen werden, daß die gesuchte Oberflächenvermaschung eine Untermenge der dreidimensionalen

Delaunay-Triangulation darstellt. Auf genau diesem Grundgedanken baut [Boissonnat 1984] einen weiteren Algorithmus zur Bestimmung einer Oberflächenvermaschung auf, den er mit Skulpturbildung (*sculpturing*) betitelt. Dabei werden von der dreidimensionalen Delaunay-Triangulation, deren Außenfläche zunächst die konvexe Hülle aller Stützpunkte darstellt, schrittweise nach vorgegebenen Regeln außenliegende Tetraeder entfernt, bis mindestens sämtliche Stützpunkte auf der neuen Oberfläche liegen. Prinzipiell entfernt werden darf ein Tetraeder mit nur einer Außenfläche, wenn der der Außenfläche gegenüberliegende Stützpunkt noch kein außenliegender Punkt ist, und ein Tetraeder mit zwei Außenflächen, wenn eine Tetraederkante noch keine Außenkante ist. Ergänzend wird für die Reihenfolge der zu eliminierenden Tetraeder ein Kriterium festgelegt, vgl. die leicht differierenden Vorschläge von [Boissonnat 1984] und [Veltkamp 1994].

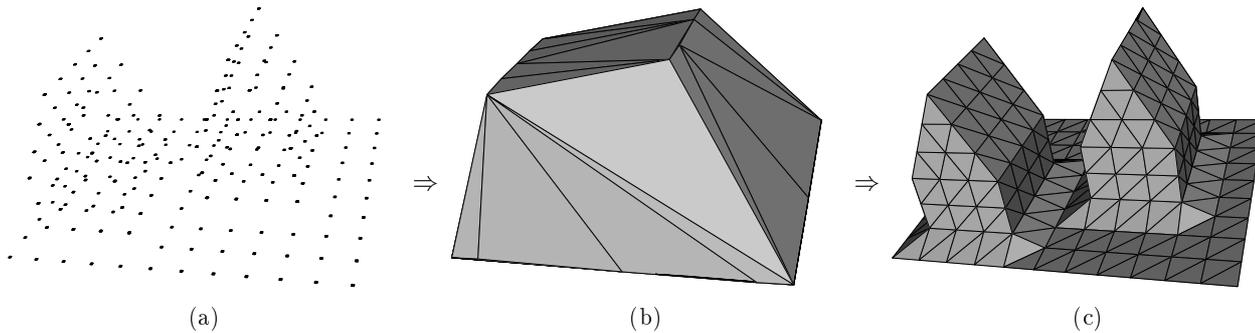


Abbildung 4-7: 3D-Oberflächenvermaschung mittels dreidimensionaler Delaunay-Triangulation. (a): Stützpunktwolke im \mathbb{R}^3 . (b): Konvexe Hülle der Stützpunkte (Delaunay-Triangulation). (c): Oberflächenvermaschung nach Freilegung aller Stützpunkte über Tetraederelimination.

Vorteilhaft bei dieser Vorgehensweise ist insbesondere, daß während des gesamten Verlaufs der Tetraederelimination eine konsistente, global flächenhafte Triangulation aller beteiligten Stützpunkte vorliegt, auch wenn die Ausdifferenzierung der gesuchten Oberfläche noch nicht abgeschlossen ist. Eine heuristische Vorgehensweise beschränkt sich nun mehr auf die Festlegung der Reihenfolge der Elimination von Tetraedern, aber nicht mehr direkt auf die Verknüpfung von Stützpunkten. Nachteilig ist, daß der Sonderfall auftreten kann, daß, unter Verwendung der oben angegebenen Regeln für die Elimination, einzelne Stützpunkte aufgrund der jeweiligen Struktur der Triangulation prinzipiell nicht freigelegt werden können. Um diesen Spezialfall zu handhaben, interpretiert [Veltkamp 1994] die dreidimensionale Delaunay-Triangulation als Sonderfall eines γ -Nachbarschaftsgraphen, und zwar in der von ihm verwendeten Notation als $\gamma([-1, 1], [0, 1])$. Läßt sich ein einzelner Stützpunkt der Delaunay-Triangulation nicht freilegen, so wird diese lokal durch einen $\gamma([-1, 1], [c_0, 1])$ -Graphen mit $c_0 \in [-1, 0]$ ersetzt. Anschaulich werden durch diese Vorgehensweise lokal sich überschneidende Tetraeder temporär mit in die Triangulation bzw. den Graphen aufgenommen, wodurch neuer Spielraum für die Elimination geschaffen wird. Bedingt durch die integrierten heuristischen Regeln und die Abhängigkeit von der Stützpunktverteilung kann eine vollständig erfolgreiche Skulpturbildung in der Regel nicht garantiert werden – eher läßt eine erfolgreiche Skulpturbildung Rückschlüsse auf die Eigenschaften der Stützpunktverteilung zu.

An dieser Stelle sei weiterhin das Konzept der α -Flächen (α -shapes) erwähnt, vgl. [Mücke 1993], [Edelsbrunner und Mücke 1994], [Akkiraju et al. 1995], welches ebenfalls auf der Basis einer Triangulation im \mathbb{R}^3 aufbaut, allerdings ohne den Vorteil der stets konsistenten Oberfläche. Eine α -Fläche besteht wieder aus einer Untermenge der dreidimensionalen Delaunay-Triangulation. Sie ist derart definiert, daß sie im \mathbb{R}^3 alle Tetraeder enthält, für deren Umkugelradius $r_{Umkugel} \leq \alpha$ gilt, alle Dreiecke, für deren Umkreisradius $r_{Umkreis} \leq \alpha$ gilt, sowie alle Strecken, für deren Länge $s \leq 2\alpha$ gilt. Der Wert α läßt sich aus den Verteilungen aller Umkugelradien, Umkreisradien und Streckenlängen abschätzen oder muß interaktiv gewählt werden. Für sehr homogene und ausreichend hohe Stützpunktdichten bezüglich der gesuchten Oberfläche kann man auf interaktivem Weg oft relativ schnell eine akzeptable Lösung erzielen. Die Qualitätseigenschaften des skulpturbildenden Verfahrens, nämlich die zusammenhängende, lückenlose Integration aller Stützpunkte zu einer Oberfläche, werden mit α -Flächen in der Regel aber nicht erreicht. α -Flächen sind daher für die automatische Rekonstruktion eher weniger geeignet, stellen aber eine interessante Möglichkeit dar, um auf manuell-interaktivem Weg einen anschaulichen Einblick in die Stützpunktverteilungseigenschaften einer Punktwolke zu erhalten.

Eine echte Alternative zur Skulpturbildung, was die Auffindung einer global konsistenten Fläche angeht, ist die Vorgehensweise über *blobs*, vgl. [Uray und Pinz 1995], [Uray 1996], [Uray et al. 1995]. *Blobs* lassen sich als Graphikprimitive charakterisieren, sie werden als Isofläche einer skalaren Funktion im \mathbb{R}^3 formuliert. In der Computergraphik finden *blobs* beispielsweise bei der Modellierung von Flüssigkeitströpfchen Verwendung,

welche ab der Unterschreitung eines bestimmten gegenseitigen Abstandes ineinander übergehen sollen. Um jeden Stützpunkt als Zentrum wird ein *blob* plaziert, die jeweilige Ausdehnung dieses *blobs* ist funktional abhängig von der lokalen Stützpunktdichte, vgl. [Uray 1998]. Anschließend wird eine Voxelbildung vorgenommen, wobei in Relation zum minimalen Stützpunktstand eine vergleichsweise feine Rasterung zu wählen ist. Alle Voxel im Inneren der *blobs* werden binär markiert, durch einen einfachen Füllalgorithmus werden zusätzlich auch allseitig umschlossene Voxel markiert. Dieses zwar hochaufgelöste, im Hinblick auf die Oberflächenbeschreibung aber recht grobe Voxelkonglomerat kann aufgrund seiner regelmäßigen Struktur einfach trianguliert werden. Auf dieser Grundlage ist es wiederum trivial, auf die Oberflächenvermaschung der originären Stützpunkte zu schließen, vgl. [Uray 1996]. Diese Methode ist durch den Umweg über die Voxelbildung äußerst speicherintensiv, bietet dafür aber eine nahezu vollautomatische Vorgehensweise.

Diese Zusammenschau spiegelt die enormen Anstrengungen wider, die unternommen werden, um von einer unstrukturierten Punktwolke im \mathbb{R}^3 zu einer Oberflächenvermaschung zu gelangen. Mit den genannten Verfahren kann eine Reihe praxisorientierter Aufgabenstellungen zufriedenstellend gelöst werden. Trotzdem impliziert die grundlegende Forderung nach einer ausreichend hohen Stützpunktdichte in Abhängigkeit von den lokalen Eigenschaften des Oberflächenverlaufes, daß ein erfolgreicher und vollautomatischer Ablauf im allgemeinen nicht garantiert werden kann. Insgesamt stellen sich die auf einer dreidimensionalen Delaunay-Triangulation aufbauenden Verfahren erfolgsversprechender dar als die konkurrierenden lokal approximierenden Verfahren. Darüber hinaus vereinfachen sie den Zugang zu topologischen Strukturen mit komplexeren Qualitäten. Darunter fällt beispielsweise die Segmentierung mehrerer geschlossener Oberflächen oder die Ausbildung torusartiger Strukturen, also von 'Löchern' in der Oberfläche, vgl. Abb. 4-11 auf S. 47. Weiterhin erleichtert die globale Vorgehensweise sowohl die Abschätzung des zu erwartenden Automatisierungsgrades als auch die Einbeziehung von Zusatzinformationen. Die Darstellung im folgenden Unterkapitel 4.2.1 orientiert sich daher im wesentlichen am Skulpturbildungsansatz nach [Boissonnat 1984], [Veltkamp 1994], um durch die Integration typischer Informationen aus dem photogrammetrischen Rekonstruktionsprozeß, nämlich den Projektionszentren der Bilder, die Gewinnung einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 zusätzlich zu stützen.

4.2.1 Einbeziehung photogrammetrischer Zusatzinformation

Der Einsatz von Verfahren zur Bildung einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 ist hinsichtlich der photogrammetrischen Rekonstruktion insbesondere in zwei Fällen von Interesse. Der eine Fall ist die Startphase der Rekonstruktion. Falls keine approximative flächenhafte Beschreibung des zu rekonstruierenden Objekts vorliegt, ist eine solche in der Regel aus Daten der Orientierungsphase der Bilder zu erzeugen. Dieser Fall ist hier zunächst zu diskutieren. Der zweite Fall liegt dann vor, wenn das zu rekonstruierende Objekt eine qualitative Veränderung der topologischen Struktur während des Verlaufs der Oberflächenrekonstruktion, also in den jeweiligen Prolongationsphasen, erfordert. In dem das 4. Kapitel abschließenden Teil 4.4, der Diskussion von Prolongationsstrategien, wird die Oberflächenvermaschung in einem leicht variierten Kontext noch einmal aufgegriffen werden.

Liegt für die Startphase der photogrammetrischen Rekonstruktion keine approximative, flächenhafte Objektbeschreibung vor, so bietet sich gegenüber einer rein manuell-interaktiven Erstellung in der Regel die Nutzung der in der Orientierungsphase der Bilder anfallenden Objektinformation an. Über den Standardweg der Bündelausgleichung erhält man mittels der heute verfügbaren Verfahren meist punkt- oder linienhafte Objekte im Objektraum, vgl. [Heipke 1996]. Die direkte strukturelle Verknüpfung dieser Informationen kann oft trivialen Charakter haben, wenn die Abbildung der Objektraumdaten in den \mathbb{R}^2 auf einfache Weise möglich ist und somit auch eine zweidimensionale Triangulation, eventuell unter Einbeziehung vorliegender linienhafter oder polygonaler Strukturen als Bedingungen (*constraints* im Sinne der Delaunay-Triangulation unter Zwang), ausreicht. Insbesondere bei Anwendungen der Nahbereichsphotogrammetrie ist diese vereinfachende Annahme aber nicht immer zu treffen, womit die vorgestellten Verfahren zur Bildung einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 in den Blickpunkt rücken.

Problematisch bei der Anwendung dieser Verfahren ist in erster Linie die Hypothese einer stets ausreichenden Stützpunktdichte, welche einen starken Einfluß auf die prinzipielle Möglichkeit einer weitgehend automatischen Lösung beinhaltet. In aller Regel ist diese Hypothese *a priori* kaum nachzuprüfen, was stets zumindest eine interaktive Ergebniskontrolle der Oberflächenvermaschung erfordert. In jedem Fall empfiehlt sich die Integration zusätzlich vorhandenen, expliziten Wissens, wenn dadurch die Bildung der Oberflächenvermaschung gestützt werden kann. Im Fall der relativen bzw. absoluten Orientierung von Bildern liegt solche Zusatzinformation in der Form vor, daß die photogrammetrische Bündelausgleichung nicht nur ausgeglichene Objektkoordinaten liefert, sondern auch die Zusatzinformation, welcher Punkt von welchem Projektionszentrum aus sichtbar ist. Diese Zusatzinformation läßt sich beispielsweise in die Tetraederelimination des Skulpturbildungsverfahrens in der Weise integrieren, daß sämtliche Tetraeder, deren Außenflächen von einem Abbildungsstrahl geschnitten werden, grundsätzlich zu eliminierende Außentetraeder sind.

Für das Arbeiten im \mathbb{R}^2 wird ein solches Vorgehen exemplarisch von [Faugeras 1993] vorgestellt und diskutiert, vgl. Abb. 4-8. Dabei wird als Situation unterstellt, daß ein Roboter mit einem Stereosensor in Normalfallkonfiguration einen labyrinthartigen Gang erkundet. Von unterschiedlichen Standpunkten des Roboters aus (kleine Kreuze) werden stereoskopisch die Koordinaten von Stützpunkten im Objektraum an den seitlichen Wänden bestimmt (große Kreuze). Der jeweils komplette Stützpunktsatz im Objektraum wird trianguliert, vgl. Abb. 4-8(b) und (d), anschließend werden sämtliche von Abbildungstrahlen geschnittenen Dreiecke wieder eliminiert. Die Kanten der konvexen Hülle werden dabei formal als zusätzliche Dreiecke behandelt. Abb. 4-8(c) und (e) bis (h) stellen die jeweiligen Ergebnisse nach der Dreieckselimination dar, wobei die Reihenfolge der Abbildungen den Fortgang der Erkundung wiedergibt.

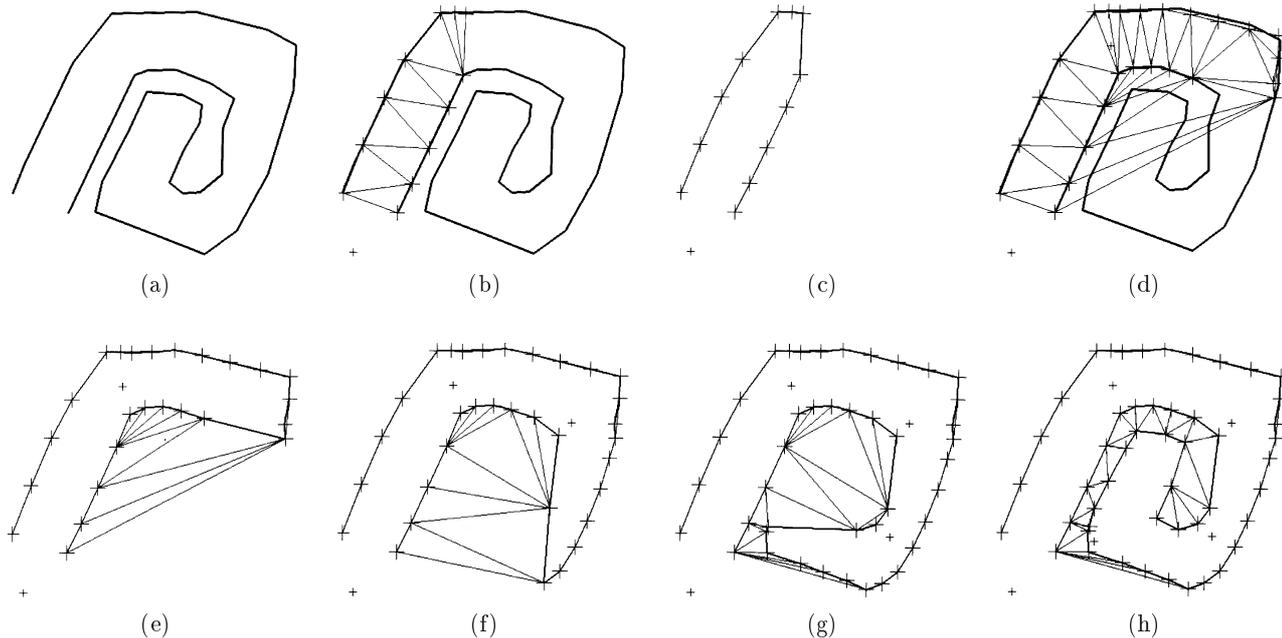


Abbildung 4-8: Beispiel für die Skulpturbildung im \mathbb{R}^2 , gesteuert über ein Sichtbarkeitskriterium, aus [Faugeras 1993]. + Kamerastandpunkte, + Objektpunkte. (a): Der zu rekonstruierende Grundriß. (b) und (d): Die Delaunay-Triangulationen aller zu einem Zeitpunkt vorliegenden Punkte. (c) und (e)-(h): Die jeweiligen Resultate nach der Dreieckselimination aufgrund des Sichtbarkeitskriteriums.

Unter den in diesem Beispiel speziellen Voraussetzungen (Beschränkung auf den \mathbb{R}^2 , Annahme einer sehr kleinen Stereobasis) reichen sogar die Abbildungsstrahlen allein für die Skulpturbildung aus, ohne die Berücksichtigung weiterer Eliminationsregeln wie bei [Boissonnat 1984]. Diese Voraussetzungen können aber für den Allgemeinfall im \mathbb{R}^3 nicht übernommen werden. Weiterhin ist bei Verwendung automatisierter digitaler Lösungen in der Orientierungsphase mit dem Auftreten von Fehlzuordnungen und damit der fehlerhaften Vorgabe von Abbildungsstrahlen zu rechnen. Die Einbeziehung der Sichtbarkeitsinformation sollte also die Berücksichtigung adäquater Zuverlässigkeitsmaße, wie beispielsweise ein Korrelationsmaß der Interestschnittpunktuordnung im Bildraum, enthalten. Das Vermaschungsverfahren wird sich damit in der Praxis sehr stark an das jeweilige Orientierungsverfahren anlehnen, möglicherweise werden in Zukunft Rekonstruktion und Orientierung sogar prinzipiell miteinander verschmelzen, vgl. [Kempa 1995].

Natürlich beschränkt sich die Möglichkeit zur Integration der Sichtbarkeitsinformation nicht auf das Skulpturbildungsverfahren, vgl. beispielsweise den Hinweis von [Choi et al. 1988] auf die Integration von Profilen bzw. Meßpfaden einer Koordinatenmeßmaschine in ein mit lokalen Tangentialebenen operierendes Verfahren zur Bildung der Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 .

4.3 Optimierung der Stützpunktverteilung

Bei der bisherigen Diskussion von Vorgehensweisen zur Erzeugung einer flächenhaften topologischen Struktur wurde von vorgegebenen festen Stützpunkten ausgegangen. Diese eingeschränkte Sichtweise wurde gewählt, um die teilweise erheblichen Schwierigkeiten deutlich zu machen, die bereits hier eine automatische Topologierzeugung mit sich bringen kann. Eine zweite Aufgabenstellung im Rahmen der Topologierzeugung läßt sich abgrenzen, indem der Übergang von einem topologisch strukturierten Satz vorgegebener Stützpunkte mit inadäquater

Stützpunktverteilung und -dichte auf einen neuen Satz mit genau festgelegten Verteilungseigenschaften vollzogen werden soll. Für die photogrammetrische Rekonstruktion ist eine Flächenbeschreibung mit einer vorgegebenen, innerhalb einer gewissen Bandbreite konstanten Stützpunktdichte aus zwei Gründen von besonderem Interesse: Zum einen wird über die Dreiecksmaschengröße die Redundanz von Bildgrauwerten als Beobachtungen gegenüber den zu schätzenden Parametern der Oberflächenbeschreibung im Sinne einer vermittelnden Ausgleichung festgelegt, vgl. Kap. 7. Andererseits stellt eine lokal nur geringfügig variierende Stützpunktdichte die prinzipielle Voraussetzung zur Vermeidung schmaler Dreiecke dar – unabhängig von der verwendeten Triangulationsvorschrift, vgl. Kap. 4.1. Im Gegensatz zur Bildung einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 ist diese Aufgabenstellung grundsätzlich vollautomatisch lösbar. Unterschiedliche Vorgehensweisen können aber, je nach Aufwand, differierende Ergebnisqualitäten liefern.

Prinzipiell besteht der einfachste Weg, eine Modifikation der Stützpunktdichte für eine bereits existierende Oberflächentriangulation im \mathbb{R}^3 vorzunehmen, darin, Bereiche zu hoher Stützpunktdichte durch sukzessive Punktentnahmen auszudünnen bzw. Bereiche zu geringer Stützpunktdichte durch sukzessive Punkteinfügungen zu verdichten, vgl. z.B. [Schmelzer 1995]. Die Definition dieser Operationen, nämlich der Elimination bzw. der Hinzunahme eines einzelnen Stützpunktes, besteht im wesentlichen in der Formulierung der lokalen Retriangulation. Für einen Einzelpunkt reicht der Rückgriff auf eine lokale Tangentialebenenapproximation und damit eine zweidimensionale Triangulationsvorschrift vollkommen aus – wobei sich bei Verwendung des Delaunay-Kriteriums der örtliche Bereich von möglicherweise erforderlichen Änderungen über das Umkreiskriterium scharf abgrenzen läßt. Eine stärker schematisierte Methode der Punktverdichtung wird im folgenden Kapitel unter dem Stichwort der hierarchischen Triangulation vorgestellt.

Der sukzessiven Punktelimination und -hinzufügung sollte ein bereinigender Nachbearbeitungsschritt folgen, der die lokale Homogenität der Stützpunktdichte weiter optimiert. In der Literatur wird zu diesem Zweck meist auf Varianten der sogenannten Laplace'schen Glättung (*Laplacian smoothing*) verwiesen, nicht zu verwechseln mit dem gleichnamigen Operator aus der digitalen Bildverarbeitung. Bei dieser Technik wird sukzessive jeder Stützpunkt in den Schwerpunkt seiner Nachbarpunkte verschoben, wobei normalerweise mehrere aufeinanderfolgende Iterationen über den globalen Stützpunktsatz durchgeführt werden. Dabei werden die bestehenden topologischen Verknüpfungen normalerweise nicht mehr verändert. [Frey 1987] setzt diese Vorgehensweise für Triangulationen im \mathbb{R}^2 ein und weist darauf hin, daß die Laplace'sche Glättung normalerweise die Eigenschaften einer Delaunay-Triangulation erhält, daß sich theoretisch aber durchaus Gegenbeispiele konstruieren lassen. Dies bedingt in der Praxis die Integration einiger Kontrollmechanismen, vgl. [Cavendish et al. 1985].

Dieser einfache Weg der Stützpunktelimination und -hinzufügung zur lokalen Modifikation der Stützpunktdichte empfiehlt sich in erster Linie dann, wenn nur geringfügige Änderungen an der bestehenden Oberflächentriangulation im \mathbb{R}^3 vorzunehmen sind. Dementsprechend ergibt sich ein möglicher Einsatz insbesondere im Rahmen der unten diskutierten Prolongation.

In der Startphase der Rekonstruktion kann oft eine globale Überarbeitung der Flächenbeschreibung vorteilhafter sein, besonders wenn sehr starke Modifikationen zu erwarten sind. Es wird also ein insgesamt neuer Stützpunktsatz auf der Basis der alten Repräsentation erzeugt. Derart globale Ansätze erlauben in der Regel eine deutlich erweiterte Bandbreite bezüglich der Art der vorzugebenden Flächenrepräsentation: Dies bedeutet, daß die flächenhafte Vorgabe nicht unbedingt in der diskutierten Form einer Oberflächentriangulation im \mathbb{R}^3 erfolgen muß, sondern daß alternative Vorgaben, wie einfache Regelflächen oder CSG-Objekte (*constructive solid geometry*), vollkommen entsprechend gehandhabt werden und ebenso in eine Oberflächentriangulation homogener Stützpunktdichte überführt werden können. Grundsätzlich lassen sich zwei wesentliche Grundstrategien unterscheiden: In Analogie zur Bildung der Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 (vgl. Kap. 4.2) weist die eine einen mehr räumlichen Charakter, die andere einen mehr lokal-flächenhaften Charakter auf. Beide Varianten sollen hier exemplarisch umrissen werden. Weiterhin reichen natürlich für eher triviale Flächenvorgaben, wie einer einzelnen Regelfläche oder einzelner Regelkörper, meist auch einfache Schemata zur regelmäßigen Anordnung von Punkten aus – zu derart eher manuell-interaktiv orientierten Vorgehensweisen vgl. z.B. [Neureither 1992].

Die räumlich orientierte Strategie basiert auf der Vorgabe einer Wabenstruktur im \mathbb{R}^3 , welche mit der *a priori* gegebenen Flächenbeschreibung zum Schnitt gebracht wird. [Schroeder und Shephard 1990; Shephard und Georges 1991] legen ein solches Konzept zur Dreiecksmaschenbildung unter der Bezeichnung *Finite Octree Technique* vor. Abb. 4-9 stellt die wesentlichen Einzelschritte dar: Die Flächen- oder auch Volumenvorgabe (CSG) kann in sehr allgemeiner Weise erfolgen und ist nicht auf Simplices beschränkt, siehe 4-9(a). So lassen sich u.a. auch die in Kap. 5 noch vorzustellenden Interpolationsansätze problemlos integrieren. Der wesentliche Schritt besteht in der Bildung einer Achterbaum- (*Octree*) Flächenrepräsentation, vgl. [Foley et al. 1990]. Dabei wird das neu zu vermaschende Objekt zunächst von einem Kubus eingeschlossen. Dieser Kubus wird wiederholt in regelmäßige Oktanten geteilt, wobei in einer baumartigen Speicherstruktur nur diejenigen Oktanten abgelegt und weiter geteilt werden, welche nicht komplett innerhalb oder außerhalb der zu betrachtenden Fläche liegen. Die feinste Auflösungsstufe muß den Übergang auf eine linearisierte Flächenbeschreibung gewährleisten,

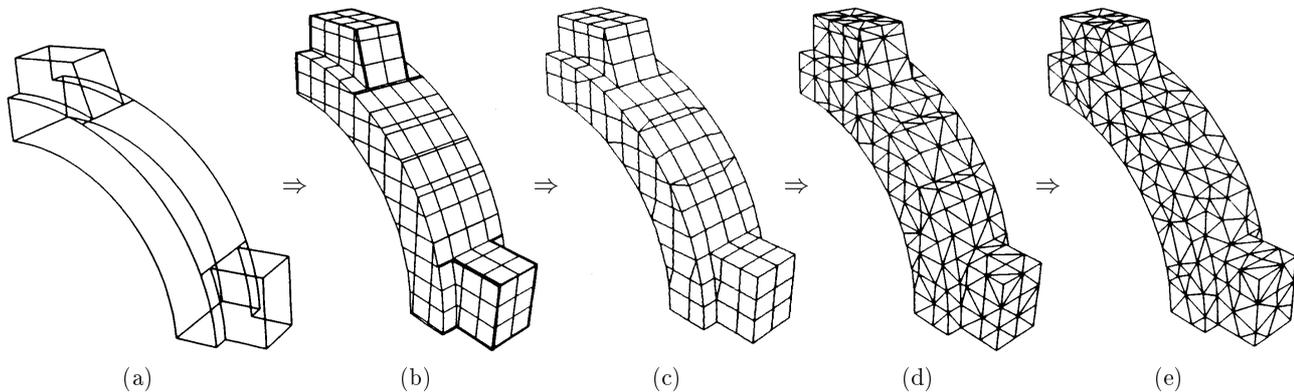


Abbildung 4-9: Bildung einer 3D-Oberflächenvermaschung über die finite Achterbaum-Technik, aus [Shephard und Georges 1991]. (a): Die Startvorgabe ist eine aus *CSG*-Objekten abgeleitete Randrepräsentation. Die einzelnen Schritte der Dreiecksbildung sind (b): die Schnittbildung mit den Oktantenebenen, (c): die Elimination kleiner Flächenelemente, (d): die oktantenweise Triangulation und (e): eine abschließende Laplace'sche Glättung.

ohne daß es dadurch zu topologischen Veränderungen gegenüber der originären Fläche kommt. Pro Oktant der höchsten Auflösungsstufe wird dann die Fläche über punkt-, linien- und flächenhafte Objekte repräsentiert, 4-9(b). Anschaulich entspricht dies im wesentlichen einer Verschneidung mit den Oktantenebenen. Einer Elimination von Elementen mit sehr geringer Ausdehnung (4-9(c)) folgen dann einfache oktantenweise Triangulationen, vgl. 4-9(d), samt einer modifizierten Laplace'schen Glättung, 4-9(e), wobei die Modifikation in erster Linie gewährleistet, daß durch Stützpunktverschiebungen hervorgerufene Änderungen im Flächenverlauf gegenüber der originären Flächenbeschreibung nicht zu groß werden.

Das Achterbaum-Konzept als Werkzeug der Strukturierung ist generell im Bereich der Computergraphik weit verbreitet, da es eine hervorragende Basis für Suchoperationen im \mathbb{R}^3 darstellt, vgl. [Foley et al. 1990] und auch Kap. 6. Es bietet sich auch als Maßnahme der groben Vorabstrukturierung für die jetzt zu betrachtende, eher lokal-flächenhafte Vorgehensweise zur Oberflächenneuvermaschung an. Wie bei der Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 läßt auch hier der Weg zu einer Repräsentation mit neuen Flächenstützpunkten auf eine eher flächenhaft 'sich vortastende' Art und Weise finden. Die entsprechenden Verfahren lassen sich unter dem Begriff *advancing front techniques* zusammenfassen, [Schmelzer 1995].

Die Ausgangsfront besteht aus einem linienhaften Randpolygon, welches die Gesamtfläche oder eine Teilfläche derselben einschließt. Ein solches Teilflächenrandpolygon läßt sich z.B. über die Schnittbildung der originären Flächenbeschreibung mit den Ebenen einer groben Achterbaumstruktur erzielen. Insbesondere für geschlossene Oberflächen ist aber auch die triviale Startvorgabe eines Ausgangsdreiecks auf der originären Fläche als Front erlaubt. Sukzessive werden dann sich an das Randpolygon anschließende Dreiecke gebildet, wobei die Neubildung eines Dreiecks immer auch eine entsprechende Aktualisierung des Frontverlaufes nach sich zieht, vgl. [Peraire et al. 1988], bis man abschließend eine neue geschlossene Flächendarstellung erhält. Die zu erzielende Stützpunktdichte wird über die Diskretisierungsabstände des Randpolygons und die Regeln zur Bildung der neuen Dreiecke festgelegt. Dabei wird für jedes neue Dreieck zunächst eine ideale Punktlage des Neupunktes aufgrund der zugehörigen Randpolygonkante der Front vorgeschlagen. Diese Position ist bezüglich der übrigen Stützpunkte der Front innerhalb einer lokalen Nachbarschaft dann so abzugleichen, daß die Triangulation insgesamt konsistent bleibt und sich kein Zwang zu ungenügenden Dreiecksformen ergibt. Dabei besteht das Hauptproblem bei der Implementierung eines *Advancing-front*-Algorithmus in der Vermeidung einer Selbstdurchdringung der Front. Um die entsprechenden Suchoperationen bewältigen zu können, wird auch innerhalb des *Advancing-front*-Konzeptes oft wieder von einer Achterbaumstruktur Gebrauch gemacht, vgl. [Jin und Tanner 1993].

Bei den oben vorgestellten Operationen der Stützpunkthinzunahme und -verschiebung wird die möglichst strenge Beibehaltung des originären Flächenverlaufs mitunter vernachlässigt. Wird zum Beispiel die Laplace'sche Glättung im \mathbb{R}^3 eingesetzt, so liegen neu bestimmte Stützpunkte zunächst einmal nicht mehr direkt auf der originär vorgegebenen Ausgangsfläche. Es ist also erforderlich, die Stützpunkte nach ihrer Verschiebung wieder auf die Ausgangsfläche zurück zu projizieren. Ist in die originäre Oberflächenbeschreibung neben der topologischen Beschreibung ein spezieller Interpolant integriert, vgl. Kap. 5, so ist dieser natürlich entsprechend zu berücksichtigen. Oft empfiehlt sich dazu ein lineares, iteratives Verfahren, vgl. z.B. [Allgower und Gnutzmann 1991]. Diese Korrekturen mögen zuweilen in der Phase der Bildung einer Startfläche verzichtbar sein, sie gewinnen aber für die Prolongation und für Stützpunkthinzunahmen im Verlauf der photogrammetrischen Rekonstruktion, vgl. das folgende Unterkapitel 4.4, an Bedeutung.

4.4 Hierarchische Prolongation

Das Konzept des Facetten–Stereosehens beinhaltet im Kern die Vorgehensweise mittels eines hierarchisch angelegten Mehrgitterverfahrens, vgl. Kap. 2.1. Dabei wird die bildraumseitige Verwendung einer Bildpyramide durch eine in analoger Weise strukturierte Oberflächenbeschreibung, nämlich ein sich von Prolongation zu Prolongation verfeinerndes Stützpunktgitter im Objektraum, ein sogenanntes Mehrgitter (*multigrid*), ergänzt. Für $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenrepräsentationen auf Quadratrasterbasis erfolgt die Prolongation nach einem sehr starren Schema. Dagegen ist der Begriff Prolongation für Repräsentationen auf Dreiecksbasis in der Regel weiter zu fassen – so können beispielsweise Fragen der adaptiven Wahl von Stützpunktpositionen oder der adaptiven Triangulation ergänzend einfließen. In diesem erweiterten Sinn läßt sich die sukzessive Prolongation einer einzelnen Gitterebene auf die nächstfeinere Stufe grundsätzlich mit den oben angegebenen Verfahren lösen. Dabei stellt die Prolongation aber nur einen stark eingeschränkten Spezialfall dieser Verfahren dar. Zur besseren Differenzierung soll sie daher hier einmal aus einem alternativen Blickwinkel betrachtet werden, nämlich dem der sogenannten *hierarchischen Triangulationen*.

Das Hauptanliegen hierarchischer Triangulationen besteht in der Bereitstellung von diskreten Flächendaten in einer Folge von aufeinander bezogenen Auflösungsstufen, meist im Hinblick auf Anwendungen im Bereich GIS (*Geo-Informationssysteme*) und CAGD (*computer aided geometric design*), [De Floriani und Puppo 1995], [Voigtmann et al. 1997]. Durch die Hierarchie der Dreieckselemente läßt sich die komplette Triangulation als Baumstruktur formulieren, was einen schnellen datentechnischen Zugriff auf die jeweiligen Subdreiecke ermöglicht. Auf der anderen Seite verbietet der geforderte Erhalt der Baumstruktur natürlich auch eine Neuvermaschung der Stützpunkte einer Gitterebene.

[Lee 1991] gibt einen Überblick über mögliche Unterteilungsstrategien und geht dabei auch auf eine ausdünnende Nachbearbeitungsstrategie hochauflöster rekonstruierter Geometriedaten ein. Hier beschränkt sich die Betrachtung auf die Prolongationsrichtung von einer Grobunterteilung hin zu einer Feinunterteilung, wie sie für die photogrammetrische Rekonstruktion von Interesse ist. Für diesen Fall gibt Abb. 4-10 die vorherrschenden Varianten wieder. Einfache hierarchische Unterteilungsstrategien sind die ternäre Unterteilung, vgl. [De Floriani et al. 1984], und die quaternäre Unterteilung. Bei der ternären Unterteilung erfolgt eine Unterteilung stets durch das Hinzufügen eines Stützpunktes innerhalb eines Dreiecks. Dies bietet grundsätzlich den Vorteil, daß die Zahl der verwendeten Subdreiecke völlig frei von dem jeweiligen Vorgehen im Nachbardreieck gewählt werden kann. Diese Freiheit muß aber durch zunehmend schmalere Dreiecke erkauft werden. So beträgt der kleinste Winkel eines Subdreiecks nach n Unterteilungen maximal $2^{-n} \cdot \frac{\pi}{3}$. Im Gegensatz dazu bleibt bei der quaternären Unterteilung, die nach [Neureither 1992] auch als Kantenteilungsprinzip bezeichnet wird und die auf einer jeweils hälftigen Unterteilung der Dreiecksseiten aufbaut, die Qualität der Dreiecksform stets erhalten. Um allerdings stets eine gültige Triangulation zur Verfügung zu haben, kann die Dreiecksunterteilung nicht lokal adaptiv, sondern muß global vollzogen werden. Strukturell gesehen erhält man ein Äquivalent zur angesprochenen Achterbaum-Struktur bzw. der Viererbaum-Struktur (*Quadtree*) als ihrem flächenhaften Pendant, [Meier 1986].

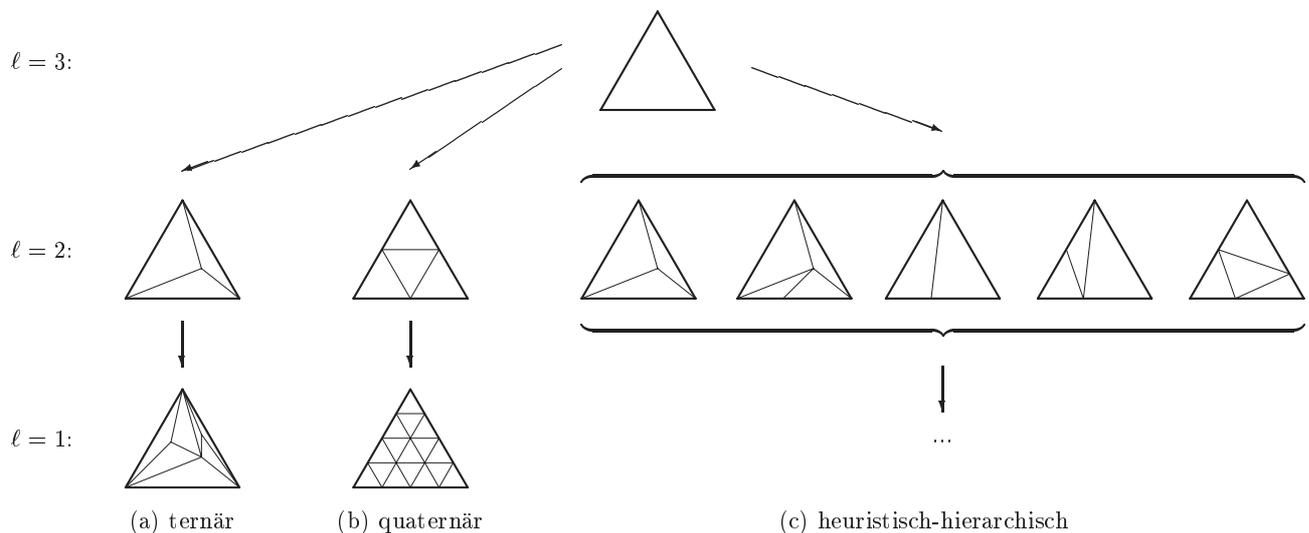


Abbildung 4-10: Unterteilungsstrategien für hierarchische Triangulationen. (Die Numerierung ℓ der einzelnen Mehrgitterebenen orientiert sich an der Numerierung der zugehörigen Bildpyramidenstufen, daher steht $\ell = 1$ stets für die Ebene mit der insgesamt feinsten Auflösung.)

Grundsätzlich fügt sich das Konzept der quaternären Unterteilung sehr gut in die hierarchische Vorgehensweise der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum ein. Die Zerlegung in vier Subelemente entspricht von seiten der Flächenbilanz her genau der üblicherweise im Bildraum vorgenommenen Unterteilung bei Verwendung der Bildpyramide. Weiterhin wird einer Verschlechterung der geometrischen Dreiecksform entgegengewirkt. Der Mangel bezüglich einer adaptiven Stützpunktdichte ist irrelevant, wenn für die photogrammetrische Rekonstruktion prinzipiell nur eine möglichst konstante Stützpunktdichte gefordert wird.

Als mögliche Alternative für die photogrammetrische Rekonstruktion wurde in Abb. 4-10(c) ergänzend die heuristisch-hierarchische Unterteilung mit aufgenommen. Mit diesem Ansatz wird versucht, die Vorteile der beiden beschriebenen Unterteilungsstrategien zu vereinen, [De Floriani und Puppo 1995], [Scarlatos und Pavlidis 1992]. Obwohl auch bei diesem Ansatz intern bevorzugt auf eine quasi-quaternäre Unterteilung zurückgegriffen wird, vgl. Abb. 4-10(c) ganz rechts außen, sind ebenso alternative Dreiecksteilungen zulässig, welche allerdings immer in konsistenter Weise für die jeweiligen Nachbardreiecke durchzuführen sind. Für Gebiete mit starken lokalen Änderungen der Oberflächengeometrie soll auf diese Weise eine besonders feine Stützpunktdichte wählbar werden, ohne daß die Dreiecksformen insgesamt zu stark beeinträchtigt werden. Für die photogrammetrische Rekonstruktion ist eine solche Vorgehensweise der adaptiven Wahl der lokalen Stützpunktdichte, insbesondere im Hinblick auf bestehende Probleme der angepaßten Wahl von Regularisierungsgewichten, von Interesse – eine an die lokal erzielbaren Genauigkeiten angepaßte Stützpunktdichte kann den erforderlichen Regularisierungsbedarf enorm reduzieren. Dieser Themenkreis wird in Kap. 7.2.3 noch einmal aufgegriffen und anhand einiger Beispiele ausblicksartig diskutiert.

Die Einfachheit der quaternären Unterteilung spricht dafür, sie für die Prolongation, anstelle der in Kap. 4.3 vorgestellten Verfahren zur kompletten Neuvermaschung, einzusetzen. Dabei ist eine streng hierarchische Triangulation nur für ausgewählte Vorgehensweisen bei der photogrammetrischen Rekonstruktion erforderlich bzw. überhaupt von Vorteil, etwa für bestimmte Varianten der Verdeckungsanalyse (Kap. 6.2.2). Kann, je nach gewählter Vorgehensweise, auf die Eigenschaften der streng hierarchischen Triangulation verzichtet werden, so ist eine Ergänzung der quaternären Unterteilung mit den bereits angesprochenen Möglichkeiten einer Elimination oder Hinzunahme von Einzelpunkten samt entsprechender streng lokaler Retriangulation sinnvoll. Für die in Kap. 8.2 vorgestellten Beispiele der photogrammetrischen Rekonstruktion auf der Basis von Luftbildern wurde dieser Weg genutzt, um vereinzelt ungünstigen Dreiecksformen vorzubeugen.

4.5 3D-Oberflächenvermaschung durch photogrammetrische Rekonstruktion

Die Diskussion topologiebildender Verfahren im \mathbb{R}^3 wird am Anfang von Kapitel 4 vor dem Hintergrund der Frage nach einer geeigneten Startfläche für die photogrammetrische Rekonstruktion im Objektraum eingeleitet. Dabei zeigt sich, daß die jeweilige Verfahrenswahl immer in Abhängigkeit vom Charakter der zugrundeliegenden Aufgabenstellung vorzunehmen ist. Läßt ein Verfahren zur Topologiebildung die Integration von geeignetem Vorwissen über die zu rekonstruierende Objektoberfläche als Ergänzung zu den gegebenen Punktkoordinaten zu, so darf man in der Regel ein entsprechend hochwertigeres Ergebnis erwarten. Insbesondere die vollständige Automatisierung der Topologiebildung sollte nur über einen derart integrativen Weg angestrebt werden. Dabei ist der aktuelle Entwicklungsstand der topologiebildenden Verfahren aber grundsätzlich hoch genug, um auch schwierige Aufgabenstellungen im Bereich der Nahbereichsphotogrammetrie mit einem Minimum an manuell-interaktiver Nachbearbeitung bewältigen zu können. Vor dem Hintergrund der Möglichkeiten und Grenzen der dreidimensionalen Topologiebildungsverfahren soll hier abschließend für Kapitel 4 das Augenmerk noch einmal speziell auf die Veränderung topologischer Qualitäten im Verlauf der photogrammetrischen Rekonstruktion gerichtet werden und zwar auch im Hinblick auf eine zunächst betont einfache Starttopologie.

Der Spezialfall der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion aus Luftbildern ist ein praxisorientiertes Beispiel dafür, daß triviale Vorgaben bezüglich einer Startfläche im Objektraum oft völlig ausreichend sein können, nämlich durch Rückgriff auf die Objektraumkoordinaten aus der Orientierungsphase der Bilder. Allein mit Hilfe von zweidimensional orientierten Werkzeugen, wie der regelmäßigen Anordnung von Stützpunkten in der X,Y -Parameterebene und der Delaunay-Triangulation in der Parameterebene, erhält man eine topologisch komplette und adäquate Beschreibung einer $2\frac{1}{2}$ D-Startfläche, vgl. z.B. die in Abb. 8-1 auf S. 102 dargestellte Vorgehensweise.

Wird diese Starttopologie im weiteren Verlauf der photogrammetrischen Rekonstruktion als dreidimensionale topologische Beschreibung fortgeführt und verfeinert, so eröffnet sich die Möglichkeit des Übergangs von einer zunächst quasi $2\frac{1}{2}$ D-Oberfläche auf eine echte 3D-Oberfläche. Für die Beispiele in Kap. 8 wird dazu auf die bereits in Kap. 4.4 favorisierte Variante der erweiterten quaternären Dreiecksunterteilung als Prolongationsschritt zurückgegriffen. Die Entwicklung der topologischen Oberflächenbeschreibung während des gesamten Ablaufs der photogrammetrischen Rekonstruktion im Rahmen des Mehrgitterverfahrens erlaubt daher folgende interessante Bewertung: Ausgehend von einer trivialen $2\frac{1}{2}$ D-Starttriangulation mit regelmäßig platzierten Stützpunkten gelingt der Übergang zu einer echten 3D-Oberflächenmodellierung einzig über die immer feinere Ausdifferenzierung

der Oberfläche in den Rekonstruktionsiterationen in Kombination mit einer Dreiecksunterteilung als Prolongationsschritt. Die photogrammetrische 3D-Rekonstruktion stellt damit selbst eine eigenständige Variante zur Bildung einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 dar!

Anschaulich formuliert werden also auch vertikale oder überhängende Oberflächenteile ohne Einschränkungen in die photogrammetrische Rekonstruktion miteinbezogen, die Sichtbarkeit dieser Oberflächenteile in mindestens zwei Bildern einmal vorausgesetzt. Während bei der $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung ein, bezüglich der globalen Parameterebene, mehrdeutiger Flächenverlauf nicht möglich ist, besteht diese Beschränkung hier nicht mehr. Diese neuartige Eigenschaft des in dieser Arbeit vorgestellten Rekonstruktionsverfahrens wird mit den Beispielen in Kap. 8.2 belegt.

Zur Rekonstruktion von Gebäuden aus Luftbildern ist der beschriebene Qualitätssprung in die Dreidimensionalität völlig ausreichend. Die Beispiele in Kap. 8.2 beschränken sich daher auch auf diesen Fall. Grundsätzlich ist damit aber das prinzipielle Potential der dreidimensionalen Vorgehensweise bei der photogrammetrischen Rekonstruktion noch nicht erschöpft. So scheint auch der Übergang auf zusätzliche topologische Qualitäten möglich, wie die Ausbildung torusartiger Strukturen, also von 'Löchern' in der Oberfläche, oder die Trennung in mehrere simpliziale Komplexe (= simpliziale Polyeder, siehe die Definition von [Jänich 1994, S. 110]) während des Rekonstruktionsverlaufs, vgl. das Beispiel in Abb. 4-11.

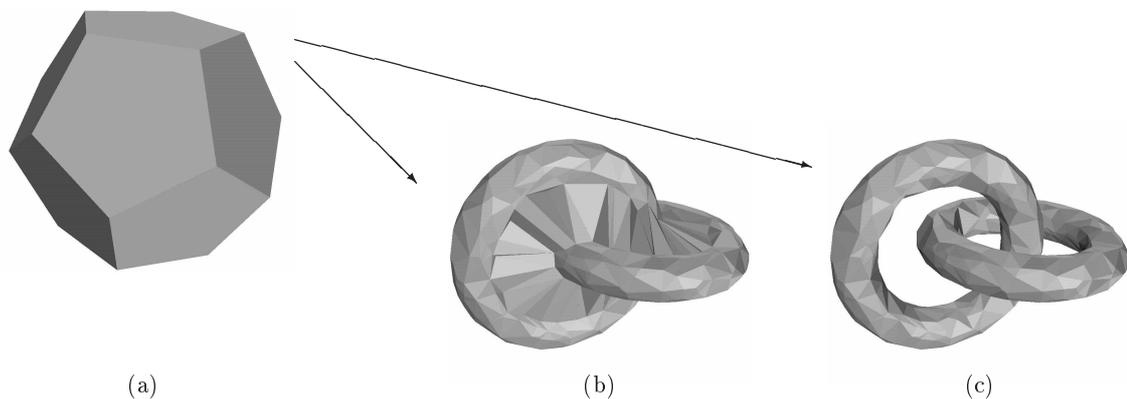


Abbildung 4-11: Beispiel für den Übergang auf eine neue topologische Qualität während des Rekonstruktionsverlaufs. (a): Startfläche. (b): Resultierende Fläche ohne neue topologische Qualität. (c): Resultierende Fläche mit neuer topologischer Qualität.

Die fortlaufende Ausdifferenzierung der Oberfläche läßt prinzipiell auch die Ausprägung von derart grundlegend veränderten topologischen Strukturen zu. Erforderlich ist dazu aber eine ständige Überprüfung bzw. Neubestimmung der aktuellen topologischen Struktur während der Rekonstruktion, in der Regel einmal pro Hierarchieebene des Mehrgitterverfahrens. Für diesen Schritt bieten sich zunächst alle in Kap. 4.2 angegebenen Verfahren mit der Charakteristik einer weitgehenden Automatisierbarkeit an, wobei die Integration von Zusatzinformation noch an Bedeutung gewinnt. Grundsätzlich ist die Einbeziehung der Abbildungsstrahlen von den einzelnen Pixelpositionen in den Bildern bzw. dem Projektionszentrum bis zum Schnittpunkt mit der Objektoberfläche als Zusatzinformation empfehlenswert, wie sie für das Skulpturbildungsverfahren in Kap. 4.2.1 diskutiert wurde. Da die Modellierung der Beziehung zwischen Bild- und Objektraum sowieso einen festen Bestandteil des Facetten-Stereosehens darstellt – vgl. die Vorgehensweise im Rahmen der Verdeckungsanalyse, Kap. 6 – fügt sich das derart erweiterte Skulpturbildungsverfahren besonders gut in die photogrammetrische Rekonstruktion im Objektraum ein.

Für die Topologieerstellung und Stützpunktmodifikation steht eine reichhaltige Palette an Werkzeugen bereit. Je nach Charakter einer spezifischen Aufgabenstellung sind individuelle Strategien zur Erstellung einer Startvermaschung sowie zur Prolongation zu wählen, die dem Komplexitätsgrad der zu rekonstruierenden Fläche und dem gegebenen Vorwissen gerecht werden. Auf diese Weise läßt sich das Maß an manueller Interaktion und Kontrolle während der photogrammetrischen Rekonstruktion auf ein notwendiges Minimum beschränken. Da die photogrammetrische Rekonstruktion in sich selbst die Möglichkeit der Ausbildung einer allgemeinen dreidimensionalen Oberfläche bietet, wird sie als eigenständige Variante der Verfahren zur Bildung einer 3D-Oberflächenvermaschung bewertet.

5 Interpolation von Oberflächengeometrie und -grauwerten

Im vorhergehenden Kapitel wurde die topologische Verknüpfung der Oberflächenstützpunkte mittels 2-Simplices, also über ebene Dreieckselemente, diskutiert. Wird dieser topologische Zusammenhang zwischen den Stützpunkten mit einer adäquaten Interpolationsvorschrift ergänzt, so erhält man die Beschreibung einer geschlossenen Oberfläche. Die einfachste Möglichkeit besteht in der Hinzunahme einer lokalen, linearen Interpolationsfunktion, vgl. Abb. 5-1(a), wobei dann die resultierende Oberfläche auf den Dreiecksrändern nicht stetig differenzierbar ist. Für die Oberflächenrekonstruktion mit dem Ansatz des Facetten-Stereosehens ist bei vielen Anwendungen eine Oberflächenmodellierung mit weitergehenden Stetigkeitseigenschaften wünschenswert, wie in Abb. 5-1(b) skizziert. Um die entsprechende Diskussion in Kap. 7.2.4 nicht von vornherein mit Einschränkungen zu belasten, sollten als Ergänzung der dreidimensionalen topologischen Oberflächenmodellierung grundsätzlich Interpolanten mit den Eigenschaften der Differenzierbarkeit erster und auch zweiter Ordnung zur Verfügung stehen.

Die Konzeption geeigneter Interpolanten ist das Thema dieses Kapitels. Dabei steht die globale Differenzierbarkeit erster Ordnung im Vordergrund, da ein solcher Flächentyp der Herleitung der Bildinversion in Kap. 7.1 zugrundeliegt. Darüber hinaus soll das ausgewählte Interpolationskonzept, methodisch geschlossen, sowohl auf Stetigkeit zweiter Ordnung erweiterbar als auch auf Stetigkeit nullter Ordnung reduzierbar sein. So wird sichergestellt, daß auch bei Verwendung eines dreidimensionalen Oberflächenmodells flexibel auf die Belange unterschiedlicher Rekonstruktionsaufgaben eingegangen werden kann.

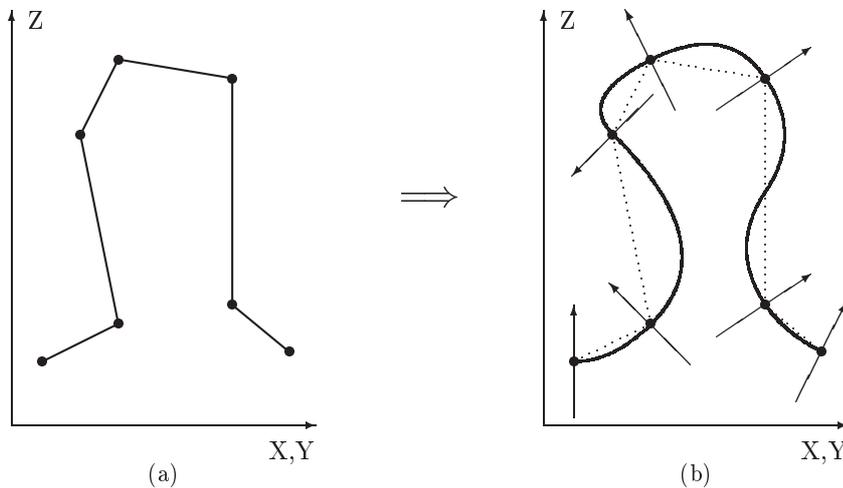


Abbildung 5-1: Stetige Oberflächenbeschreibung im \mathbb{R}^3 durch Ergänzung der topologischen Stützpunktverknüpfung mit einem geeigneten Interpolanten. (a): lineare Interpolation, (b): Splineinterpolation mit stetiger Differenzierbarkeit erster Ordnung.

Zunächst werden in Kap. 5.1 die durch den allgemeinen Ansatz der Fläche im \mathbb{R}^3 vorgegebenen Rahmenbedingungen für die Auswahl eines geeigneten Interpolanten dargestellt. Die Auswahl lokaler Interpolanten für die weitere Betrachtung wird begründet. Als Basis für die Diskussion lokaler Interpolanten werden in Kap. 5.2 einige Grundlagen umrissen, und zwar die Definition baryzentrischer Koordinaten sowie eine erweiterte Definition des Stetigkeitsbegriffes. Aufbauend auf der *a priori* vorzunehmenden Festlegung geometrischer Nebenbedingungen, vgl. Kap. 5.3, werden mit der Bézier-Interpolation in Kap. 5.4 und der transfiniten Interpolation in Kap. 5.5 zwei lokale Interpolationsansätze detailliert erläutert und hinsichtlich ihrer Eignung für die photogrammetrische Oberflächenrekonstruktion bewertet. Die transfiniten Interpolanten werden aufgrund ihrer ausgezeichneten Eigenschaften als Basis für die weitere Vorgehensweise ausgewählt. Abschließend wird in Kap. 5.6 die gewonnene geometrische Oberflächenmodellierung durch eine Beschreibung für die Oberflächengrauwerte vervollständigt, wobei wiederum auf das Konzept der transfiniten Interpolation zurückgegriffen wird.

5.1 Vorüberlegungen zur Auswahl geeigneter Interpolanten

Die sehr allgemeine Formulierung der Fläche über ihre Topologie im \mathbb{R}^3 beinhaltet zwei grundlegende Bedingungen, die ein ausgewählter Interpolant erfüllen muß. Die erste Bedingung besteht darin, daß hinsichtlich der Verteilung der Stützpunkte im \mathbb{R}^3 keine Einschränkung vorgenommen wird. Damit liegt der Oberflächenmodellierung kein regelmäßiges Raster (*regular grid*) zugrunde, sondern ein unregelmäßiges Netzwerk von Dreiecken (*triangular irregular network = TIN*). Die Verwendung von Interpolanten, die auf der Basis eines lokalen Trägers

mit fest vorgegebener Ausdehnung und Dreiecksanordnung arbeiten, vgl. das Beispiel in Abb. 5-2, wird daher nicht in die folgenden Betrachtungen miteinbezogen.

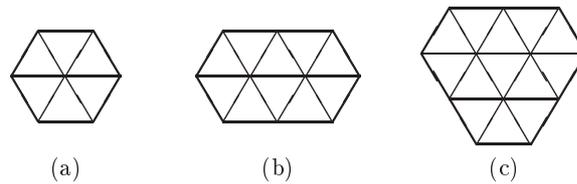


Abbildung 5-2: Träger für B-Splines nach [Hoschek und Lasser 1992]. (a): für lineare, (b): für quadratische, (c): für kubische B-Splines.

Die zweite Bedingung liegt in der Tatsache begründet, daß sich zwar für jede einzelne Dreiecksfläche der topologischen Beschreibung recht einfach lokale, separate Flächenparameter definieren lassen, daß die Stützpunkte insgesamt aber nicht auf der Basis einer einheitlichen Parameterfläche vorliegen. Die Verwendung radialer Basisfunktionen für die Interpolation, welche direkt für die Interpolation unregelmäßig angeordneter Stützpunkte konzipiert sind, vgl. [Alfeld 1989], [Franke und Nielson 1991], wird damit unerhört aufwendig: Für jeden Interpolationspunkt müssen die kürzesten Distanzen zu allen in einer gewissen Umgebung benachbarten Stützpunkten ermittelt werden – wobei zunächst der jeweils kürzeste Weg über die lokalen Dreiecksflächen aufzufinden ist. Ein entsprechender Algorithmus für diese Wegsuche findet sich beispielsweise in [Opitz und Pottmann 1994]. Prinzipiell ist eine solche Vorgehensweise möglich und auch im Rahmen der Rekonstruktion einsetzbar. Sie wird hier erwähnt, weil die im folgenden diskutierten Interpolanten nur bis zu einem Stetigkeitsgrad zweiter Ordnung sinnvoll einzusetzen sind, über radiale Basisfunktionen aber Stetigkeit beliebiger Ordnung angestrebt werden könnte.

Die beiden genannten grundlegenden Bedingungen für die Auswahl eines geeigneten Interpolanten legen eine streng lokale Arbeitsweise nahe, die sich stets nur auf ein Parameterdreieck bezieht. Die prinzipielle Vorgehensweise für eine solche Art der Interpolation hat beispielsweise über die Arbeiten von [Preusser 1984] mit dem Ziel der Generierung von Isolinien ([Preusser 1986]) Eingang in die Geodäsie gefunden: Auf der Basis einer unregelmäßigen Triangulation von Stützstellen im \mathbb{R}^2 werden Funktionswerte $Z = f(X, Y)$ über einen Polynomansatz interpoliert. C^1 -Stetigkeit auf den Dreiecksrändern, also Stetigkeit der 1. Ableitung nach dem Ort, erfordert die Verwendung eines Flächenpolynoms 5. Grades mit 18 Parametern pro Dreieck. Die Festlegung der Polynomkoeffizienten erfolgt über die Vorgabe von $Z(i)$ sowie den partiellen Ableitungen $Z_X(i)$, $Z_Y(i)$, $Z_{XX}(i)$, $Z_{XY}(i)$, $Z_{YY}(i)$ in jedem Stützpunkt $P(X_i, Y_i)$. [Preusser 1984] diskutiert Methoden zur sinnvollen Vorgabe der partiellen Ableitungen. Die Einführung der partiellen Ableitungen in den Stützpunkten ist äquivalent zur Einführung regelmäßig angeordneter zusätzlicher Stützpunkte auf den Dreiecksrändern bzw. im Dreiecksinneren, siehe Abb. 5-3, wie es im Rahmen der Finite-Element-Methoden gebräuchlich ist, vgl. [Kämmel 1988], [Schwarz 1991] oder [Zienkiewicz 1977].

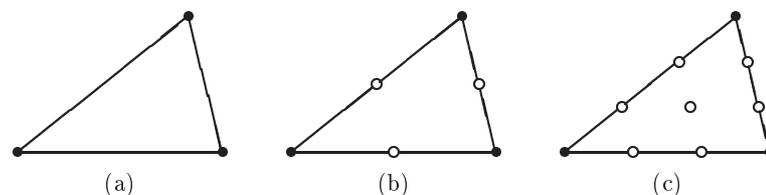


Abbildung 5-3: Primäre (●) und sekundäre (o) Knoten bzw. Stützpunkte für die Interpolation auf einem Dreieckselement nach [Zienkiewicz 1977]. (a): für bilineare, (b): für biquadratische, (c): für bikubische Interpolation.

Die hier für den Fall der $2\frac{1}{2}$ D-Interpolation mit einer funktionalen Oberflächenbeschreibung in der Form $Z = f(X, Y)$ genannten Nebenbedingungen sind mit einem globalen Parametersystem verknüpft. Um zu einem geeigneten Interpolationsansatz für den \mathbb{R}^3 zu gelangen, müssen diese Nebenbedingungen von dem zugrundeliegenden Parametersystem gelöst werden. Dies kann auf einfache Weise geschehen, indem die Nebenbedingungen direkt im \mathbb{R}^3 formuliert werden. So kann statt der ersten partiellen Ableitungen in Parameterlinienrichtung in einem Stützpunkt, welche die Lage einer lokalen Tangentialebene vorgeben, auf den Flächennormalenvektor in diesem Stützpunkt übergegangen werden. Dieser stellt eine äquivalente Nebenbedingung dar, ist aber nicht an ein Flächenparametersystem geknüpft. Diese Vorgehensweise wird bereits in Abb. 5-1(b) unterstellt, wo jedem Stützpunkt ein Flächennormalenvektor zugeordnet wird, welcher für den endgültigen Oberflächenverlauf mitverantwortlich ist. Lokale Flächenkrümmungseigenschaften, für die $2\frac{1}{2}$ D-Interpolation über die zweiten partiellen Ableitungen formuliert, lassen sich in analoger Weise für die allgemeine Interpolation im \mathbb{R}^3 angeben, beispielsweise in Form einer Indikatrix in der lokalen Flächentangentialebene eines Stützpunktes.

Sind die Nebenbedingungen für den Oberflächenverlauf nicht mehr an ein zugrundeliegendes Flächenparametersystem gebunden, kann für jedes einzelne Oberflächendreieck ein eigenes, lokales Parametersystem definiert werden. Die im folgenden näher betrachteten Interpolanten arbeiten auf einer solchen lokalen Basis. Stetigkeitsforderungen zwischen den einzelnen Flächenstücken können nur unabhängig von den lokalen Parametersystemen, aber abhängig von den vorgegebenen Nebenbedingungen, realisiert werden. Für die angegebenen Interpolanten wird daher so vorgegangen, daß aus zwei benachbarten Stützpunkten, unter Berücksichtigung der entsprechenden Nebenbedingungen in diesen Punkten, zunächst die jeweilige Randkurve der beiden angrenzenden Flächenstücke festgelegt wird. Der Flächeninterpolant selbst wird dann wiederum auf der Basis der einzelnen Randkurven aufgebaut.

5.2 Grundlagen lokaler Dreiecksinterpolanten

Die jeweilige Parametrisierung innerhalb eines Dreiecks erfolgt über die in der Literatur üblichen baryzentrischen Koordinaten, welche hier kurz eingeführt werden, vgl. z.B. [Kämmel 1988] oder [Hoschek und Lasser 1992]. Zunächst sei die Strecke zwischen den beiden Stützpunkten $\mathbf{X}_1 = (X_1, Y_1, Z_1)^\top$ und $\mathbf{X}_2 = (X_2, Y_2, Z_2)^\top$ betrachtet. Jeder Punkt dieser Strecke läßt sich durch normierte Koordinaten $(t_1, t_2)^\top$ mit

$$\left. \begin{matrix} t_1 = 1 - t \\ t_2 = t \end{matrix} \right\} t_1 + t_2 = 1; \quad t \in [0, 1] \quad \text{über} \quad \mathbf{X}(t_1, t_2) = t_1 \mathbf{X}_1 + t_2 \mathbf{X}_2 \tag{5.2-1}$$

beschreiben. Dieser Gedanke läßt sich auf Dreiecksflächen übertragen, denn jeder Punkt im Inneren eines Dreiecks mit den Eckpunkten $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3$ kann durch die baryzentrischen Koordinaten $(t_1, t_2, t_3)^\top$ mit den Nebenbedingungen

$$t_1 + t_2 + t_3 = 1; \quad t_1, t_2, t_3 \geq 0 \quad \text{über} \quad \mathbf{X}(t_1, t_2, t_3) = t_1 \mathbf{X}_1 + t_2 \mathbf{X}_2 + t_3 \mathbf{X}_3 \tag{5.2-2}$$

festgelegt werden, vgl. Abb. 5-4. Obwohl die Angabe der dritten baryzentrischen Koordinate entbehrlich scheint, wird sie im Hinblick auf symmetrische und damit einfachere Schreibweisen in der Literatur oft beibehalten.*

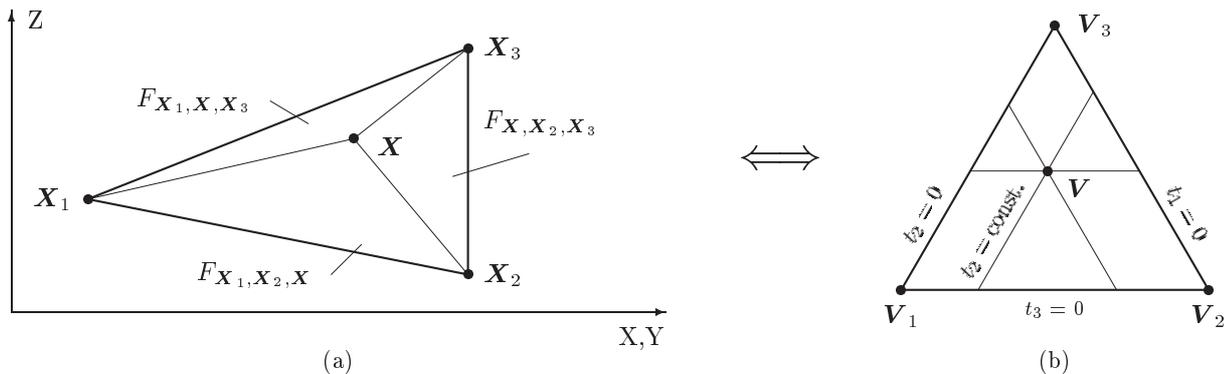


Abbildung 5-4: Geometrische Interpretation der baryzentrischen Koordinaten. (a): Ein Dreieck im kartesischen Koordinatensystem sowie die einem Punkt $\mathbf{X}(t_1, t_2, t_3)$ im Dreieck zugeordneten Teilflächen. (b): Der entsprechende Punkt $\mathbf{V} = (t_1, t_2, t_3)^\top$ im baryzentrischen Koordinatensystem samt ausgewählten Parameterlinien, für welche $t_i = \text{const.}$ gilt.

Die baryzentrischen Koordinaten $(t_1, t_2, t_3)^\top$ eines Punktes P im ebenen Parameterdreieck lassen sich über die Flächeninhalte von Teildreiecken geometrisch deuten. Mit dem Flächeninhalt $F_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3}$ des gesamten Dreiecks und den entsprechend notierten Flächeninhalten der jeweiligen Teildreiecke nach Abb. 5-4(a) gilt:

$$t_1 = \frac{F_{\mathbf{X}, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3}}{F_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3}}, \quad t_2 = \frac{F_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}, \mathbf{X}_3}}{F_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3}}, \quad t_3 = \frac{F_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}}}{F_{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3}} \tag{5.2-3}$$

Demnach lassen sich die Eckpunkte $\mathbf{V}_i = (t_1, t_2, t_3)^\top$ des Dreiecks im Parameterraum, vgl. Abb. 5-4(b), darstellen als:

$$\mathbf{V}_1 = (1, 0, 0)^\top, \quad \mathbf{V}_2 = (0, 1, 0)^\top, \quad \mathbf{V}_3 = (0, 0, 1)^\top \tag{5.2-4}$$

*Dies gilt auch für die Formulierung der Dreiecksinterpolanten in den folgenden Kapiteln 5.4, 5.5 und 5.6. Da für den weiteren Verlauf dieser Arbeit die Einbeziehung der partiellen Ableitungen nach den baryzentrischen Koordinaten an Bedeutung gewinnt, welche einen zumindest vorübergehenden Übergang auf zwei unabhängige Parameter erzwingt, wird für die Kapitel Kap. 6, 7 und Anhang A die grundsätzlich gleichwertige Schreibweise $f(t_1, t_2)$ bevorzugt, vgl. S. 126.

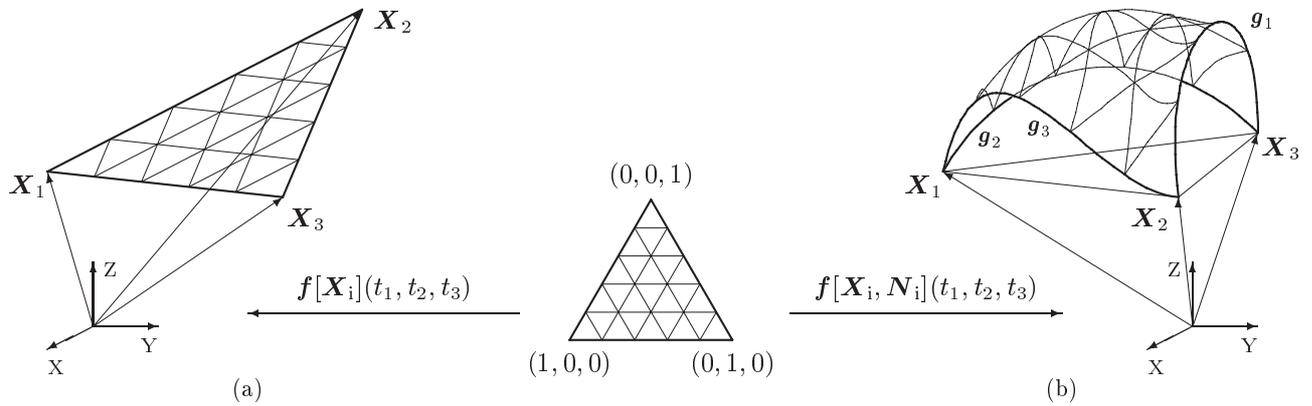


Abbildung 5-5: Beispiele für die Abbildung f eines über baryzentrische Koordinaten definierten Parameterraumes \mathcal{T} (Bildmitte) in den \mathbb{R}^3 . (a): Abbildung auf eine Ebene des \mathbb{R}^3 , (b): Abbildung auf eine Splinefläche.

Üblicherweise wird die Definition der baryzentrischen Koordinaten für Stützpunkte $\mathbf{X}_i \in \mathbb{R}^2$ benötigt und in der oben zitierten Literatur entsprechend angegeben, wobei das aber keine prinzipielle Einschränkung darstellt. Abb. 5-4 macht bereits deutlich, daß es für die geometrische Anschauung keine Rolle spielt, ob die Parameterebene der baryzentrischen Koordinaten durch drei Stützpunkte \mathbf{X}_i im \mathbb{R}^2 oder im \mathbb{R}^3 aufgespannt wird. Letzteres läßt sich als Spezialfall einer vektorwertigen, funktionalen Abbildung f des Parameterraumes \mathcal{T} eines Dreiecks in den dreidimensionalen Raum darstellen, vgl. Abb. 5-5(a). Die allgemeine Formulierung einer solchen Abbildung lautet:

$$f(t_1, t_2, t_3) : \mathcal{T} \longrightarrow \mathbb{R}^3 \quad (5.2-5)$$

mit

$$f(t_1, t_2, t_3) = \begin{pmatrix} X(t_1, t_2, t_3) \\ Y(t_1, t_2, t_3) \\ Z(t_1, t_2, t_3) \end{pmatrix}, \quad (t_1, t_2, t_3) \in \mathcal{T} \quad (5.2-6)$$

für den Parameterraum

$$\mathcal{T} = \{(t_1, t_2, t_3) : t_1, t_2, t_3 \geq 0; t_1 + t_2 + t_3 = 1\}. \quad (5.2-7)$$

Sie stellt das Grundgerüst für die im folgenden behandelten Oberflächenmodelle dar und beschränkt sich natürlich nicht auf die ebene Abbildung. Abhängig von der Gestaltung der vektorwertigen Funktion $f(t_1, t_2, t_3)$ lassen sich unterschiedliche Klassen von Oberflächeninterpolanten, mit jeweiligem Bezug auf ein lokales Parameterdreieck \mathcal{T} , festlegen. Abb. 5-5(b) zeigt ein Beispiel, wo die Randkurven des Oberflächenelementes nicht linear, wie in Gleichung (5.2-2), von den entsprechenden baryzentrischen Koordinaten t_i abhängen, sondern über Polynome dritten Grades definiert sind. Für die Festlegung dieser Polynome sind neben den Stützpunktkoordinaten \mathbf{X}_i weitere Zusatzinformationen notwendig, hier die Vorgabe von Flächennormalenvektoren \mathbf{N}_i in den Stützpunkten. Dabei soll an dieser Stelle zunächst eine einheitliche Notation eingeführt werden: Die Schreibweise für eine Funktion mit der Form $f_{name}\dots$ enthält, ergänzend zu den wie üblich von runden Klammern umgebenen Kurven- bzw. Flächenparametern, in eckigen Klammern diejenigen geometrischen Größen, welche den jeweiligen Kurven- oder Flächenverlauf festlegen. $f[\mathbf{X}_i](t_1, t_2, t_3)$ weist also auf eine interpolierende Funktion hin, die nur über die Stützpunktkoordinaten eines Dreiecks festgelegt wird, während $f[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2, t_3)$ die zusätzliche Verwendung der Flächennormalen \mathbf{N}_i in den Stützpunkten anzeigt. So wird die Unterscheidung und Referenzierung der im folgenden vorgestellten Interpolationsfunktionen erleichtert, wobei deren jeweilige explizite Form natürlich noch anzugeben ist – dies wird in den folgenden Kapiteln 5.4 und 5.5 vorgenommen. Unabhängig von der Einbeziehung eines bestimmten geometrischen Interpolanten stellen sich die drei Randkurven einer Dreiecksfacette aus der Sicht des lokalen Parameterraumes für den in Abb. 5-5(b) dargestellten Fall folgendermaßen dar:

$$\begin{aligned} g_1 &= f[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](0, t_2, t_3) = g_1[\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \mathbf{N}_2, \mathbf{N}_3](t_2) = g_1[\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \mathbf{N}_2, \mathbf{N}_3](1 - t_3) \\ g_2 &= f[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, 0, t_3) = g_2[\mathbf{X}_3, \mathbf{X}_1, \mathbf{N}_3, \mathbf{N}_1](t_3) = g_2[\mathbf{X}_3, \mathbf{X}_1, \mathbf{N}_3, \mathbf{N}_1](1 - t_1) \\ g_3 &= f[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2, 0) = g_3[\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2](t_1) = g_3[\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2](1 - t_2) \end{aligned} \quad (5.2-8)$$

Eine Randkurve wird also nur über einen unabhängigen Parameter bzw. eine baryzentrische Koordinate beschrieben. Exakt auf der Randkurve liegt damit für benachbarte Dreiecksfacetten eine übereinstimmende Parametrisierung vor, ansonsten stimmen die lokalen Parametersysteme zweier Dreiecksfacetten aber nicht mehr überein.

Soll nun ein auf baryzentrischen Koordinaten aufbauender, lokaler Oberflächeninterpolant nach dem erreichten Grad der Stetigkeit auf der Randkurve zwischen zwei Flächenstücken charakterisiert werden, so muß der übliche Stetigkeitsbegriff an dieser Stelle etwas erweitert werden. Der im Zusammenhang mit der $2\frac{1}{2}$ D-Interpolation allgemein gebräuchliche Begriff der C^i -Stetigkeit (*parametric continuity*), welcher im Zusammenhang mit dem Facetten-Stereosehen z.B. von [Tsay 1996] zur Unterscheidung der Eigenschaften von bilinearer und bikubischer Interpolation benutzt wird, läßt sich hier strenggenommen für den Bereich der Dreiecksfacettengrenzen nicht verwenden, da er ein einheitliches, globales Parametersystem voraussetzt, vgl. [Farin 1990], [Veltkamp 1992a]. Durch die Verwendung lokaler baryzentrischer Parametersysteme pro Stützpunktdreieck liegt diese Voraussetzung aber nicht vor. Statt dessen ist hier mit einer modifizierten Stetigkeitsdefinition zu argumentieren: Geometrische (*geometric continuity* nach [Farin 1990]) oder visuelle Stetigkeit (*visual continuity* nach [Hagen und Pottmann 1989]), bezeichnet mit G^i - oder VC^i -Stetigkeit, liegt dann vor, wenn für jeden zu betrachtenden Oberflächenpunkt eine Umparametrisierung existiert, über die sich C^i -Stetigkeit für diesen Punkt erzielen läßt, vgl. z.B. die mathematisch strikte Definition in [Veltkamp 1992b]. Diese etwas unhandliche Definition hat ein anschauliches Äquivalent über die Einbeziehung differentialgeometrischer Größen: Zwei Oberflächenfacetten sind G^1 -stetig in einem gemeinsamen Punkt, wenn ihre Oberflächennormalen in diesem Punkt übereinstimmen. Sie sind G^2 -stetig, wenn weiterhin ihre Krümmungseigenschaften, beschrieben beispielsweise mittels der Dupin'schen Indikatrix, in diesem Punkt koinzidieren, vgl. [Farin 1990], [Veltkamp 1992b]. Hinsichtlich des photogrammetrischen Rekonstruktionsverfahrens ergeben sich aus dieser etwas erweiterten Stetigkeitsdefinition keine praktischen Konsequenzen oder Schwierigkeiten.

Anhand der jetzt vorliegenden Begriffe kann die in (5.2-2) angegebene lineare Interpolationsvorschrift im Dreieck als G^0 -stetiger Dreiecksinterpolant klassifiziert werden, der im folgenden mit

$$\mathbf{X}(t_1, t_2, t_3) = \mathbf{f}_{G^0}[\mathbf{X}_i](t_1, t_2, t_3) = \sum_{i=1}^3 t_i \mathbf{X}_i \quad (5.2-9)$$

referenziert wird. Die explizite Formulierung und Diskussion von Dreiecksinterpolanten mit einem höheren Stetigkeitsgrad an den Randübergängen wird in den folgenden Kapiteln 5.4 und 5.5 vorgenommen.

5.3 Festlegung geometrischer Nebenbedingungen

Generell bauen die noch vorzustellenden G^1 - und G^2 -stetigen lokalen Dreiecksinterpolanten auf Nebenbedingungen auf, welche ergänzend zu den Stützpunkten vorgegeben werden. Exemplarisch sollen daher hier Vorgehensweisen sowie deren Zulässigkeit für die Approximation von Flächennormalenvektoren in den Oberflächenstützpunkten kurz diskutiert werden, welche für einen G^1 -stetigen Interpolanten erforderlich sind.

Üblicherweise werden die Normalenvektoren aus den Stützpunkten einer begrenzten topologischen oder euklidischen Nachbarschaft abgeleitet. Das wohl einfachste Verfahren besteht darin, den Flächennormalenvektor eines Stützpunktes anhand der Orientierungen der topologisch benachbarten, ebenen Dreiecksflächen abzuschätzen. [Veltkamp 1992a] diskutiert die Normalenapproximation nur aus den direkt benachbarten Parameterdreiecken. Er führt Argumente sowohl für eine Gewichtung nach der jeweiligen Dreiecksfläche als auch reziprok zur jeweiligen Dreiecksfläche an. Für eine lokal weitgehend konstante Stützpunktdichte, wie sie im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion angestrebt werden sollte, vgl. Kapitel 7.2.3, ist die Frage nach einer Gewichtung jedoch praktisch bedeutungslos.

[Pfeifer und Pottmann 1996] stellen ein etwas aufwendigeres Schema vor, wobei sowohl topologische als auch euklidische Kriterien für eine Auswahl der an der Normalenschätzung für einen Stützpunkt zu beteiligenden benachbarten Stützpunkte herangezogen werden. Die Normalenschätzung selbst erfolgt iterativ in einem lokalen Koordinatensystem. Grundsätzlich können bei einem solchen Verfahren beliebige $2\frac{1}{2}$ D-Interpolationsverfahren für unregelmäßig verteilte Stützpunkte (*scattered data*) eingesetzt werden. Abschließend sei die in [Nielson 1987] geäußerte Meinung nicht verschwiegen, nach der die angesprochenen einfachen lokalen Approximationsverfahren prinzipiell kritisch betrachtet werden.

Wie ist nun die Approximation der Flächennormalen im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion einzuschätzen? Die automatische Approximation von Normalenvektoren ist dann besonders kritisch, wenn eine komplexe Oberfläche über eine minimale Anzahl von Stützpunkten repräsentiert wird, vgl. z.B. Abb. 5-6(a). Dies hat seine Ursache darin, daß auch zwischen benachbarten Stützpunkten der Oberflächenverlauf stets stark variiert.

Für die automatische photogrammetrische Rekonstruktion ist eine solche minimale Stützpunktdichte aber untypisch. Normalerweise wird mit einer eher überhöhten Stützpunktdichte gearbeitet, um beispielsweise auch Bruchkanten in ihrer Lage noch möglichst genau annähern zu können, vgl. z.B. Abb. 5-6(b). Weiterhin helfen die üblicherweise eingesetzten Regularisierungstechniken extrem starke, lokale Änderungen des Oberflächenverlaufes zu vermeiden. Auch die ständige grob-zu-fein Prolongation im Rahmen des Mehrgitterverfahrens trägt zu

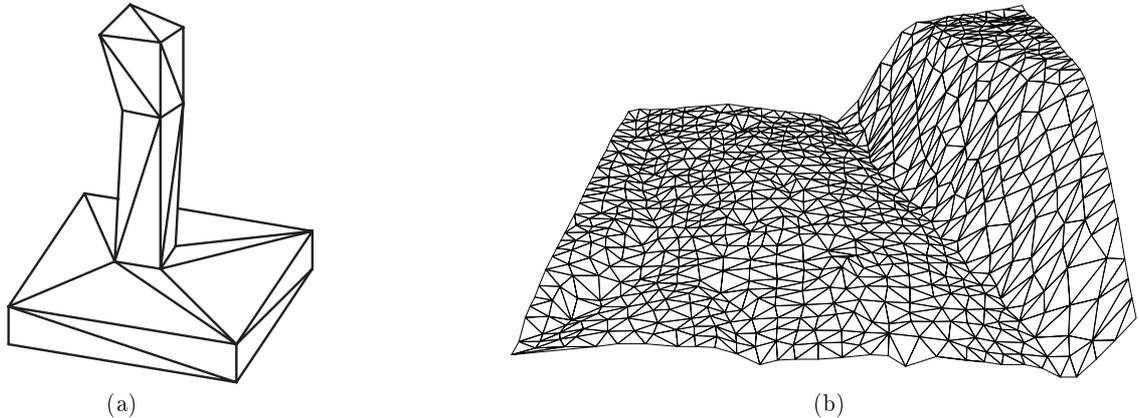


Abbildung 5-6: Beispiele für dreidimensionale, geometrische Oberflächenbeschreibungen. (a): Geringe Punktdichte bei starken Änderungen im Oberflächenverlauf erfordert Sorgfalt bei der Normalenschätzung (interaktiv erstelltes Modell, nach [Nielson 1987]). (b): Im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion automatisch erzeugte Oberflächenstützpunkte mit relativ hoher Punktdichte. Hier läßt eine automatische Flächennormalenberechnung keine groben Fehler erwarten.

einer eher überhöhten Stützpunktdichte bei. Für einen solchen Typ von Oberflächenbeschreibung läßt sich auch mit einfachen Mitteln eine qualitativ ausreichende, vollautomatische Approximation der Normalenvektoren erreichen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher stets nur die Normalenapproximation über die gleichgewichtige Einbeziehung der benachbarten, ebenen Dreiecksflächen nach [Veltkamp 1992a] eingesetzt, vgl. die Rekonstruktionsergebnisse in Kap. 8.

Bei der Prolongation der Oberflächendaten zwischen den einzelnen Pyramidenstufen während des photogrammetrischen Rekonstruktionsablaufs können prinzipiell auch die lokalen Normalenvektoren übertragen werden. Im Verlauf der Iterationen des Rekonstruktionsverfahrens wird aber in Abhängigkeit von den jeweiligen lokalen Oberflächenänderungen immer wieder eine Erneuerung der Festlegung der Normalenvektoren erforderlich sein. Es ist dann zu beachten, daß neu festgelegte Normalenvektoren stets einen geringfügig veränderten Oberflächenverlauf nach sich ziehen werden – eine neue Approximation der Oberflächennormalen ist also stets durch einen sich anschließenden neuen Rekonstruktionsschritt zu ergänzen. Auf diese Weise erhält man ein iteratives Verfahren, mit welchem sowohl die Lage der Iterationsfläche selbst als auch ihre Nebenbedingungen schrittweise optimiert werden können.

5.4 Bézier-Dreiecksinterpolanten

Die Verwendung von Bézier-Splines ist im Bereich der Computergraphik weit verbreitet, insbesondere wenn es um das interaktive Modellieren glatter Kurven- und Flächenstücke geht – auch wenn [Pavlidis 1990] dazu bemerkt, daß sich dieser Beliebtheitsgrad der Bézier-Splines wohl weniger auf ihre leichte Anwendbarkeit, als denn auf ihre einfache Programmierbarkeit gründet. Nicht zuletzt aufgrund der Verfügbarkeit entsprechender Visualisierungssoftware liegen eine Reihe von Vorschlägen zum Übergang auf Bézier-Leitpunktnetze für G^1 - und G^2 -stetige lokale Dreiecksinterpolanten vor. Die Grundgedanken dieser Vorgehensweise sollen hier exemplarisch dargelegt werden, anschließend erfolgt eine Bewertung hinsichtlich der Eignung für die photogrammetrische Rekonstruktion.

Eine Bézier-Splinekurve n -ten Grades wird mit Hilfe der sogenannten Bernstein-Polynome vom Grad n aufgebaut, vgl. [Hoschek und Lasser 1992] und Abb. 5-7:

$$B_i^n(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-t)^{n-i} t^i, \quad i = 0, 1, \dots, n; \quad t \in [0, 1]. \quad (5.4-1)$$

Die Bézier-Splinekurve n -ten Polynomgrades selbst wird über die entsprechenden Bernstein-Polynome mit Hilfe eines Leitpunktpolygons, bestehend aus $n+1$ Leitpunkten $\hat{\mathbf{X}}_i$, aufgespannt:

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \hat{\mathbf{X}}_i. \quad (5.4-2)$$

Aus den Beispielen in Abb. 5-7 lassen sich einige allgemeine Eigenschaften der Bézier-Splinekurve ablesen. So sind Anfangs- und Endpunkt des Leitpunktpolygons stets Anfangs- und Endpunkt der Splinekurve, es gilt also $\mathbf{X}(0) = \hat{\mathbf{X}}_0$ und $\mathbf{X}(1) = \hat{\mathbf{X}}_n$. Ferner verlaufen die erste und die letzte Leitpunktpolygonstrecke stets

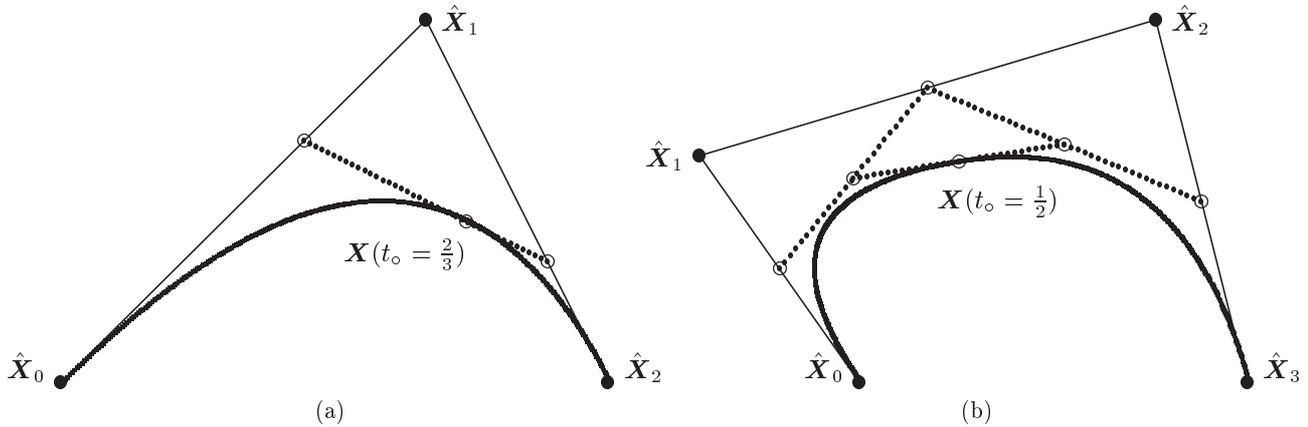


Abbildung 5-7: Bézier-Splinekurven und das Berechnungsschema nach *de Casteljau*. (a): Quadratischer Bézier-Spline. Die gepunkteten Linien geben eine geometrische Deutung des *de Casteljau*-Algorithmus an: Durch Teilung der Leitpunktpolygonstrecken im Verhältnis $(1 - t_0) : t_0$ und lineares Verbinden der entstehenden Punkte zu einem neuen Polygon, dessen neue Strecke wieder im Verhältnis $(1 - t_0) : t_0$ zu teilen ist, erhält man $\mathbf{X}(t_0)$. (b): Kubischer Bézier-Spline samt Konstruktion des Kurvenpunktes für $t_0 = \frac{1}{2}$.

tangential zur Splinekurve in \hat{X}_0 bzw. \hat{X}_n . Außerdem ist skizziert, wie sich über den sogenannten *de Casteljau*-Algorithmus, ein fortgesetztes lineares Berechnungsschema, mit geringem Rechenaufwand Kurvenpunkte $\mathbf{X}(t_0)$ bestimmen lassen. Für einen flächenhaften Bézier-Dreiecksinterpolanten n -ten Grades wird auf die verallgemeinerten Bernstein-Polynome vom Grad n mit den baryzentrischen Koordinaten (t_1, t_2, t_3) zurückgegriffen:

$$B_{ijk}^n(t_1, t_2, t_3) = \frac{n!}{i!j!k!} t_1^i t_2^j t_3^k, \quad i + j + k = n, \quad i, j, k \geq 0. \quad (5.4-3)$$

Der Dreiecksinterpolant ergibt sich daraus zu

$$\mathbf{X}(t_1, t_2, t_3) = \sum_{\substack{i, j, k \geq 0 \\ i + j + k = n}} B_{ijk}^n(t_1, t_2, t_3) \hat{X}_{ijk}, \quad (5.4-4)$$

wobei über alle möglichen Kombinationen von (i, j, k) zu summieren ist, welche die Bedingungen in (5.4-3) erfüllen. Für einen Bézier-Dreiecksinterpolanten vom Polynomgrad n ergibt sich also eine Anzahl von $\binom{n+2}{n} = \frac{1}{2}(n+1)(n+2)$ Leitpunkten. Abb. 5-8(c) zeigt einen kubischen Bézier-Dreiecksinterpolanten samt den zehn Leitpunkten, die ihn aufspannen. Auf den Dreiecksrändern zerfallen die verallgemeinerten Bernstein-Polynome zu den gewöhnlichen Bernstein-Polynomen. Es gilt beispielsweise für die Randkurve zwischen den Stützpunkten 2 und 3 mit $t_1 = 0$:

$$B_{0jk}^n(0, t_2, t_3) = B_j^n(t_2) = B_k^n(t_3). \quad (5.4-5)$$

Allein das Randleitpunktpolygon legt also den Verlauf der Randkurve im \mathbb{R}^3 fest, vgl. Abb. 5-8(b). Globale G^1 -Stetigkeit läßt sich erzielen, indem die Leitpunktpolygonnetze von jeweils zwei benachbarten Parameterdreiecken derart konstruiert werden, daß man für die gemeinsame Randkurve in jedem Punkt einen identischen Flächennormalenvektor erhält, einerlei von welchem Parameterdreieck ausgegangen wird. Die Bedingung, daß benachbarte Dreiecksfacetten dafür auf ein identisches Randleitpunktpolygon zurückgreifen müssen, ist notwendig, aber nicht hinreichend. [Veltkamp 1992a] zeigt, daß der Polynomgrad $n = 3$ für einen Bézier-Dreiecksinterpolanten prinzipiell ausreicht, um aus gegebenen Stützpunkten und den Flächennormalenvektoren in diesen Stützpunkten insgesamt G^1 -Stetigkeit zu erreichen. Die strenge Lösung dieser Aufgabe erfordert allerdings die Lösung eines Gleichungssystems, welches sämtliche Leitpunktpositionen der gesamten Oberfläche beinhaltet, außer natürlich den Stützpunkten selbst. Um eine lokale Lösung des Interpolationsproblems zu erhalten, muß entweder der Polynomgrad des Interpolanten auf $n = 4$ erhöht werden, oder es müssen sogenannte Unterteilungsstrategien verwendet werden, oder es muß auf die transfinite Interpolation, vgl. Kap. 5.5, übergegangen werden.

Die Erhöhung des Polynomgrades auf $n = 4$ ist kritisch zu betrachten, da sie die Möglichkeit des Auftretens unerwünschter Oszillationen in sich birgt. Mit den Unterteilungsstrategien wird ein Parameterdreieck in mehrere Teildreiecke zerlegt. Diese Teilung hat zwei Konsequenzen: Die Anzahl der Leitpunkte erhöht sich, die vorgegebenen Nebenbedingungen beschränken sich aber weiterhin auf die Außenseiten des ursprünglichen Parameterdreiecks. Für die inneren Kanten der Teildreiecke ist lediglich G^1 -Stetigkeit ohne feste Vorgaben zu erzielen.

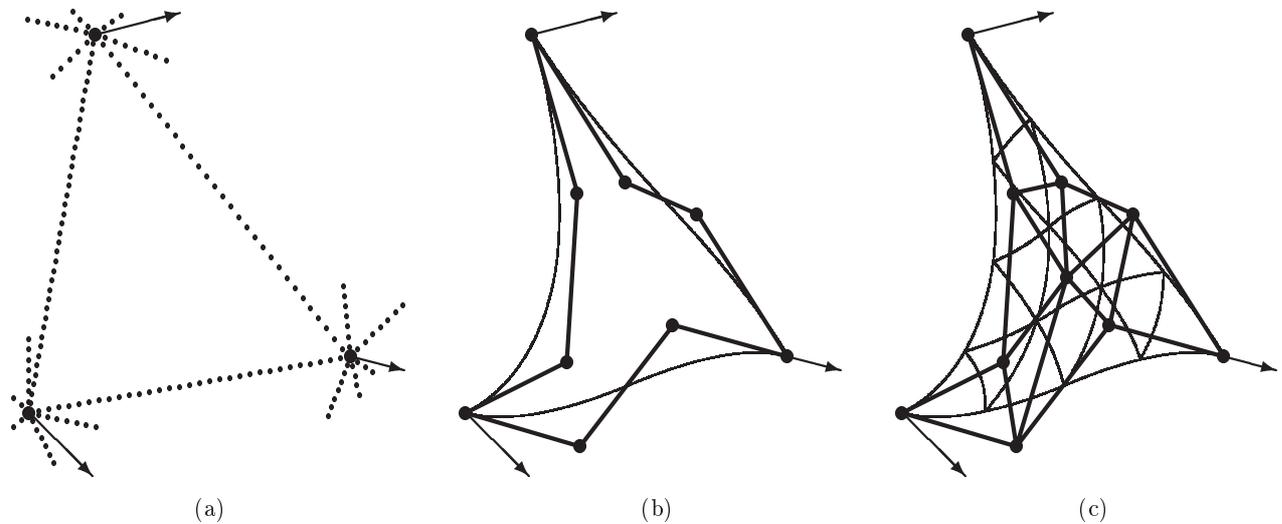


Abbildung 5-8: G^1 -stetige Bézier-Dreiecksinterpolation im \mathbb{R}^3 . (a): Der Interpolant wird über drei Stützpunkte und die approximierten Flächennormalenvektoren in diesen Stützpunkten definiert. (c): Der Verlauf der Bézier-Splinefläche wird über ein Polygonnetz von zehn Leitpunkten festgelegt, wobei allein die Positionen der Randpolygonpunkte in (b) den Verlauf der Randkurven der Splinefläche bestimmen.

Daher verbleiben für einige innere Kontrollpunkte, je nach Unterteilungsschema, zusätzliche Freiheitsgrade, vgl. z.B. [Hoschek und Lasser 1992], [Veltkamp 1992a]. Nach [Veltkamp 1992a] sind die Unterteilungsstrategien stark anfällig für numerische Instabilitäten, die z.B. aus dem Auftreten extrem schlanker Dreiecke resultieren können. Er arbeitet daher mit einem noch erweiterten Unterteilungsschema, um zusätzliche Zwänge hinsichtlich der Leitpunktlagen einbringen zu können.

Ein anderer Weg wird von [Pfeifer und Pottmann 1996] eingeschlagen. Um die in Verbindung mit der Erhöhung von Freiheitsgraden auftretenden numerischen Probleme zu umgehen, werden zunächst sämtliche Dreiecksrandkurven als kubische Splines vorgegeben, ausgehend jeweils nur von den beiden die Randkurve aufspannenden Stützpunkten und ihren Normalenvektoren. Damit sind pro Parameterdreieck bereits n^2 Leitpunkte definiert. Die mit den zentralen Leitpunkten noch verbleibenden Freiheitsgrade werden dann über ausgewählte, einzelne Normalenvektoren auf den Randkurven festgelegt. Damit erreicht man eine lokale Vorgehensweise, erzielt aber keine strenge G^1 -Stetigkeit längs der gesamten Randkurve. Als grundlegendes Problem bleibt bei den hier exemplarisch beschriebenen Verfahren, daß innere Bézier-Leitpunkte bei nur geringfügigen Oberflächenkrümmungen oft schlecht bestimmt sind. Aus diesem Grund wird der Lösungsansatz in [Pfeifer und Pottmann 1996] mit einem Regularisierungsansatz ergänzt.

Den numerischen Vorteilen bei der Berechnung der Interpolationswerte selbst stehen also Instabilitäten bei der Festlegung der Leitpunkte gegenüber. Dies ist im Hinblick auf die photogrammetrische Rekonstruktion ein ernstzunehmender Schwachpunkt, da die Festlegung der Leitpunkte nach jeder Iteration der Rekonstruktion vollautomatisch wiederholt werden muß. Bézier-Dreiecksinterpolanten sind damit für den Einsatz in der photogrammetrischen Rekonstruktion nur bedingt geeignet. Daher wird auf die Betrachtung von G^2 -stetigen Bézier-Dreiecksinterpolanten verzichtet.

5.5 Transfinite Interpolanten

Der Begriff *transfiniten Interpolant* wurde von [Gordon 1971] eingeführt, um anzudeuten, daß diese Art Interpolant statt einer diskreten Anzahl von Daten ein Kontinuum von Daten, in der Regel die vorgegebenen Randkurven eines Flächenstückes, interpoliert. Die Interpolation zwischen den Randkurven erfolgt durch geeignete Binfunktionen, die so konstruiert sein müssen, daß alle Randvorgaben erfüllt werden. Alternative Bezeichnungen sind z.B. *Coons-Interpolant*, *Gordon-Coons-Flächen* oder *Hermite-Interpolations-Flächen*, vgl. [Hoschek und Lasser 1992], [Farin 1990, S. 341ff].

5.5.1 Bilineare Interpolation im Viereckgitter als Spezialfall der transfiniten Interpolation

Zur anschaulichen Einführung sei kurz darauf hingewiesen, wie die bilineare Interpolation innerhalb eines räumlichen Vierecks (der vielbenutzte Sonderfall des Quadrats ist mit eingeschlossen) als transfinite Interpolation interpretiert werden kann, vgl. Abb. 5-9(a). Bei der bilinearen Interpolation werden zunächst die Randkurven

$g_1, \tilde{g}_1, g_2, \tilde{g}_2$ zwischen den über die vier Ortsvektoren gegebenen Stützpunkten $\mathbf{X}_1 = \mathbf{f}(0, 0)$, $\mathbf{X}_2 = \mathbf{f}(0, 1)$, $\mathbf{X}_3 = \mathbf{f}(1, 1)$, $\mathbf{X}_4 = \mathbf{f}(1, 0)$ als Geraden mit den Parametern $t_1, t_2 \in [0, 1]$ festgelegt:

$$\begin{aligned} g_1(t_1) &= (1 - t_1) \mathbf{X}_1 + t_1 \mathbf{X}_4, \\ \tilde{g}_1(t_1) &= (1 - t_1) \mathbf{X}_2 + t_1 \mathbf{X}_3, \\ g_2(t_2) &= (1 - t_2) \mathbf{X}_1 + t_2 \mathbf{X}_2, \\ \tilde{g}_2(t_2) &= (1 - t_2) \mathbf{X}_4 + t_2 \mathbf{X}_3. \end{aligned} \quad (5.5-1)$$

Zwischen zwei gegenüberliegenden Randkurven kann dann ein Flächenpunkt über die linearen Bindefunktionen $\hat{H}_1(t) = 1 - t$ und $\hat{H}_2(t) = t$ interpoliert werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(t_1, t_2) &= \hat{H}_1(t_2) g_1(t_1) + \hat{H}_2(t_2) \tilde{g}_1(t_1) \\ &= \hat{H}_1(t_1) g_2(t_2) + \hat{H}_2(t_1) \tilde{g}_2(t_2). \end{aligned} \quad (5.5-2)$$

Die letzte Gleichung zeigt, daß es im linearen Fall unerheblich ist, von welchen zwei gegenüberliegenden Randkurven man ausgeht. Ebenso ist die Äquivalenz der Definition von Randkurve wie Bindefunktion auffallend. Geht man jedoch von den linearen Randgeraden g_i, \tilde{g}_i auf anders formulierte Kurven über, so gilt Gleichung (5.5-2) nicht mehr, da sich die beiden Verbindungsgeraden im allgemeinen nicht mehr schneiden, vgl. die Lage von $\mathbf{f}_a(t_1, t_2)$ zu $\mathbf{f}_b(t_1, t_2)$ in Abb. 5-9b. In [Hoschek und Lasser 1992] wird dieses Problem beispielsweise mit der Formulierung eines adäquaten Korrekturgliedes der Bindefunktionen gelöst. Es wird deutlich, daß die Wahl der Randkurvendarstellung sowie der zugehörigen Bindefunktionen immer derart aufeinander abgestimmt sein müssen, daß die Interpolation eindeutig ist und sämtliche Randbedingungen erfüllt werden können.

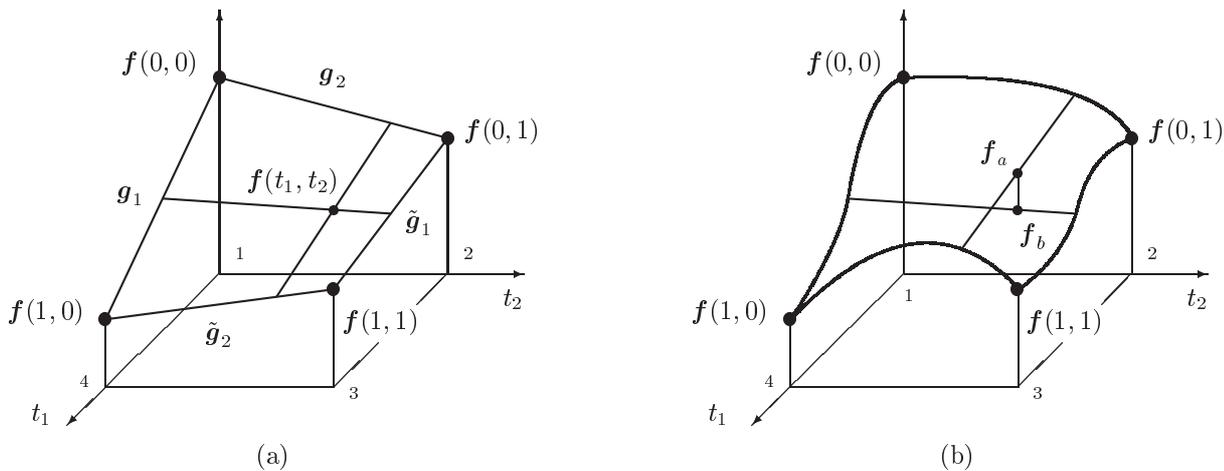


Abbildung 5-9: Einführung in die transfinite Interpolation. (a): Bilineare Interpolation mit Geradenstücken als Randkurven, (b): Bézier-Splines als Randkurven.

5.5.2 Transfinite Dreiecksinterpolation

Im folgenden steht die Ableitung eines G^1 -stetigen transfiniten Dreiecksinterpolanten im Mittelpunkt. Mit der Eigenschaft sich stets nur kontinuierlich ändernder Normalenvektoren sind Interpolanten dieses Stetigkeitsgrades für die photogrammetrische Rekonstruktion im Objektraum von besonderem Interesse. Gleichzeitig liegen mit dieser Herleitung aber auch die Grundideen für die Konstruktion von Interpolanten mit höherem Stetigkeitsgrad offen. Die sich anschließende, eher knapp gehaltene Wiedergabe der wichtigsten Grundgedanken zur Konstruktion eines G^2 -stetigen transfiniten Dreiecksinterpolanten soll darauf hinweisen, daß das vorgelegte Konzept hinsichtlich höherer Stetigkeitsgrade erweiterbar ist – die explizite Anwendung solcher Oberflächenmodelle im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion ist grundsätzlich möglich, aber nicht immer notwendig bzw. sinnvoll.

Prinzipiell wird von ähnlichen Voraussetzungen wie bei der Konstruktion der Bézier-Interpolanten ausgegangen, vgl. Kap. 5.4. Vorab ist wiederum die Approximation der Oberflächennormalenvektoren in den Stützpunkten erforderlich. Auf der Basis einer vorliegenden topologischen Beschreibung und approximierter Flächennormalenvektoren, vgl. Abb. 5-10(a), wird zunächst über kubische Splines ein Randkurvennetz aufgespannt. Diese Randkurvenbeschreibung bildet den Ausgangspunkt, um anschließend nach dem Prinzip der von [Nielson 1979] vorgeschlagenen *side-vertex*-Methode drei Teilinterpolanten zu bilden, welche jeweils aus Kurvenscharen zusammengesetzt sind. Ausgewählte Kurven eines solchen Teilinterpolanten sind in Abb. 5-10(b) skizziert. Durch eine geeignete Linearkombination der drei Teilinterpolanten gelangt man zur eigentlichen G^1 -stetigen Oberflächenbeschreibung, vgl. Abb. 5-10(c).

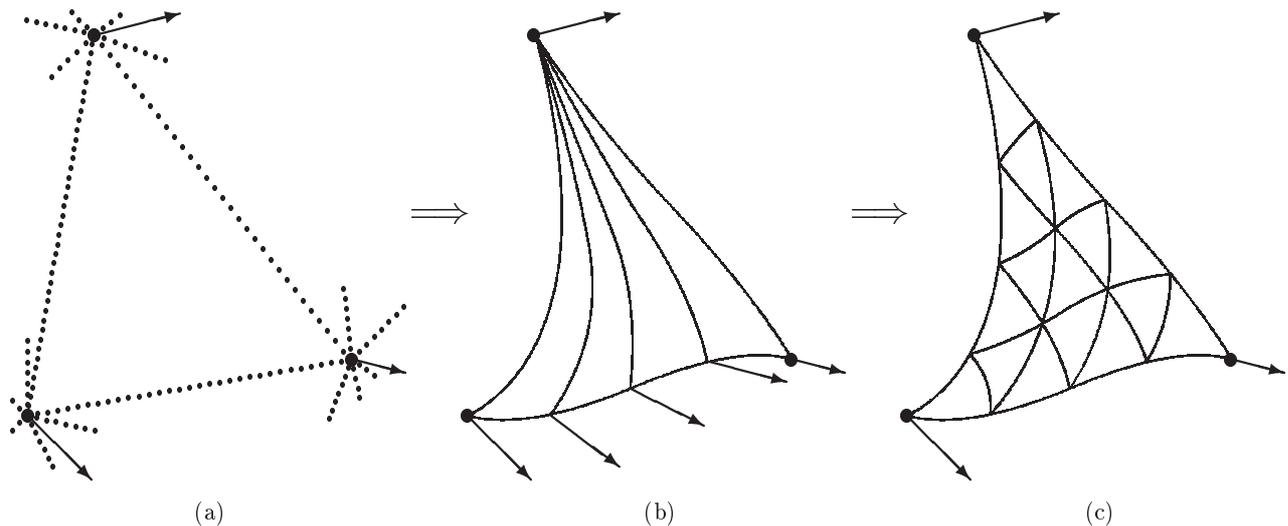


Abbildung 5-10: G^1 -stetige transfinite Dreiecksinterpolation im \mathbb{R}^3 . (a): Flächennormalenvektoren werden approximiert bzw. festgelegt. (b): Anschließend werden drei Teilinterpolanten (= Scharen kubischer Splines) aus Randkurven und -normalen gebildet, wobei nur einer der drei Teilinterpolanten in (b) dargestellt ist. (c): Resultierende Splinefläche durch Überlagerung der Teilinterpolanten. (Die Kurven des dargestellten Liniennetzes erhält man, indem jeweils eine baryzentrische Koordinate als konstant festgehalten wird).

Für die Formulierung einer Randkurve, welche zwischen zwei durch ihre Ortsvektoren \mathbf{X}_1 und \mathbf{X}_2 gegebenen Oberflächenstützpunkten aufgespannt wird und welche den Anforderungen der in diesen Stützpunkten vorgegebenen Normaleneinheitsvektoren \mathbf{N}_1 und \mathbf{N}_2 genügen soll, ist eine vektorwertige Funktion dritten Grades erforderlich. Die an dieser Stelle ausgewählte Hermite-Darstellung einer kubischen Splinekurve bietet die Möglichkeit, genau die gegebenen Randbedingungen einzuhalten. Diese Raumkurve stellt die Grundlage sowohl für die Randkurven als auch für die Bindefunktionen des gesuchten G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten dar. Die klassischen Hermite-Polynome für die kubische Splinekurve, vgl. Abb. 5-11, lauten nach [Hoschek und Lasser 1992] für $t \in [0, 1]$:

$$\begin{aligned} H_{31}(t) &= 1 - 3t^2 + 2t^3, \\ H_{32}(t) &= 3t^2 - 2t^3, \\ H_{33}(t) &= t - 2t^2 + t^3, \\ H_{34}(t) &= -t^2 + t^3. \end{aligned} \tag{5.5-3}$$

Die kubische Splinekurve ergibt sich aus der zugehörigen Interpolationsformel über die Stützpunkte \mathbf{X}_1 und \mathbf{X}_2 sowie aus den Richtungsableitungen \mathbf{X}'_i entlang der Raumkurve in den Stützpunkten :

$$\mathbf{g}(t) = H_{31}(t) \mathbf{X}_1 + H_{32}(t) \mathbf{X}_2 + S_{1,2} H_{33}(t) \mathbf{X}'_1 + S_{1,2} H_{34}(t) \mathbf{X}'_2. \tag{5.5-4}$$

Der Faktor $S_{1,2} = |\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1|$ sichert eine maßstabsinvariante Interpolation bei Verwendung der normierten Parametrisierung mit $t \in [0, 1]$ zwischen zwei Stützpunkten. Die Richtungsableitung \mathbf{X}'_i in Richtung der Raumkurve in einem Stützpunkt läßt sich geometrisch als Tangentenvektor $\mathbf{T}_{i,j}$ an die Raumkurve interpretieren. Man

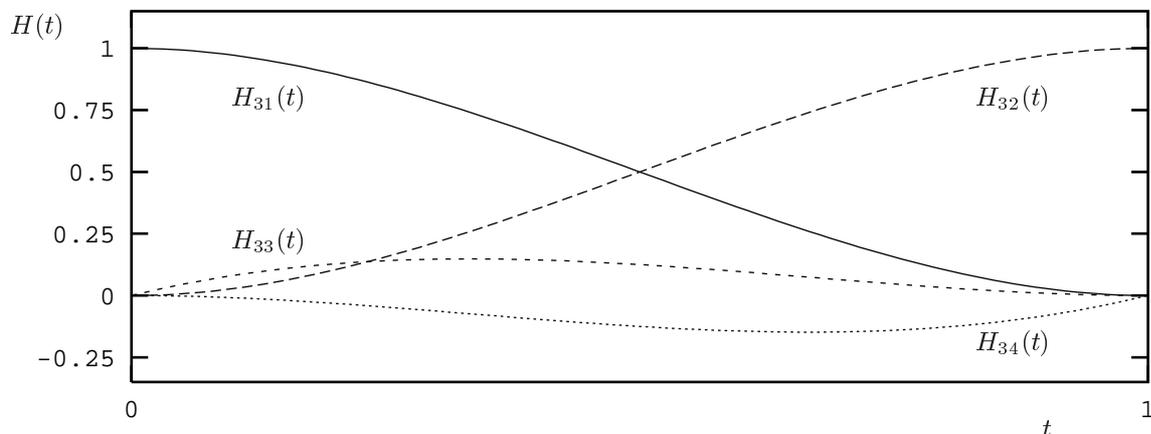


Abbildung 5-11: Hermite-Polynome dritten Grades

erhält die $\mathbf{T}_{i,j}$ aus den Stützpunkten \mathbf{X}_i und den in den Stützpunkten gegebenen Flächennormalenvektoren \mathbf{N}_i über

$$\mathbf{X}'_1 = \mathbf{T}_{1,2} = \frac{\mathbf{N}_1 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \times \mathbf{N}_1}{|\mathbf{N}_1 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \times \mathbf{N}_1|}, \quad \mathbf{X}'_2 = \mathbf{T}_{2,1} = \frac{\mathbf{N}_2 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \times \mathbf{N}_2}{|\mathbf{N}_2 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \times \mathbf{N}_2|}. \quad (5.5-5)$$

Daraus folgt die geometrisch anschauliche Darstellung der parametrisierten Raumkurve:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(t) &= \mathbf{g}[\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2](t) \\ &= H_{31}(t) \mathbf{X}_1 + H_{32}(t) \mathbf{X}_2 + \alpha_1 S_{1,2} H_{33}(t) \mathbf{T}_{1,2} + \alpha_2 S_{1,2} H_{34}(t) \mathbf{T}_{2,1}. \end{aligned} \quad (5.5-6)$$

Diese Kurve im Raum kann zwischen zwei Punkten beliebiger Lage im Objektkoordinatensystem, definiert über ihre Ortsvektoren, aufgespannt werden. Dabei können die beiden ergänzend eingeführten Skalare α_1 und α_2 als Tensionsparameter benutzt werden, wobei im Rahmen dieser Arbeit nur der Wertebereich $\alpha_i \geq 0$ von Interesse sein kann. Für $\alpha_i \rightarrow 0$ nimmt der Einfluß der Normalenvektoren ständig ab, die Raumkurve nähert sich der linearen Verbindungsgeraden der beiden Stützpunkte an. Wenn nicht besonders betont, wird im folgenden stets $\alpha_i = 1$ unterstellt. In der Darstellung nach [Nielsen 1987] wird in Gleichung (5.5-6) auf den Faktor $S_{1,2}$ verzichtet – für das dort angestrebte interaktive Modellieren von Flächen ist die Aufspaltung der Tensionsparameter $\tilde{\alpha}_i \rightarrow \alpha_i S_{1,2}$ aber auch nur von untergeordneter Bedeutung.

Für die beiden Flächennormalenvektoren wird gefordert, daß sowohl $\mathbf{N}_1 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \neq 0$ als auch $\mathbf{N}_2 \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \neq 0$ gilt, vgl. (5.5-5). Geometrisch interpretiert bedeutet dies, daß die Normalen nicht parallel zu der Verbindungsgeraden der die Kurve aufspannenden Stützpunkte liegen dürfen. Diese Bedingung wird bei der angestrebten Anwendungsaufgabe stets erfüllt, da die rekonstruierte Oberfläche impliziten Glattheitsbedingungen genügt, welche eine entsprechende Lage der Flächennormalenvektoren ausschließt. Mit den Ableitungen der Hermite-Polynome nach t

$$\begin{aligned} H'_{31}(t) &= -6t + 6t^2, \\ H'_{32}(t) &= 6t - 6t^2, \\ H'_{33}(t) &= 1 - 4t + 3t^2, \\ H'_{34}(t) &= -2t + 3t^2 \end{aligned} \quad (5.5-7)$$

erhält man für die Ableitung entlang der Raumkurve

$$\frac{d\mathbf{g}}{dt}(t) = H'_{31}(t) \mathbf{X}_1 + H'_{32}(t) \mathbf{X}_2 + \alpha_1 S_{1,2} H'_{33}(t) \mathbf{T}_{1,2} + \alpha_2 S_{1,2} H'_{34}(t) \mathbf{T}_{2,1}. \quad (5.5-8)$$

Dabei gilt in den Stützpunkten

$$\frac{d\mathbf{g}}{dt}(0) = \alpha_1 S_{1,2} \mathbf{T}_{1,2} \quad \text{und} \quad \frac{d\mathbf{g}}{dt}(1) = \alpha_2 S_{1,2} \mathbf{T}_{2,1}. \quad (5.5-9)$$

Die Tangentialebenenkomponenten quer zur Splinekurve, welche in den Stützpunkten formal durch $\mathbf{N}_i \times d\mathbf{g}/dt$ gegeben sind, werden längs der Raumkurve linear interpoliert. Damit liegt die Schar der Flächennormalenvektoren entlang der Randkurve vor:

$$\mathbf{N}(t) = \mathbf{N}[\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2](t) = \frac{\frac{d\mathbf{g}}{dt}(t) \times \left[(1-t)\mathbf{N}_1 \times \frac{d\mathbf{g}}{dt}(0) + t\mathbf{N}_2 \times \frac{d\mathbf{g}}{dt}(1) \right]}{\left| \frac{d\mathbf{g}}{dt}(t) \times \left[(1-t)\mathbf{N}_1 \times \frac{d\mathbf{g}}{dt}(0) + t\mathbf{N}_2 \times \frac{d\mathbf{g}}{dt}(1) \right] \right|}. \quad (5.5-10)$$

Geometrisch läßt sich diese Konstruktion der Flächennormalenvektoren entlang der Randkurve folgendermaßen veranschaulichen: Zunächst soll die Flächennormale stets senkrecht auf der Raumkurve stehen. Weiterhin wird der verbleibende Freiheitsgrad über eine Linearkombination der beiden Normalenvektoren der Stützpunkte festgelegt.

Da jetzt für jeden Punkt auf der Randkurve ein Flächennormalenvektor definiert ist, können für ein Dreieck nicht nur die Randkurven selbst als kubische Hermite-Splines angegeben werden, es können weiterhin Raumkurven nach Formel (5.5-6) von jeweils einem Eckpunkt (*vertex*) zu beliebigen Punkten auf den gegenüberliegenden Randkurven (*side*) aufgespannt werden, vgl. Abb. 5-12(a) und die Darstellung der Teilinterpolantenkurve im Parameterraum in Abb. 5-12(b). Die entsprechende Notierung im Parameterraum für eine Kurve eines solchen Teilinterpolanten wird in (5.5-12) verwendet.

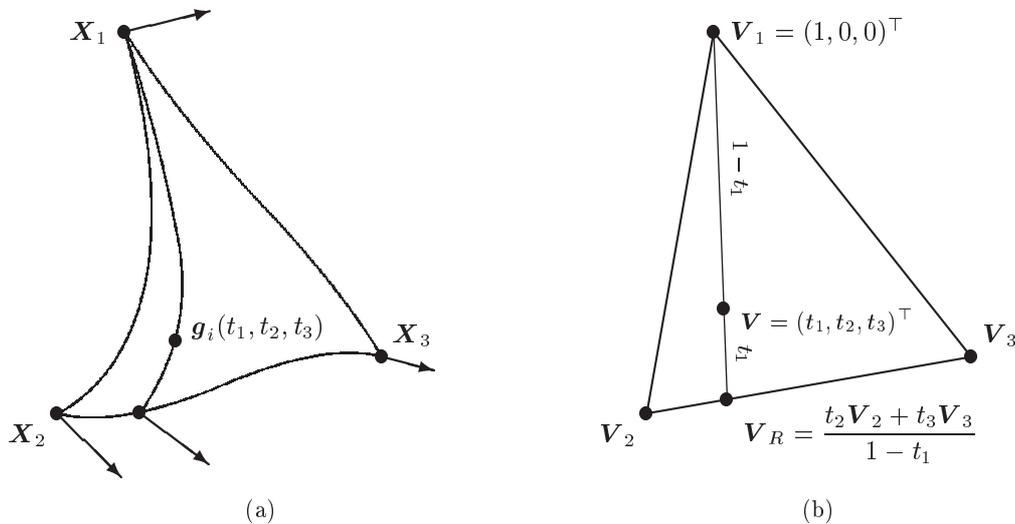


Abbildung 5-12: Kurve eines transfiniten Teilinterpolanten. (a): Darstellung im \mathbb{R}^3 . (b): Darstellung im Parameterraum.

Der in [Nielson 1979] vorgeschlagenen *side-vertex*-Methode folgend, stellt jeweils die von einem Oberflächenstützpunkt ausgehende Schar von Raumkurven zur gegenüberliegenden Randkurve einen von insgesamt drei Teilinterpolanten dar, vgl. Abb. 5-10(b). Für die Interpolation eines diskreten Oberflächenpunktes $\mathbf{X} = \mathbf{f}(t_1, t_2, t_3)$ in der Interpolationsfläche ist also die Kenntnis der entsprechenden drei Raumkurven der jeweiligen Teilinterpolanten die Voraussetzung. Diese drei Raumkurven lassen sich mit dem Satz der Indizes

$$(i, j, k) \in \{(1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2)\} = \mathbf{I} \quad (5.5-11)$$

folgendermaßen formulieren:

$$\mathbf{g}_i(t_1, t_2, t_3) = \mathbf{g} \left[\mathbf{X}_i, \mathbf{g}[\mathbf{X}_j, \mathbf{X}_k, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_k] \left(\frac{t_j \mathbf{V}_j + t_k \mathbf{V}_k}{1 - t_i} \right), \right. \\ \left. \mathbf{N}_i, \mathbf{N}[\mathbf{X}_j, \mathbf{X}_k, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_k] \left(\frac{t_j \mathbf{V}_j + t_k \mathbf{V}_k}{1 - t_i} \right) \right] (1 - t_i). \quad (5.5-12)$$

Diese Darstellung bezieht sich auf die in (5.5-6) angegebene Form der kubischen Splinekurve, wobei der zweite Stützpunkt \mathbf{X}_2 samt seinem Flächennormalenvektor \mathbf{N}_2 durch den Punkt auf der Randkurve mit den baryzentrischen Koordinaten $(t_j \mathbf{V}_j + t_k \mathbf{V}_k) / (1 - t_i)$ und den zugehörigen Flächennormalenvektor ersetzt wird, vgl.

Abb. 5-12. Nach [Nielson 1987] ergibt sich dann der Flächenpunkt $\mathbf{X} = \mathbf{f}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2, t_3)$ des transfiniten Interpolanten als gewichtete Linearkombination der drei Splinekurven (5.5-12) mit

$$\beta_i(t_1, t_2, t_3) = \frac{t_j t_k}{t_1 t_2 + t_1 t_3 + t_2 t_3}, \quad (i, j, k) \in \mathbf{I} \quad (5.5-13)$$

zu

$$\mathbf{X}(t_1, t_2, t_3) = \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2, t_3) = \sum_{i=1}^3 \beta_i \mathbf{g}_i. \quad (5.5-14)$$

Den lokalen Normalenvektor $\mathbf{N}(t_1, t_2, t_3)$ in einem Oberflächenpunkt erhält man aus

$$\mathbf{N}(t_1, t_2) = \frac{\frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_1} \times \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_2}}{\left| \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_1} \times \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_2} \right|}. \quad (5.5-15)$$

Um die partiellen Ableitungen zu bilden, ist eine der drei voneinander abhängigen baryzentrischen Koordinaten in (5.5-14) zu eliminieren. Die erforderlichen Substitutionen zur strengen Differentiation von (5.5-14) sowie Hinweise zur numerischen Berechnung der partiellen Ableitungen werden in Anhang A.1 angegeben. Da man über die partiellen Ableitungen $\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)/\partial t_1$ und $\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)/\partial t_2$ auch den differentiellen Zusammenhang zwischen baryzentrischen Koordinaten und der Bogenlänge ausdrücken kann, vgl. Anhang A, sind diese Ableitungen im folgenden Kapitel 5.6 über die Grauwertinterpolation erneut von Interesse, um die Änderungen der Oberflächengrauwerte nach der Bogenlänge entlang ausgewählter Parameterlinien zu erfassen.

Damit ist die ausführliche Formulierung des G^1 -stetigen transfiniten Dreiecksinterpolanten abgeschlossen. Die Wahl der Gewichtskoeffizienten β_i in (5.5-13) stellt sicher, daß bei der Kombination der drei Teilinterpolanten mit Gleichung (5.5-14) sowohl die Flächennormalenvektoren auf den Randkurven erhalten bleiben als auch die Flächennormalenvektoren innerhalb der Randkurven sich nur kontinuierlich ändern. Somit sind alle auf diese Weise gewonnenen Oberflächenpunkte diskrete Punkte auf einer global G^1 -stetigen Oberfläche.

Im Hinblick auf die photogrammetrische Oberflächenrekonstruktion im Objektraum ist die Modellierung mit diesem Stetigkeitsgrad in der Regel ausreichend. Um aber deutlich zu machen, daß sich mit Hilfe der dargestellten Vorgehensweise für die Modellierung der Oberflächengeometrie prinzipiell durchaus auch höhere Stetigkeitsgrade erzielen lassen, die bei entsprechenden Aufgabenstellungen ebenso im Rahmen des Facetten-Stereosehens eingesetzt werden könnten, sei hier kurz auf die Erweiterung des transfiniten Dreiecksinterpolanten bezüglich G^2 -Stetigkeit hingewiesen. Eine ausführliche Darstellung findet man bei [Hagen und Pottmann 1989], hier sollen nur die wesentlichen Ergänzungen zur G^1 -stetigen Modellierung Erwähnung finden.

Um einen transfiniten Dreiecksinterpolanten für den \mathbb{R}^3 mit G^2 -Stetigkeit auf den Randkurven zu formulieren, müssen in jedem Stützpunkt, zusätzlich zu dem Flächennormalenvektor \mathbf{N}_i , die Krümmungseigenschaften der Oberfläche vorgeben werden. Üblicherweise erfolgt diese Festlegung über die Hauptkrümmungen k_1, k_2 und ihre Richtung in der lokalen Tangentialebene, also über die sogenannte *Dupin'sche Indikatrix*. Die numerische Approximation der gerichteten Hauptkrümmungen kann analog zu der Abschätzung der ersten Richtungsableitungen durch eine wiederholte Anwendung der in Kap 5.3 beschriebenen (gewichteten) arithmetischen Mittelbildung erfolgen, vgl. [Hoschek und Lasser 1992]. Die Mittelbildung bezieht sich dann auf die Flächennormalenvektoren in den jeweils benachbarten Stützpunkten. Ein Vorschlag für die lokale Approximation der Hauptkrümmungen und ihrer Richtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate findet sich z.B. bei [Todd und McLeod 1986]. Aus den approximativ für einen Stützpunkt vorliegenden Hauptkrümmungen k_1, k_2 kann für jede Randkurve die Normalschnittkrümmung $\kappa_{i,j}$ in Richtung des Tangentenvektors $\mathbf{T}_{i,j}$ über den *Satz von Euler* ermittelt werden, vgl. [Bronštejn und Semendjajew 1985]. Mit den Normalschnittkrümmungen in der Form $\mathbf{K}_i = \kappa_{i,j} \mathbf{N}_i$ als zusätzliche Randbedingungen wird nun ein quintischer Hermite-Spline als Randkurvenbeschreibung aufgespannt. Um die drei radialen Teilinterpolanten $\check{\mathbf{g}}_i$ der *side-vertex*-Methode bilden zu können, muß weiterhin auch für jeden Ort auf dieser Randkurve eine Interpolationsvorschrift für die Lage der jeweiligen Tangentialebene und die jeweiligen Krümmungseigenschaften bereitgestellt werden. In die Gewichtskoeffizienten $\check{\beta}_i$ gehen die baryzentrischen Koordinaten t_1, t_2, t_3 nunmehr in zweiter Potenz ein. Man erhält den G^2 -stetigen transfiniten Interpolanten mit

$$\mathbf{X}(t_1, t_2, t_3) = \mathbf{f}_{G^2}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i, \mathbf{K}_i](t_1, t_2, t_3) = \sum_{i=1}^3 \check{\beta}_i \check{\mathbf{g}}_i. \quad (5.5-16)$$

Kritisch zu betrachten ist hier insbesondere die *a priori* Approximation der Oberflächenkrümmungseigenschaften. Diese Approximation stellt in der Regel wesentlich höhere Anforderungen als die in Kap. 5.3 diskutierte

Festlegung der Flächennormalenvektoren, da die verwendeten Splinepolynome fünften Grades gegenüber den kubischen Splines des G^1 -stetigen Interpolanten in weitaus stärkerem Maße die Gefahr unerwünschter Oszillationen in sich bergen können. Die praktische Lösung der photogrammetrischen Rekonstruktionsaufgabe erfordert aber unbedingt eine einfache und vollautomatisierbare Vorgehensweise, was die Interpolationsaufgabe belangt. Daher erscheint die Erlangung noch höherer Stetigkeitsgrade über den Weg der transfiniten Interpolation als nicht sinnvoll. Soll die Rekonstruktionsaufgabe definitiv mit einem Stetigkeitsgrad der geometrischen Oberflächenbeschreibung von größer als zwei gelöst werden, verbleibt nur der bereits angesprochene Übergang auf die Interpolation mit Hilfe radialer Basisfunktionen – unter den genannten Schwierigkeiten.

Insgesamt gesehen stellt die transfinite Interpolation eine numerisch stabile Methode dar, um im \mathbb{R}^3 mit einer streng lokalen Interpolationsvorschrift auf Dreiecksbasis globale Stetigkeitseigenschaften nullten bis zweiten Grades zu erzielen. Schwachstellen der Numerik ergeben sich lediglich für Konstellationen, die im Rahmen der Oberflächenrekonstruktion völlig untypisch sind, nämlich für den Fall, daß sich die Ausrichtung eines Oberflächennormalenvektors an die Ebene durch die drei Stützpunkte eines angrenzenden Parameterdreiecks annähert bzw. sie überschreitet. Durch das in Kap. 5.3 vorgeschlagene Bildungsgesetz für die Normalenvektoren ist dieser Fall aber bereits sehr weitgehend ausgeschlossen. Auch wirken ihm die Glattheitsbedingungen der photogrammetrischen Rekonstruktion (vgl. Kap. 7.2) entgegen. Während sich in Kap. 5.4 die erforderliche Konstruktion des Leitpunktnetzes für einen G^1 -stetigen Bézierinterpolanten bei weitgehend ebenen Flächen als Achillesferse der Bézierinterpolation erweist, ist bei der transfiniten Interpolation durch das Konzept der gewichteten Linearkombination sowohl der Aufbau der Nebenbedingungen als auch die Bildung und Kombination der Teilinterpolanten für die tatsächlich auftretenden Wertebereiche numerisch völlig unempfindlich. Der bei der G^1 -stetigen transfiniten Interpolation grundsätzlich moderat gestaltete Flächenverlauf wird als entscheidender Vorteil im Hinblick auf den automatischen Ablauf der photogrammetrischen Rekonstruktion gewertet.

Die geometrisch anschauliche Formulierung des G^1 -stetigen Interpolanten eröffnet weiterhin Möglichkeiten für die photogrammetrische Rekonstruktion im Objektraum, welche in dieser Arbeit noch nicht ausgeschöpft werden. So könnte beispielsweise über die gezielte Vorgabe mehrerer Normalenvektoren pro Stützpunkt eine scharfe Bruchkantenmodellierung erzielt werden.

Die konzeptionelle Nähe der transfiniten Interpolanten unterschiedlichen Stetigkeitsgrades untereinander drückt sich u.a. darin aus, daß ein G^i -stetiger Interpolant bei entsprechender Wahl der Tensionsparameter ($\alpha_i = 0$, vgl. die Diskussion von (5.5-6) auf S. 58) die Interpolationscharakteristik eines G^{i-1} -stetigen Interpolanten annimmt. Der Stetigkeitsgrad könnte also gewissermaßen fließend gewählt werden. Konsequenterweise kann im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion die Wahl des jeweiligen Stetigkeitsgrades von Oberflächengeometrie und -grauwerten flexibel in Abhängigkeit von projektbezogenen Anforderungen erfolgen – die entsprechende praktische Diskussion wird in Kap. 7.2.4 vorgenommen.

Die transfinite Interpolation ist invariant gegenüber Skalierung und Rotation des zugrundeliegenden kartesischen Koordinatensystems und für begrenzte sowie auch geschlossene Objektflächen gleichermaßen gut geeignet. Damit wird das in Kap. 4 für allgemeine Flächen im \mathbb{R}^3 ausgearbeitete topologische Grundgerüst im Hinblick auf den vollautomatischen Ablauf der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion im Objektraum durch die transfinite Interpolation in idealer Weise ergänzt.

5.6 Interpolation der Grauwerte auf der Oberfläche

Das oben vorgestellte geometrische Modell wird in diesem Kapitel durch ein geeignetes Modell für die Oberflächengrauwerte ergänzt. Durch diese Kombination erhält man das im Hinblick auf die photogrammetrische Rekonstruktion vollständige Oberflächenmodell im Objektraum. Mit Hilfe von Interpolationsfunktionen werden für jeden Ort auf der Objektoberfläche Grauwertinformationen bereitgestellt. Dabei wird in Analogie zur Modellierung der Oberflächengeometrie auch die Modellierung der Oberflächengrauwerte mit einem transfiniten Interpolationsansatz durchgeführt. Wieder steht die Konstruktion des G^1 -stetigen Interpolanten im Zentrum, ferner werden G^0 - und G^2 -stetige transfinite Interpolanten behandelt und naheliegende Alternativen zur transfiniten Grauwertinterpolation angesprochen. Im Hinblick auf die Herleitung der Grundgleichung zur Bildinversion in Kap. 7.1 wird auch auf die Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte eingegangen.

Vereinfachend wird im folgenden der Terminus *Grauwert* für die radiometrischen Charakteristika auf der Objektoberfläche verwendet. In den Kap. 2.1 und 2.3 wurde bereits deutlich gemacht, daß der Begriff Grauwert im Rahmen des Facetten-Stereosehens sehr weitgehend interpretiert werden kann, z.B. durch die Zuordnung zu einem Kanal eines farbigen bzw. multispektralen Signals und auch zu einer bestimmten Zeitepoche. Auch bei der simultanen Verwendung mehrerer Kanäle für die Oberflächenrekonstruktion wird die Grauwertinterpolation im Objektraum aber immer unabhängig für jeden einzelnen Grauwertkanal durchgeführt. Für die Beschreibung der Interpolationsansätze der Oberflächengrauwerte reicht hier also eine einkanalige Betrachtungsweise aus.

Im Unterschied zur Modellierung der Oberflächengeometrie wird für die Oberflächengrauwerte nur ein skalarer Interpolant benötigt. Greift man auf die baryzentrischen Koordinaten des jeweiligen Geometriedreiecks

als Parameter für die Grauwertinterpolation zurück, so erhält man den geometrischen Ort $\mathbf{X}(t_1, t_2, t_3)$ eines Grauwertes $G(t_1, t_2, t_3)$ im \mathbb{R}^3 in Abhängigkeit von der Wahl des geometrischen Interpolanten sowie den jeweils zugehörigen Stützpunktkoordinaten und Nebenbedingungen, vgl. Abb. 5-5 auf S. 51. In diesem Zusammenhang erweist sich die Beschränkung auf ein gemeinsames baryzentrisches Koordinatensystem für Geometrie- und Grauwertinterpolation bei der photogrammetrischen Rekonstruktion oft als zu starr, vgl. Kap. 8. Ein adäquater Grad an Flexibilität wird erreicht, indem für jedes Geometriedreieck eine regelmäßige oder unregelmäßige Zerlegung in mehrere Grauwertsunterdreiecke zugelassen wird, vgl. Abb. 6-3 auf S. 72. Während die anwendungsbezogene Diskussion zur konkreten Gestaltung einer solchen Zerlegung erst in Kap. 7.2.2 geführt wird, werden schon vorher die sich aus dieser Vorgehensweise ergebenden Vorteile hinsichtlich numerischer Vereinfachungen ausgenutzt, so in Kap. 6.2.1 bei der Schnittberechnung von Projektionsstrahlen mit der Objektfläche und in Anhang A.3 bei der Approximation der Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Unterteilung eines Geometriedreiecks in Grauwertsunterdreiecke stets *a priori* vorgegeben. Die baryzentrischen Koordinaten der Grauwertstützpunkte im übergeordneten Geometriedreieck sind also bekannt. Für ihre Notation wird die Form $(t_{1[i]}, t_{2[i]}, t_{3[i]})^\top$ gewählt, mit [i] als Index der Grauwertstützpunkte eines Grauwertdreiecks, vgl. Abb. 5-13(a). Der Übergang von den auf das lokale Subdreieck bezogenen baryzentrischen Koordinaten $(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3)^\top$ eines Punktes P , vgl. Abb. 5-13(c), auf die baryzentrischen Koordinaten $(t_1, t_2, t_3)^\top$ des übergeordneten Geometriedreiecks, vgl. Abb. 5-13(b), erfolgt mit der linearen Transformation

$$\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{1[1]} & t_{1[2]} & t_{1[3]} \\ t_{2[1]} & t_{2[2]} & t_{2[3]} \\ t_{3[1]} & t_{3[2]} & t_{3[3]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \\ \tilde{t}_3 \end{pmatrix}. \quad (5.6-1)$$

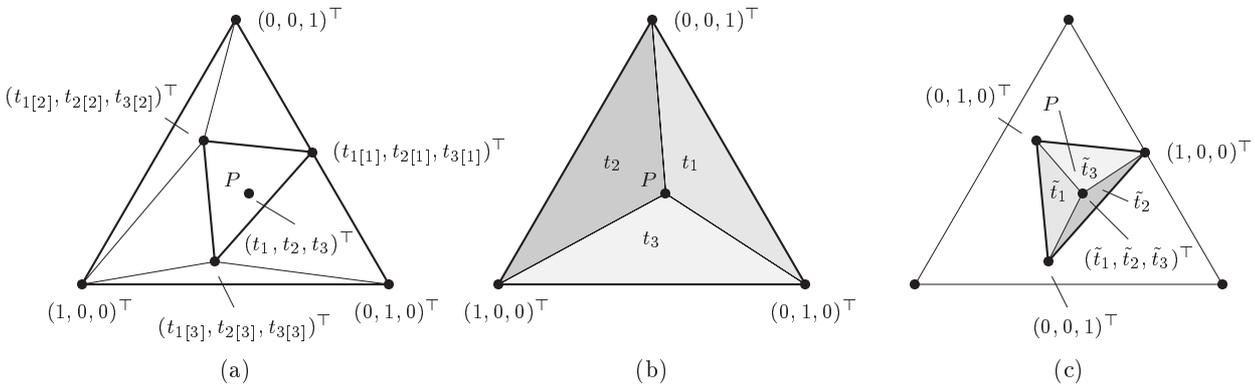


Abbildung 5-13: Modellierung der Oberflächengrauwerte über Subparameterdreiecke der geometrischen Parameterdreiecke. (a): Notationen im Parametersystem eines Geometriedreiecks, welches sechs Grauwertsunterdreiecke enthält, (b): baryzentrische Koordinaten eines Punktes P mit Bezug auf das Geometriedreieck, (c): baryzentrische Koordinaten eines Punktes P mit Bezug auf ein ausgewähltes Grauwertdreieck.

Für konkrete Berechnungen wird auf die Formeln (A.2-2) samt ihrer Umkehrung (A.2-3) in Anhang A.2 auf S. 128 hingewiesen. Auf der Basis dieser Verallgemeinerung kann der G^0 -stetige Ansatz für die Grauwertinterpolation zwischen drei Stützpunkten eines Grauwertsunterdreiecks mit den Grauwerten G_i , $i \in [1, 2, 3]$ direkt aus der Definition der baryzentrischen Koordinaten abgelesen werden, vgl. Formel (5.2-2) auf S. 50 bzw. (5.2-9) auf S. 52:

$$G(t_1, t_2, t_3) = G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3) = f_{G^0}[G_i](\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3) = \sum_{i=1}^3 \tilde{t}_i G_i = \tilde{t}_1 G_1 + \tilde{t}_2 G_2 + (1 - \tilde{t}_1 - \tilde{t}_2) G_3. \quad (5.6-2)$$

Im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion sind auch die Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte von Interesse. Daher wird in Anhang A die strenge Differentiation nach der Bogenlänge behandelt, wobei in Anhang A.2 auch die Zerlegung in baryzentrische Subkoordinatensysteme $(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3)^\top$ mit in die Betrachtung einbezogen wird. Speziell für den G^0 -stetigen Grauwertinterpolanten in Verbindung mit dem G^1 -stetigen Geometrieinterpolanten wird in Anhang A.3 eine approximative Beziehung hergeleitet.

Die Entwicklung des G^1 -stetigen transfiniten Grauwertinterpolanten erfolgt in Analogie zur Formulierung des G^1 -stetigen Geometrieinterpolanten. An die Stelle des Flächennormalenvektors in einem Geometriestützpunkt als Zusatzbedingung treten hier die Richtungsableitungen der Grauwertfunktion auf der geometrischen Oberfläche im Stützpunkt. Entsprechend zur Vorgabe des Normalenvektors beim geometrischen Interpolanten

hat auch die Festlegung der Nebenbedingungen für die Grauwertinterpolation in einem Stützpunkt in konsistenter Weise für alle angrenzenden Parameterdreiecke zu erfolgen. Um diese Festlegung auch im Stützpunkt \mathbf{X}_i vornehmen zu können, wird vorübergehend von der Existenz einer bezüglich der geometrischen Oberfläche Φ definierten, skalaren Grauwertfunktion

$$\check{G} : \Phi \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad \check{G} = \check{G}(\mathbf{X}) \text{ mit } \mathbf{X} \in \Phi \quad (5.6-3)$$

ausgegangen. Die geometrische Oberfläche Φ und auch die Grauwertfunktion \check{G} seien in der Umgebung des Stützpunktes \mathbf{X}_i stetig differenzierbar. Mit der Differenzierbarkeit wird implizit auch eine einheitliche Parametrisierung in der Umgebung von \mathbf{X}_i gefordert. Dabei wird hier auf die Bogenlänge s als einheitlicher Parameter zurückgegriffen. Die Grauwertfunktion längs einer geometrischen Dreiecksrandkurve sei also in Abhängigkeit von der Bogenlänge s über $\check{G} = \check{G}(\mathbf{X}(s))$ parametrisiert. Dann erhält man die Richtungsableitung $\check{G}'_{i,j}$ der Grauwertfunktion im Punkt \mathbf{X}_i mit $s = 0$ entlang der Randkurve zum Punkt \mathbf{X}_j über

$$\check{G}'_{i,j} = \left. \frac{d\check{G}(s)}{ds} \right|_{s=0} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\check{G}(\varepsilon) - \check{G}(0)}{\varepsilon} . \quad (5.6-4)$$

Auf geometrischer Seite wird dieser Richtungsableitung im Punkt \mathbf{X}_i der Tangenteneinheitsvektor

$$\mathbf{T}_{i,j} = \left. \frac{d\mathbf{X}}{ds} \right|_{s=0} \quad (5.6-5)$$

an die Randkurve zugeordnet. Abb. 5-14 gibt Aufschluß über die geometrische Situation einer an den Punkt \mathbf{X}_i angrenzenden Dreiecksfacette mit den Stützpunkten $\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j, \mathbf{X}_B \in \Phi$. Über die jeweiligen Tangenteneinheitsvektoren läßt sich die gegenseitige Abhängigkeit von Ableitungen der Grauwertfunktion in einem Punkt \mathbf{X}_i in unterschiedliche Richtungen ausdrücken. Aus zwei Richtungsableitungen der Grauwertfunktion, denen zwei ausgewählte, nichtparallele Richtungen in der geometrischen Tangentialebene an Φ in \mathbf{X}_i zugeordnet sind, können die Ableitungen in die übrigen Richtungen berechnet werden. Dabei ist beliebig, ob zwischen den beiden ausgewählten Tangenteneinheitsvektoren strenge Orthogonalität gefordert wird, oder ob, wie in Abb. 5-14 dargestellt, die Tangenteneinheitsvektoren $\mathbf{T}_{i,A}$ und $\mathbf{T}_{i,B}$ an zwei günstig zueinander verlaufende Randkurven gewählt werden. Aus den Richtungsableitungen bezüglich $\mathbf{T}_{i,A}$ und $\mathbf{T}_{i,B}$ erhält man die Ableitung der Grauwertfunktion entlang einer beliebigen Randkurve vom Punkt \mathbf{X}_i zum Punkt \mathbf{X}_j auf Φ über den Tangenteneinheitsvektor $\mathbf{T}_{i,j}$ zu

$$\check{G}'_{i,j} = \mathbf{T}_{i,j} \cdot \mathbf{T}_{i,A} \check{G}'_{i,A} + \mathbf{T}_{i,j} \cdot \mathbf{T}_{i,B} \check{G}'_{i,B} . \quad (5.6-6)$$

Für den G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten werden zusätzlich die Richtungsableitungen der Grauwertfunktion auf der geometrischen Oberfläche Φ senkrecht zur Randkurve benötigt. Für die Randkurve von \mathbf{X}_i nach \mathbf{X}_j erhält man diesen Skalar über den Tangenteneinheitsvektor $\mathbf{N}_i \times \mathbf{T}_{i,j}$, vgl. wieder Abb. 5-14, mit

$$\check{G}^\perp_{i,j} = (\mathbf{N}_i \times \mathbf{T}_{i,j}) \cdot \mathbf{T}_{i,A} \check{G}'_{i,A} + (\mathbf{N}_i \times \mathbf{T}_{i,j}) \cdot \mathbf{T}_{i,B} \check{G}'_{i,B} . \quad (5.6-7)$$

Mit (5.6-6) und (5.6-7) stehen alle erforderlichen Beziehungen zur Verfügung, um aus zwei numerischen Festlegungen der Art $\check{G}'_{i,A}, \check{G}'_{i,B}$ in einem Stützpunkt \mathbf{X}_i die Randbedingungen $\check{G}'_{i,j}, \check{G}^\perp_{i,j}$ bezüglich beliebiger, von diesem Stützpunkt ausgehender Randkurven zu berechnen. Bei Verwendung des G^1 -stetigen transfiniten Geometrieinterpolanten liegen die Tangenteneinheitsvektoren $\mathbf{T}_{i,j}$ bereits vor, vgl. Kap. 5.5.

Die Approximation der $\check{G}'_{i,A}, \check{G}'_{i,B}$ in jedem Stützpunkt kann in Analogie zu dem in Kap. 5.3 beschriebenen Verfahren vorgenommen werden. Prinzipiell sollten dabei die aus dem jeweiligen geometrischen Interpolanten resultierenden Bogenlängestücke $\tilde{s}_{i,j}$ nach Abb. 5-14 zugrunde gelegt werden. Resultieren die Grauwertstützstellen aus einer ausreichend feinen Zerlegung der jeweiligen Geometrieparameterdreiecke, ist der Übergang auf den euklidischen Abstand $\tilde{S}_{i,j}$ zwischen den Grauwertstützpunkten gerechtfertigt. Diese Approximation wird auch in Anhang A.3 gewählt.

Die weitere Vorgehensweise für die Grauwertinterpolation findet sich in ihren Grundzügen bereits bei [Nielson 1979], [Nielson 1983]. Den Ausgangspunkt stellt wieder die Grauwertinterpolation längs einer Dreiecksrandkurve dar. Sie erfolgt wie in Gleichung (5.5-4) auf Seite 57 mit den Hermite-Polynomen dritten Grades nach den Formeln (5.5-3) über

$$G(\tilde{t}) = H_{31}(\tilde{t}) G_1 + H_{32}(\tilde{t}) G_2 + \alpha_1 \tilde{S}_{1,2} H_{33}(\tilde{t}) G'_{1,2} + \alpha_2 \tilde{S}_{1,2} H_{34}(\tilde{t}) G'_{2,1} . \quad (5.6-8)$$

In den Endpunkten der Randkurve wird neben den Grauwerten G_1 und G_2 auch auf die ersten Ableitungen $G'_{1,2}$ und $G'_{2,1}$ in Richtung der Randkurve zurückgegriffen. Mit diesen Nebenbedingungen erhält man auch die Richtungsableitung des Oberflächengrauwertes längs der Randkurve mit

$$G'(\tilde{t}) = \frac{dG}{d\tilde{t}}(\tilde{t}) = H'_{31}(\tilde{t}) G_1 + H'_{32}(\tilde{t}) G_2 + \alpha_1 \tilde{S}_{1,2} H'_{33}(\tilde{t}) G'_{1,2} + \alpha_2 \tilde{S}_{1,2} H'_{34}(\tilde{t}) G'_{2,1} . \quad (5.6-9)$$

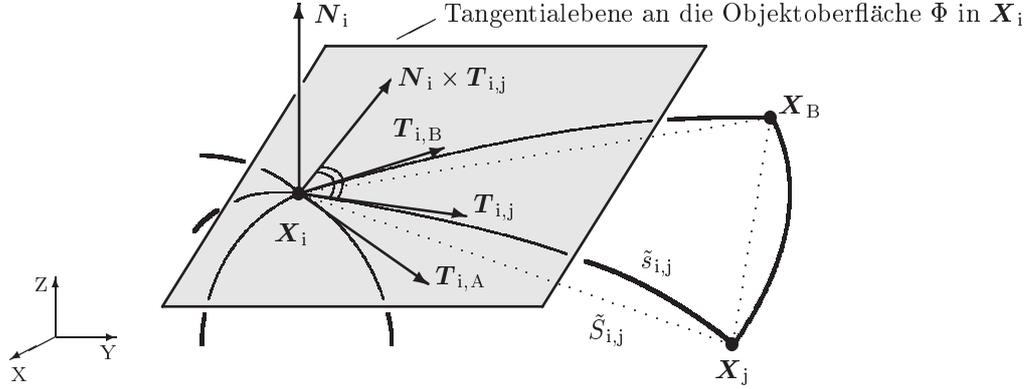


Abbildung 5-14: Geometrische Situation zur Festlegung der Richtungsableitungen der Grauwertfunktion im Stützpunkt \mathbf{X}_i . Dabei sind \mathbf{X}_i , \mathbf{X}_j und \mathbf{X}_B Stützpunkte auf der geometrischen Oberfläche Φ . Über die Festlegung von Grauwerten und deren Nebenbedingungen in diesen Stützpunkten wird ein transfiniter, G^1 -stetiger Grauwertinterpolant aufgespannt. Das entsprechende Parameterdreieck ist punktiert dargestellt. $\mathbf{T}_{i,j}$, $\mathbf{T}_{i,A}$ und $\mathbf{T}_{i,B}$ sind Tangenteneinheitsvektoren an geometrische Randkurven im Punkt \mathbf{X}_i , wobei $\mathbf{T}_{i,A}$ und $\mathbf{T}_{i,B}$ als Bezugsrichtungen günstig gewählt wurden.

Strenggenommen könnte man auch für die letzten beiden Gleichungen der Ansicht sein, die Sehnenlänge $\tilde{S}_{1,2}$ durch die Bogenlänge $\tilde{s}_{1,2}$ auf der geometrischen Oberfläche ersetzen zu müssen. Da aber bereits bei der Einführung des G^1 -stetigen transfiniten Geometrieinterpolanten deutlich wurde, daß der strengen Wahl $\alpha_i = 1$ eine gewisse Willkür innewohnt, läßt der resultierende Spielraum für die Festlegung des Produktes $\alpha_i \tilde{S}_{i,j}$ die Schreibweise über $\tilde{S}_{i,j}$ hier auch dann akzeptabel erscheinen, wenn die Grauwertdreiecke nicht aus einer Zerlegung der Geometriedreiecke resultieren.

Weiterhin wird zur Bildung des transfiniten Interpolanten auch die Richtungsableitung des Grauwertes quer zur Randkurve benötigt. Wie in Formel (5.5-10) reicht ein linearer Ansatz aus, um über die zusätzlichen Nebenbedingungen $G_{1,2}^\perp$ und $G_{2,1}^\perp$ die Werte der Richtungsableitungen des Grauwertes quer zur Randkurve in den beiden Endpunkten der Randkurve zu interpolieren:

$$G^\perp(\tilde{t}) = (1 - \tilde{t}) G_{1,2}^\perp + \tilde{t} G_{2,1}^\perp . \quad (5.6-10)$$

Damit liegen alle Voraussetzungen vor, um in Analogie zu den Formeln (5.5-11) bis (5.5-14) die Teilinterpolanten für die Oberflächengrauwerte aufzuspannen, wobei die erforderlichen Tangentenvektoren nach Gleichung (5.5-5) direkt aus den lokalen Normalenvektoren $\mathbf{N}(t_1, t_2, t_3)$ des geometrischen Interpolanten folgen. Gegebenenfalls ist an dieser Stelle der Übergang von den Subdreieckparametern $(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3)$ auf das übergeordnete Parametersystem des geometrischen Interpolanten nach (5.6-1) zu berücksichtigen. Die Formulierung des transfiniten Grauwertinterpolanten erfolgt wieder als Linearkombination der drei Teilinterpolanten. Für einen beliebigen Punkt $\mathbf{X}(t_1, t_2, t_3)$ lautet nun der interpolierte Oberflächengrauwert

$$\begin{aligned} G(t_1, t_2, t_3) = G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3) &= f_{G^1} \left[G_i, G'_{i,j}, G_{i,j}^\perp \right] (\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3) \\ &= \sum_{i=1}^3 \beta_i G_i , \quad (i, j, k) \in \mathbf{I} . \end{aligned} \quad (5.6-11)$$

Die für das Facetten-Stereosehen benötigten Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte entlang ausgewählter Parameterlinien, normiert bezüglich der Bogenlänge und bei Verwendung eines einheitlichen Parametersystems erhält man über

$$\frac{dG(t_1, t_2)}{ds_1} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_1} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial t_1} \frac{dt_1}{ds_1} \quad \text{und} \quad \frac{dG(t_1, t_2)}{ds_2} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_2} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial t_2} \frac{dt_2}{ds_2} . \quad (5.6-12)$$

Bei Zerlegung des Geometrieparameterdreiecks in mehrere Grauwertsparameterdreiecke lauten die Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{dG(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{ds_1} &= \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_1} = \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_1} \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_1} \frac{dt_1}{ds_1} + \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_2} \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_1} \frac{dt_1}{ds_1} , \\ \frac{dG(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{ds_2} &= \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_1} = \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_1} \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_2} \frac{dt_2}{ds_2} + \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_2} \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_2} \frac{dt_2}{ds_2} . \end{aligned} \quad (5.6-13)$$

Die Bildung und Berechnung dieser Differentialquotienten wird in Anhang A behandelt. Mit den angegebenen Formeln liegt nun ein G^1 -stetiger transfiniter Interpolant für die Oberflächengrauwerte vor.

Formal gesehen kann abschließend noch die anfangs getroffene Voraussetzung bezüglich eines mindestens G^1 -stetigen Interpolanten für die Oberflächengeometrie fallengelassen werden, auch wenn dies physikalisch betrachtet eher widersinnig erscheinen mag. Ein nur G^0 -stetiger Geometriepolant ist in diesem Fall wie für die G^1 -stetige Interpolation durch einen Normalenvektor bzw. eine Tangentialebene in jedem Stützpunkt zu ergänzen. Definiert man eine geeignete Projektion der in dieser Tangentialebene eines Stützpunktes vorzugebenden Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte auf die nicht tangential verlaufenden, linearen Randgeraden des G^0 -stetigen Dreiecksinterpolanten, z.B. die Projektion senkrecht zur Tangentialebene des Stützpunktes, so erhält man auch für eine G^0 -stetige Oberflächengeometrie einen G^1 -stetigen Grauwertinterpolanten. Abb. 5-15 auf S. 65 zeigt beispielhaft zwei Dreiecksfacetten in den vier möglichen Kombinationen von G^0 - und G^1 -stetigen Geometrie- und Grauwertinterpolanten. Deutlich erkennbar erlaubt der G^1 -stetige Interpolant das Auftreten lokaler Minima und Maxima innerhalb der Dreiecksfacetten. Der jeweilige Stetigkeitsgrad des Grauwertübergangs auf der Randkurve zwischen beiden Dreiecken ist dagegen visuell kaum wahrnehmbar.

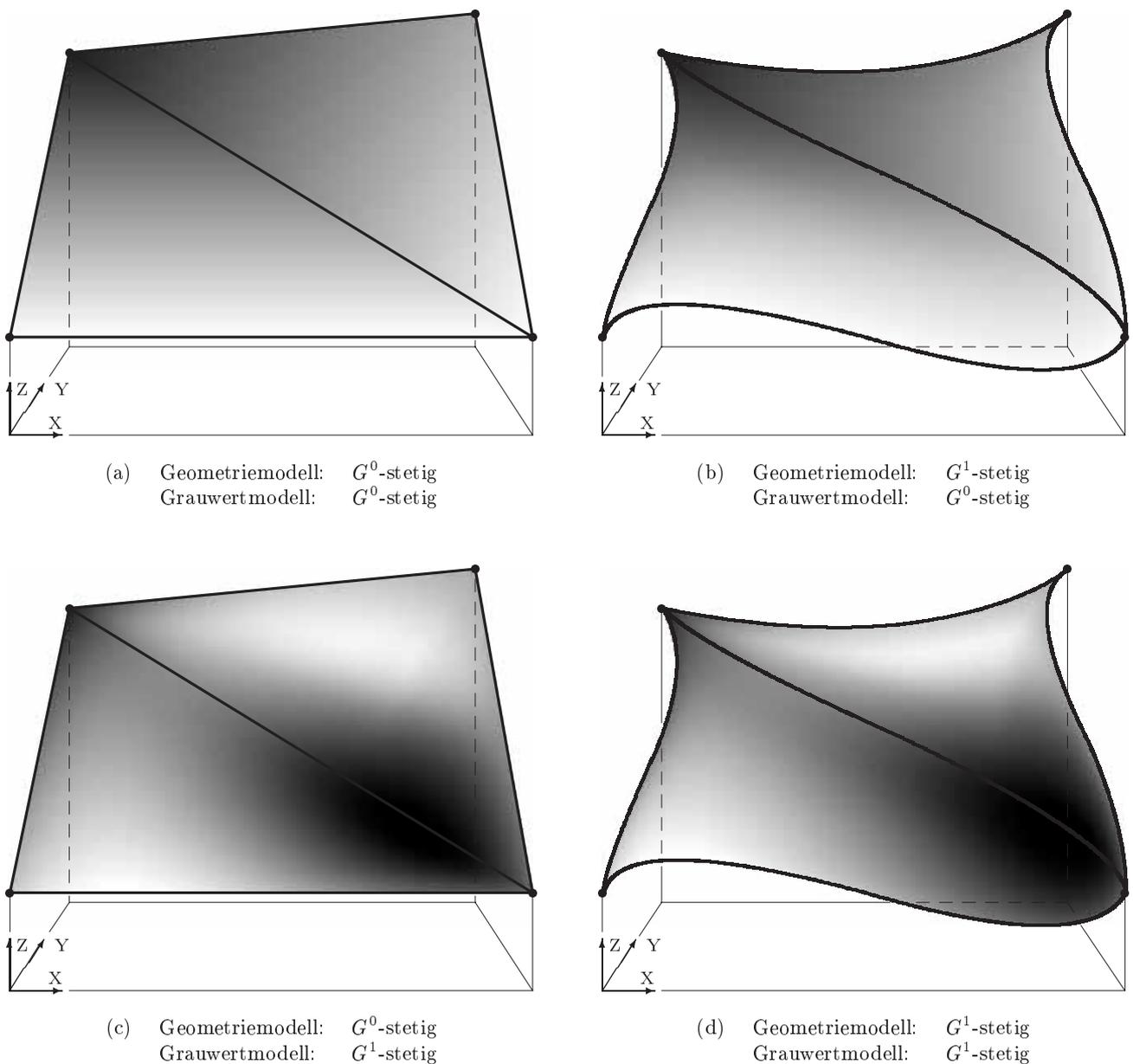


Abbildung 5-15: Geometrie- und Grauwertmodellierung mit unterschiedlichem Stetigkeitsgrad. Die Abb. (a) bis (d) basieren auf identischen Annahmen für die geometrischen Stützpunktkoordinaten und auch für die Grauwerte in den vier Stützpunkten. Die deutlichen Unterschiede resultieren allein aus den jeweils ergänzend eingeführten Nebenbedingungen.

Prinzipiell läßt sich, aufbauend auf der ergänzenden Festlegung der zweiten Ableitungen der Grauwertfunktion, auch hier wieder ein G^2 -stetiger Interpolant konstruieren. Auf die entsprechende Darstellung wird verzichtet, da eine Abschätzung der erforderlichen Ableitungsdaten der Oberflächengrauwerte in ausreichender Qualität bei natürlichen Oberflächen oft nicht möglich ist. Zu dem erheblichen numerischen Mehraufwand kommt dann, noch stärker als bei der geometrischen Interpolation, die Gefahr unerwünschter Überschwingungseffekte durch den überhöhten Polynomgrad der quintischen Hermite-Splines hinzu. In diesem Zusammenhang seien die Arbeiten von [Akima 1978] und [Preusser 1984] erwähnt, welche grundsätzlich als alternative Interpolationsvarianten für die G^1 -stetige Grauwertinterpolation anzusehen sind. Dort wird direkt eine Hermite-Polynomfläche mit dem Ziel der G^1 -Stetigkeit angesetzt. Nach [Hoschek und Lasser 1992] muß aber ein stückweiser polynomialer Interpolant der Klasse G^i generell vom Grad $n \geq 4i + 1$ sein. Daraus folgt, daß bereits für den G^1 -stetigen Interpolanten ein quintischer Polynomansatz gewählt werden muß! Es müssen also zusätzlich zu den ersten Richtungsableitungen in den Stützpunkten die zweiten Ableitungen vorgegeben werden, um die anfallenden Polynomkoeffizienten bestimmen zu können. In dieser Arbeit wurde daher der transfiniten Vorgehensweise der Vorzug gegeben. Ebenso nicht weiter verfolgt wurde die Reduktion des für einen G^1 -stetigen Interpolanten erforderlichen Polynomgrades durch sogenannte Unterteilungsstrategien wie das Clough–Tocher Schema, vgl. [Lawson 1977] oder die Powell–Sabin Unterteilungen, vgl. [Hoschek und Lasser 1992].

Die Interpolation von Oberflächengeometrie und -grauwerten kann über transfinite Interpolanten nach einem einheitlichen Prinzip erfolgen. Dabei bleiben auch für die Grauwertinterpolation die bereits am Ende von Kap. 5.5 gewürdigten ausgezeichneten Charakteristika der transfiniten Interpolanten im Hinblick auf die photogrammetrische Rekonstruktion erhalten. Weiterhin erweist sich die Parametrisierung über baryzentrische Koordinaten für die im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum zu bildenden Schnitte von Abbildungsstrahlen aus den Bildern mit der Objektoberfläche als günstig, vgl. Kap. 6.2.1. Im Zusammenspiel mit der Definition der Grauwertparameterdreiecke über eine mehrfache quaternäre Teilung eines Geometrieparameterdreiecks ergeben sich sowohl für die Schnittberechnung in Kap. 6.2.1 als auch für die Berechnung der Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte interessante rechentechnische Möglichkeiten. Der Rückgriff auf die Bogenlänge zur Formulierung der Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte öffnet den Weg zu der erforderlichen, verallgemeinerten Darstellung der Grundgleichung der Bildinversion in Kap. 7.1.

Teil III

Oberflächenrekonstruktion durch Bildzuordnung im Objektraum

6 Der Übergang zwischen Bild- und Objektraum

Die Formulierung der Bildzuordnung im Objektraum basiert auf der expliziten Modellierung des Zusammenhangs zwischen Bild- und Objektraum. Während die in dieser Arbeit vorgeschlagene G^0 - bzw. G^1 -stetige Grauwertmodellierung in erster Linie die Erfordernisse der 3D-Geometriemodellierung aufgreift, sind die sich aus signaltheoretischer Sicht ergebenden Unterschiede gegenüber den bisher im Rahmen des Facetten-Stereosehens auf der Basis geometrischer 2½D-Modellierungen verwendeten C^0 - und C^1 -stetigen Grauwertinterpolanten gering, wie Kap. 6.1 zeigen wird. Dadurch lassen sich Grundüberlegungen und Erfahrungen, die in der Vergangenheit auf der Basis der bilinearen und bikubischen Grauwertinterpolation gewonnen wurden, auf die 3D-Modellierung übertragen. Dies geschieht beispielsweise bei der Diskussion zur Wahl von Facettierungsparametern, vgl. Kap. 7.2.2. Die gängige Formulierung der Korrespondenzbedingung zwischen den Grauwerten im Bild- und Objektraum wird übernommen.

Anschließend wird in Kap. 6.2 das Augenmerk auf den geometrischen Part der perspektiven Abbildung gerichtet. Dies beinhaltet die Behandlung der Verdeckungsproblematik. Neben der in Kap. 7.3 diskutierten Lösung der Normalgleichungen stellen die in den Iterationen stets zu aktualisierenden Zuordnungen zwischen Bild- und Objektraum einen sehr rechenintensiven Teil des Rekonstruktionsverfahrens dar. Deshalb wird in 6.2.1 auch auf ausgewählte numerische Aspekte eingegangen. Um die Behandlung der Verdeckungsanalyse in Kap. 6.2.2 abzurunden, werden abschließend in 6.2.3 einige Grundüberlegungen zur Aufnahmeplanung vorgestellt.

Insgesamt wird in den Kap. 6.2.1 bis 6.2.3 wiederholt auf den Spezialfall genähert senkrechter Luftaufnahmen eingegangen. Im Unterschied zur Annahme einer völlig beliebigen Aufnahmeanordnung ergeben sich in diesem Fall auch für die konsequent dreidimensionale Oberflächenmodellierung einige Vereinfachungen. Diese sind in engem Zusammenhang mit dem Praxisschwerpunkt dieser Arbeit zu sehen, vgl. die Berechnungsbeispiele im Hinblick auf die photogrammetrische Gebäuderekonstruktion in Kap. 8.

6.1 Radiometrische Bildentstehung und Korrespondenzbedingung

Um die Möglichkeiten und Grenzen der Bildinversion als Umkehrung des Bildentstehungsprozesses einschätzen zu können, ist hier zunächst die optische Bildentstehung selbst zu betrachten, vgl. [Wrobel 1987b]. Der geometrische Übergang vom Objektraum in den Bildraum wird dabei zunächst außer acht gelassen, vgl. hierzu Kap. 6.2. Als Modell für die optische Bildentstehung wird der aus der Signaltheorie stammende Faltungsansatz verwendet, vgl. z.B. [Wahl 1989], [Jähne 1993]. Danach läßt sich die Bildaufnahme für einen Sensor als Faltung der Signalfunktion $\tilde{G}(\bar{X}, \bar{Y})$ im Objektraum mit der normierten Punktstreufunction (PSF = *point spread function*), also der für das Aufnahmesystem charakteristischen Funktion, beschreiben:

$$G(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(\bar{X}, \bar{Y}) \cdot \text{PSF}(X - \bar{X}, Y - \bar{Y}) \, d\bar{X} \, d\bar{Y} + R(X, Y) \quad (6.1-1)$$

$$\text{mit} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{PSF}(X, Y) \, dX \, dY = 1 \quad (6.1-2)$$

Die stochastische Rauschkomponente $R(X, Y)$ vervollständigt das mathematisch-physikalische Modell der optischen Bildentstehung. Als Konsequenz von (6.1-1) kann das ursprüngliche Signal $\tilde{G}(\bar{X}, \bar{Y})$ im Objektraum nur noch als tiefpaßgefilterte Approximation $G(X, Y)$ rekonstruiert werden, vgl. [Wrobel 1989], [Weisensee 1992]. Ferner erfolgt durch die Bildbegrenzung auch eine Beschneidung tiefer Frequenzen. Damit sollte die zu wählende Interpolationsfunktion für die zu rekonstruierenden Oberflächengrauwerte eine Approximation der zur Rekonstruktion eines bandbegrenzten Signals theoretisch idealen Sinc-Funktion darstellen. Die Basisfunktionen der in Kapitel 5.5 angegebenen transfiniten Interpolanten erfüllen prinzipiell diese Forderung, was im folgenden für den eindimensionalen Fall kurz aufgezeigt wird.

Die lineare Basisfunktion des G^0 -stetigen Interpolanten läßt sich bekanntermaßen als diskrete Faltung mit der Hutfunktion $P_0(t)$ beschreiben, welche einer groben, linearen Approximation der Sinc-Funktion entspricht, vgl. Abb. 6-1:

$$P_0(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{für } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{für } |t| \geq 1 \end{cases} . \quad (6.1-3)$$

Die entsprechende Gewichtsfunktion für den G^1 -stetigen Interpolanten läßt sich aufgrund der Verwendung der Richtungsableitungen in Formel (5.6-8) auf S. 63 nicht direkt aus den Hermite-Polynomen ablesen. Deshalb sei hier für den eindimensionalen Fall der punktweise vorzugebende Wert der Richtungsableitung G'_i in einem Stützpunkt i anhand der Grauwerte der links- sowie rechtsseitigen Stützpunktnachbarn G_{i-1} , G_{i+1} festgelegt. Die Bildung des arithmetischen Mittels der beiden Sekantensteigungen entspricht der in Kap. 5.3 vorgeschlagenen Vorgehensweise zur pragmatischen Approximation der Randbedingungen:

$$G'_i = \frac{1}{2} (G_{i+1} - G_i) + \frac{1}{2} (G_i - G_{i-1}) = \frac{1}{2} (G_{i+1} - G_{i-1}) . \quad (6.1-4)$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Hermite-Darstellung der kubischen Splinefunktion (5.6-8), S. 63, mit $\alpha_1 = \alpha_2 = \tilde{S}_{1,2} = 1$ und den Hermite-Polynomen dritten Grades nach (5.5-3), S. 57, ein und führt das Ergebnis in die Form einer Gewichtsfunktion $P_1(t)$ über, so erhält man

$$P_1(t) = \begin{cases} 1 - 2.5t^2 + 1.5|t|^3 & \text{für } |t| \leq 1 \\ 2 - 4|t| + 2.5t^2 - 0.5|t|^3 & \text{für } 1 \leq |t| \leq 2 \\ 0 & \text{für } |t| \geq 2 \end{cases} , \quad (6.1-5)$$

vgl. wieder Abb. 6-1. Dies entspricht der Gewichtsfunktion einer parametrisierten kubischen Faltung (*parametric cubic convolution*) nach [Park und Schowengerdt 1983], optimal für die Interpolation bandbegrenzter Signale. Bei Verwendung der parametrisierten kubischen Faltung als $2\frac{1}{2}$ D-Geometriemodell im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum greift [Tsay 1996] diese Untersuchungen auf und empfiehlt wiederum (6.1-5).

Die vorgestellten transfiniten Interpolanten geben also das Konzept einer optimalen Approximation der Sinc-Funktion für die Interpolation nicht auf. Obwohl sie eine wesentlich flexiblere Geometrie- und Grauwertmodellierung erlauben, bleibt das ursprüngliche signaltheoretische Fundament erhalten. Die transfiniten Interpolanten sind also als echte Verallgemeinerung gegenüber den bisher bei $2\frac{1}{2}$ D-Modellierungskonzepten eingesetzten Interpolationsfunktionen anzusehen.

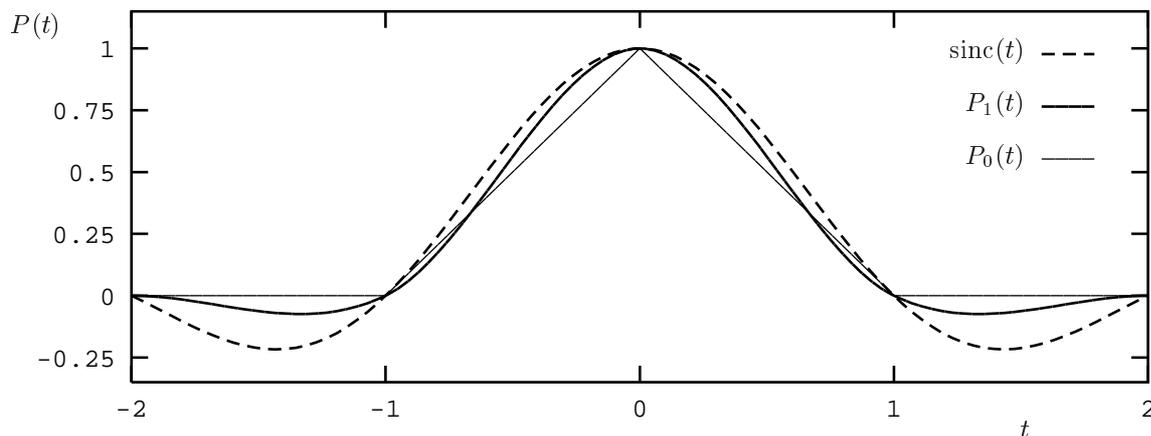


Abbildung 6-1: Sinc-Funktion und die im Rahmen von G^0 - und G^1 -stetiger Interpolation verwendeten Basisfunktionen P_0 und P_1 .

Im Hinblick auf die Formulierung einer Korrespondenzbedingung für Bildsignale von Stereobildern, wie sie im Rahmen der Oberflächenrekonstruktion von Interesse ist, können systematische Einflüsse außer acht gelassen werden, welche sämtliche beteiligten Bilder in gleicher Weise beeinflussen. Als systematische Störungen von Belang verbleiben relative Signalunterschiede zwischen den einzelnen Bildern, die im wesentlichen aus den Richtungsunterschieden von einem Punkt im Objektraum zu den jeweils zugeordneten Bildpunkten resultieren.

Zur Erfassung dieser Anisotropien wird bildausschnittsweise eine lineare Transferfunktion angesetzt, welche die Größen Helligkeitsunterschied h_0' und Kontrastunterschied h_1' enthält, [Wrobel 1991]. Je nach Helligkeits- und Kontrastabfall der verwendeten Kameraoptik sind h_0' und h_1' im Bildraum als vom Bildkoordinatensystem ortsabhängige Parameter zu betrachten. Um auch eine eventuelle Richtungsabhängigkeit des Reflexionsverhaltens auf der Oberfläche im Objektraum mit den Parametern h_0' und h_1' erfassen zu können, ist ihr Geltungsbereich möglichst kleinräumig zu wählen. Alle verbleibenden Restfehler werden unter der Annahme einer Normalverteilung als Gauß'sches Rauschen über die Residuen $v_G(x', y')$ eingeführt. Für beliebig viele Bilder erhält man die Korrespondenzbedingung zwischen den Bildsignalen $G'(x', y')$, $G''(x'', y'')$, ... der einzelnen Bilder und dem zugeordneten Grauwert $G(X, Y)$ im Objektraum mit

$$(G'(x', y') + v_G(x', y')) h_1' + h_0' = (G''(x'', y'') + v_G(x'', y'')) h_1'' + h_0'' = \dots = G(X, Y) . \quad (6.1-6)$$

Die hier angesprochenen Grundlagen der Bildentstehung bilden die Basis für die in Kap. 7 zu formulierende Bildinversion und sind insbesondere bei der praxisorientierten Auswahl von Interpolanten samt der zugehörigen Stützpunktabstände im Objektraum zu berücksichtigen, vgl. Kap. 7.2.2.

6.2 Das perspektive Kameramodell und die geometrische Abbildung des Objektraumes

Die Modellierung des geometrischen Übergangs vom Bildraum zum Objektraum wird hier auf dem photogrammetrischen Kameramodell aufgebaut und entspricht damit der einschlägigen photogrammetrischen Vorgehensweise, vgl. [Schwidefsky und Ackermann 1976], [Kraus 1994]. Um die Abhängigkeit von Lageänderungen der Oberfläche in Bezug auf den jeweiligen Projektionsstrahl über Basisvektoren mit Bezug auf den lokalen Oberflächenverlauf herleiten zu können, werden die entsprechenden Grundbeziehungen kurz dargestellt.

Auf dieser Rekapitulation fundieren auch die Bemerkungen zur numerischen Vorgehensweise bei der geometrischen Schnittbildung zwischen perspektivem Abbildungsstrahl und geometrischer Oberfläche im sich anschließenden Abschnitt 6.2.1. Die Verwendung alternativer Sensormodelle, wie z.B. eines Dreizeilenscanners, ist prinzipiell möglich, erfordert aber eine entsprechende Modifikation der unten angegebenen Richtungsableitungen und wird in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

Zunächst hat der Übergang von den Zeilen- und Spaltenpositionen der einzelnen Grauwerte in der Bildmatrix des digitalen Bildes zu Positionen (\bar{x}, \bar{y}) in einem kamerafesten Bildkoordinatensystem zu erfolgen. Während dieser Zusammenhang bei Verwendung einer digitalen Kamera meist direkt aus der Kalibrierung, z.B. im Rahmen einer Bündelausgleichung zur Orientierung der Bilder folgt, vgl. [Beyer 1992], werden bei gescannten Analogaufnahmen einer kalibrierten Aufnahmekamera die erforderlichen Transformationsparameter einer zweidimensionalen Helmert- oder Affintransformation über eine Zentrumsbestimmung der Rahmenmarken bzw. der Réseaukreuze in den digitalen Bildern ermittelt. Zur Lösung dieser Aufgabe liegen vollautomatische Lösungen vor, vgl. z.B. [Schickler 1995]. Für die Beispiele im Rahmen dieser Arbeit wurde auf das hochgenaue halbautomatische Verfahren nach [Krauth 1993], [Krauth und Wrobel 1993] zurückgegriffen.

Liegt der geometrische Bezug zwischen digitalem Bild und Aufnahmekamera vor, kann die geometrische Beziehung zwischen einem Punkt im Objektraum und seinem Abbild im Bildraum mit Hilfe des photogrammetrischen Kameramodells angegeben werden. Das photogrammetrische Kameramodell basiert auf der Annahme einer zentralperspektiven Abbildung. Ergänzend werden die physikalischen Abweichungen von der zentralperspektiven Abbildung durch einen geeignet gewählten Satz von Verzeichnungsfunktionen $\Delta x'(x', y')$, $\Delta y'(x', y')$ im Zusammenspiel mit der Festlegung der Kamerakonstante c_a und den Koordinaten des Bildhauptpunktes (x_H', y_H') modelliert. Man erhält einen bereinigten Bildkoordinatenvektor \mathbf{r}' , für den die Annahme der zentralperspektiven Abbildung bestmöglich erfüllt ist. Die Kollinearität zwischen einem Objektpunkt \mathbf{X} , dem Projektionszentrum \mathbf{X}_0' eines Bildes und dem zugehörigen Bildpunkt \mathbf{r}' läßt sich nun wie folgt formulieren, vgl. Abb. 6-2:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0' + \lambda \mathbf{R}' \mathbf{r}' \quad \text{mit} \quad \mathbf{r}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ c_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x} - x_H' - \Delta x'(x', y') \\ \bar{y} - y_H' - \Delta y'(x', y') \\ c_a \end{pmatrix} . \quad (6.2-1)$$

Das Projektionszentrum \mathbf{X}_0' und die Rotationsmatrix \mathbf{R}' werden in der Orientierungsphase z.B. über eine Bündelausgleichung bestimmt und seien im folgenden stets als bekannt vorausgesetzt. Aus der Kollinearitätsgleichung (6.2-1) erhält man die Richtungskomponenten eines einzelnen Abbildungsstrahls $(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0')$ nach [Schwidefsky und Ackermann 1976] zu:

$$\frac{dX}{dZ} = \frac{\partial X}{\partial Z} = \frac{X - X_0'}{Z - Z_0'} \quad \text{und} \quad \frac{dY}{dZ} = \frac{\partial Y}{\partial Z} = \frac{Y - Y_0'}{Z - Z_0'} . \quad (6.2-2)$$

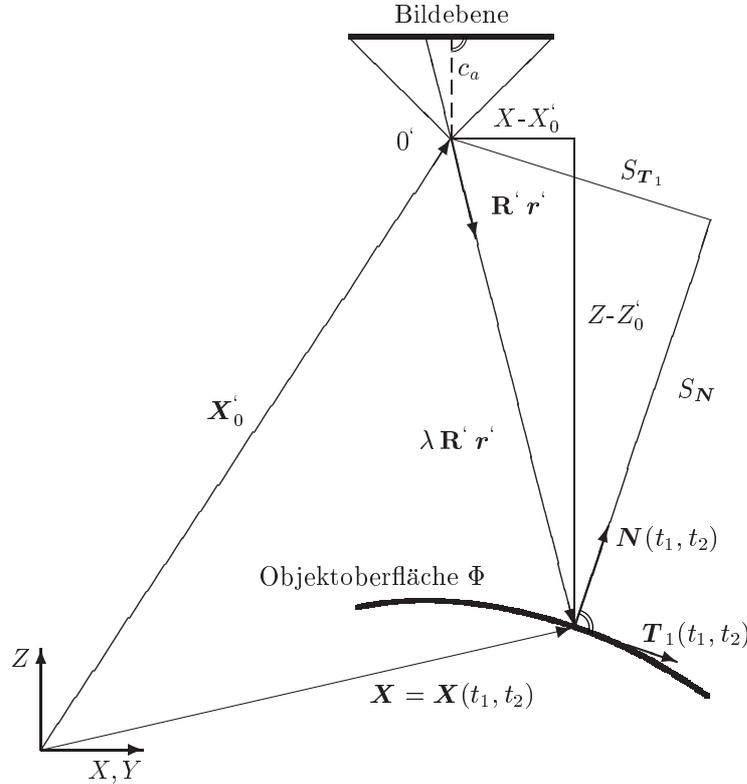


Abbildung 6-2: Der geometrische Zusammenhang zwischen Bild- und Objektraum

Sie lassen sich auf beliebig im Objektraum gelagerte Basisvektoren übertragen. Für die photogrammetrische Rekonstruktion sind Basisvektoren mit Bezug auf den lokalen Oberflächenverlauf von Interesse, wenn als Gerüst für die Flächenrepräsentation von einer allgemeinen dreidimensionalen topologischen Beschreibung im Sinne von Kap. 4.2 ausgegangen wird. Der Punkt $\mathbf{X} = \mathbf{X}(t_1, t_2)$ sei Teil der Oberfläche Φ , welche in einem lokalen Gebiet des \mathbb{R}^3 als reelle Vektorfunktion aufgespannt ist, beispielsweise in der Formulierung des in Kap. 5.5 vorgestellten G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten. Die Flächendarstellung sei regulär, d.h. in jedem Punkt von Φ ist der Normalenvektor nach (5.5-15) auf S. 60 definiert und

$$\left| \frac{\partial \mathbf{X}(t_1, t_2)}{\partial t_1} \times \frac{\partial \mathbf{X}(t_1, t_2)}{\partial t_2} \right| \neq 0 \quad (6.2-3)$$

gilt überall auf Φ , vgl. [Hoschek und Lasser 1992]. Die Linien $t_1 = \text{const.}$ und $t_2 = \text{const.}$ beschreiben das Netz der Parameterlinien auf der Fläche Φ . Entsprechend der Vorgehensweise in Kapitel 5 lassen sich dem Objektpunkt $\mathbf{X}(t_1, t_2)$ ein Flächennormalenvektor $\mathbf{N}(t_1, t_2)$ sowie auch Tangentenvektoren $\mathbf{T}_1(t_1, t_2)$ und $\mathbf{T}_2(t_1, t_2)$ in Richtung der jeweiligen Parameterlinie zuordnen. Entsprechend der Definitionen (5.5-5) auf S. 58 und (5.5-15) auf S. 60 sind $\mathbf{N}(t_1, t_2)$, $\mathbf{T}_1(t_1, t_2)$, $\mathbf{T}_2(t_1, t_2)$ Einheitsvektoren. Aus Abb. 6-2 kann man für die Raumstrecken S_N und S_{T_1} ablesen:

$$S_N = \left(\mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{X}_0^i \right) \cdot \mathbf{N}(t_1, t_2) \quad , \quad S_{T_1} = \left(\mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{X}_0^i \right) \cdot \mathbf{T}_1(t_1, t_2) \quad , \quad (6.2-4)$$

analog gilt

$$S_{T_2} = \left(\mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{X}_0^i \right) \cdot \mathbf{T}_2(t_1, t_2) \quad . \quad (6.2-5)$$

Um die Richtungskomponenten für den Übergang von einem differentiell kleinen Wegstück ds im Flächenpunkt $\mathbf{X}(t_1, t_2)$ zu einem normal zur Fläche gerichteten Wegstück dn in Richtung von $\mathbf{N}(t_1, t_2)$ anzugeben, wird von der Existenz einer umkehrbaren Umparametrisierung bezüglich der Bogenlänge s in der Form $\mathbf{X}(t_1, t_2) \rightarrow \mathbf{X}(s_1, s_2)$ mit $t_1 = t_1(s_1)$, $t_2 = t_2(s_2)$ ausgegangen. Man erhält die Richtungskomponenten ds_1/dn und ds_2/dn bezüglich der Basisvektoren $\mathbf{T}_1(t_1, t_2)$, $\mathbf{T}_2(t_1, t_2)$ und $\mathbf{N}(t_1, t_2)$:

$$\frac{ds_1}{dn} = \frac{S_{T_1}}{S_N} = \frac{\left(\mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{X}_0^i \right) \cdot \mathbf{T}_1(t_1, t_2)}{\left(\mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{X}_0^i \right) \cdot \mathbf{N}(t_1, t_2)} \quad , \quad \frac{ds_2}{dn} = \frac{S_{T_2}}{S_N} = \frac{\left(\mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{X}_0^i \right) \cdot \mathbf{T}_2(t_1, t_2)}{\left(\mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{X}_0^i \right) \cdot \mathbf{N}(t_1, t_2)} \quad . \quad (6.2-6)$$

Der Nenner wird dann zu Null, wenn der Abbildungsstrahl tangential zur approximierten Oberfläche verläuft. Es muß vorab dafür Sorge getragen werden, daß entsprechende Bildpixel nicht in die Rekonstruktion miteinbezogen werden, [Schlüter 1994]. Weiterhin wird die Oberfläche Φ als Außenhaut eines nicht transparenten, festen Körpers betrachtet. Sie hat also eine sichtbare Außen- und eine nicht sichtbare Innenseite. Die entsprechende Unterscheidung wird dadurch getroffen, daß für die Reihenfolge der Ablage der Stützpunkte in der Triangulationsliste ein bestimmter Drehsinn festgelegt wird.

Damit wird deutlich, daß die Bildung des geometrischen Strahlenschnittes zwei Komponenten enthält: Neben dem numerischen Strahlenschnitt selbst, welcher für die in Kap. 5.5 definierten Interpolanten anzugeben ist, muß eine ein-eindeutige Zuordnung zwischen Bild- und Objektraum erzielt werden. Dabei muß die Begrenzung des Abbildungsstrahls auf eine endliche Ausdehnung stets sichergestellt werden. Nur für den zum Projektionszentrum naheliegendsten Oberflächenschnittpunkt darf eine Verbesserungsgleichung gebildet werden, nachgeordnete Schnittpunkte sind im Rahmen einer Verdeckungsanalyse zu selektieren und zu verwerfen.

6.2.1 Geometrie und Numerik des Strahlenschnitts

Der Ablauf einer Oberflächenrekonstruktion ist objektraumgesteuert zu organisieren. Die Bildung der einzelnen Berechnungsfenster kann durch die regelmäßige Unterteilung des Objektraums in quaderförmige Elemente erfolgen. Eine solche Unterteilung läßt sich als inhomogener Achterbaum strukturieren, vgl. das folgende Kap. 6.2.2. Die Datenstruktur der zugrundeliegenden Triangulation muß also dahingehend ausgelegt sein, sämtliche Geometriedreiecke für ein lokales Berechnungsfenster (innerhalb eines Achterbaumquaders) schnell bereitstellen zu können. Dies gelingt durch eine entsprechende Vorsortierung der Stützpunkte, welche bei den Prolongationsschritten zwischen den einzelnen Mehrgitterebenen explizit mitzuführen ist. Um ferner die Geometriefacetten eines Überlappungsbereichs in einer definierten Umgebung um ein Berechnungsfenster schnell ermitteln zu können, ist eine Indexliste aller direkten Dreiecksnachbarn zu einem Geometriedreieck hilfreich, welche ein lokales 'Navigieren' in der Geometrietriangulation erlaubt. Die Vermaschung der Grauwertdreiecke ist in Abhängigkeit von der Triangulation der Geometriedreiecke zu definieren, was den insgesamt erforderlichen Triangulationsaufwand gering hält. Die Formel zum Übergang zwischen den baryzentrischen Koordinatensystemen wurde bereits in (5.6-1) auf S. 62 angegeben, vgl. auch die zugehörige Abb. 5-13. Läßt man den Aspekt der Verdeckung zunächst außer acht, welcher in der Regel eine weiträumige Einbeziehung des Objektraumes erfordert, so darf sich die folgende Betrachtung der numerischen Behandlung des geometrischen Strahlenschnitts auf die Beziehungen zwischen einer Geometrie- bzw. Grauwertfacette und einem Bild beschränken.

In Analogie zum direkten und indirekten Pixeltransfer, vgl. [Göpfert 1991], unterscheidet [Weisensee 1992] zwischen der direkten und der indirekten Methode des Facetten-Stereosehens. Diese Unterscheidung ist grundlegend für die numerische Gestaltung des Übergangs zwischen Bild- und Objektraum. Während bei der direkten Methode für jedes Bildpixel ein Strahlenschnitt mit der Fläche im Objektraum gebildet wird, werden bei der indirekten Methode lediglich die Stützpunkte der Grauwertrepräsentation im Objektraum in den Bildraum projiziert, wodurch im Bildraum ein Resampling erforderlich wird. Sowohl das Resampling im Bildraum als auch die Schnittbildung im Objektraum stellen neben der Lösung der anfallenden Normalgleichungssysteme (vgl. Kap. 7.3) besonders rechenzeitkritische Operationen im Rahmen des gesamten Rekonstruktionsverfahrens dar, wobei die Motivation für die indirekte Methode sich im wesentlichen auf numerische Vorteile stützt, vgl. [Heipke 1991], [Weisensee 1992]. Um unabhängig von den einzelnen Stützpunktpositionen im Objektraum die Information jedes einzelnen Bildgrauwerts gleichberechtigt in die Rekonstruktion einfließen zu lassen und somit bezüglich der Wahl von Facettierungsparametern ein Höchstmaß an Flexibilität zu behalten, wird in dieser Arbeit jedoch der direkten Methode der Vorzug gegeben. Die konsequent iterativ-lineare Vorgehensweise bei der im folgenden beschriebenen stufenweisen Schnittbildung wie auch bei der Lösung der Normalgleichungen kann dabei mögliche Rechenzeitunterschiede weitgehend relativieren. Da die einzelnen Bildgrauwerte, welche bei der Rekonstruktion als Beobachtungen im Sinne der vermittelnden Ausgleichung nach kleinsten Quadraten eingeführt werden, bei der direkten Methode keine *a priori* Manipulationen erfahren, kann die direkte Methode gegenüber der indirekten Methode als Allgemeinfall betrachtet werden. Insgesamt gesehen ist natürlich der Übergang von dem hier ausgearbeiteten direkten Rekonstruktionsverfahren samt der zugehörigen dreidimensionalen Flächenmodellierung auf den Spezialfall der indirekten Methode problemlos möglich.

Die direkte Schnittbildung des Abbildungsstrahls mit Flächen des Stetigkeitsgrades G^n entspricht jeweils der Lösung einer Gleichung vom Grad $4n + 1$, vgl. [Hoschek und Lasser 1992], so daß bereits bei einer G^1 -stetigen Flächenrepräsentation grundsätzlich ein iteratives Näherungsverfahren einzusetzen ist, vgl. [Bronštejn und Semendjajew 1985]. In der Computergraphik wird eine Lösung derartiger Aufgabenstellungen in der Regel über eine ausreichend feine Diskretisierung der Oberflächenrepräsentation erzielt, für welche dann eine ersatzweise lineare Interpolation ausreicht, vgl. [Encarnação et al. 1996], [Pavlidis 1990], [Foley et al. 1990]. Ein typisches Beispiel für ein solches Unterteilungsschema ist der in Kap. 5.4 im Zusammenhang mit den Bézier-Splineflächen eingeführte *de Casteljau*-Algorithmus. Für transfinite Interpolanten mit einem Stetigkeitsgrad von eins oder

höher erhält man durch eine regelmäßige quaternäre Zerlegung in linear zu interpolierende Subdreiecke eine leicht zu handhabende Flächenrepräsentation. Auch die Berechnung der Ableitungen der Grauwertfunktion für die Grundgleichung der Bildinversion läßt sich für diesen Spezialfall sehr stark vereinfachen, vgl. Anhang A.3. Abb. 6-3 zeigt eine exemplarische Unterteilung einer dreieckigen, G^1 -stetigen Geometriefacette.

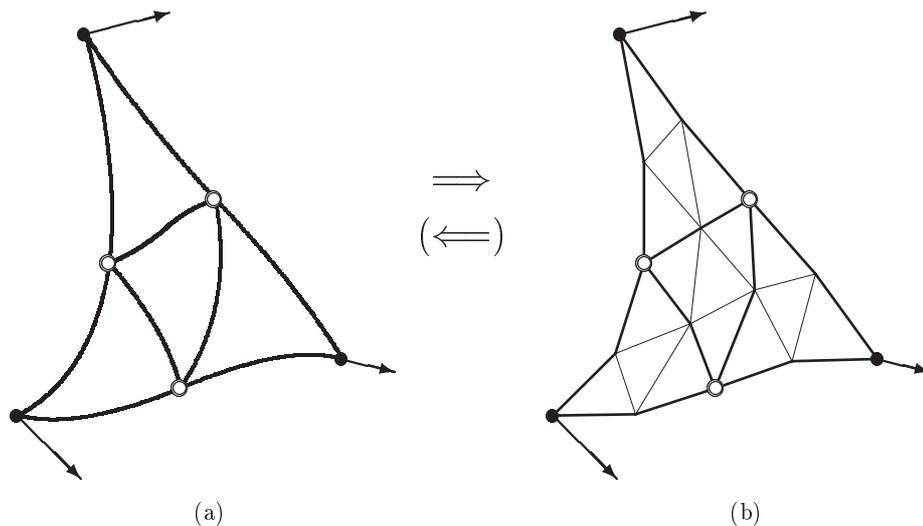


Abbildung 6-3: Approximation des G^1 -stetigen Dreiecksinterpolanten durch lineare Subelemente. Es ergeben sich drei Hierarchiestufen: (a): Die Geometriefacette, aufgespannt von den Geometriestützpunkten (•), enthält hier vier Grauwertfacetten (breite Linien) mit sechs Grauwertstützpunkten (• und ◦). (b): Die geometrische Oberfläche wird über sechzehn lineare Subdreiecke (feine Linien) approximiert.

Die geometrische Flächenrepräsentation über lineare Subdreiecke (Abb. 6-3(b)) kann eine G^1 -stetige Repräsentation (Abb. 6-3(a)) vollends ersetzen, wie der Pfeil in Abb. 6-3 andeutet. So wird bei den Beispielen in Kap. 8 grundsätzlich mit einer sehr hochauflösten Grauwertfacettierung gearbeitet, vgl. 7.2.2, so daß die Auflösung für die Repräsentation der linearen Subdreiecke mit der Auflösung der Grauwertfacettierung gleichgesetzt werden darf. Damit fügt sich das lineare Konzept besonders effizient in die ausgewählte Modellierung ein. Die linear-approximative Flächenrepräsentation kann prinzipiell auch einfach nur den Startwert für ein sich anschließendes Newton-Verfahren zur Berechnung des Schnittpunktes mit einer vorgegebenen Genauigkeit liefern, vgl. die in [Hoschek und Lasser 1992] angegebene Vorgehensweise für einen iterativen Schnittalgorithmus; hierfür steht der geklammerte Pfeil in Abb. 6-3. Eine derart rechenintensive Vorgehensweise wird in der Praxis meist unterbleiben. Ganz allgemein erleichtert der Weg über kleine lineare Subdreiecke auch den Umgang mit der Möglichkeit eines mehrdeutigen Strahlenschnitts innerhalb einer Geometriefacette.

Der Strahlenschnitt selbst mit einem G^0 -stetigen Dreieck verbleibt also als triviale Schnittbildung einer Geraden mit einer Ebene im Raum. Aber auch hier ist eine weitere numerische Beschleunigung möglich: In der Regel werden die pixelweisen Verbesserungsgleichungen objektraumgesteuert aufgestellt, d.h. pro Grauwertfacette werden die Facettenrandkurven sukzessive in alle beteiligten Bilder projiziert. Die im Bild innerhalb des Randpolygons lokalisierten Pixel sind zurück in den Objektraum zu projizieren. Das einfache Übernehmen pixelweiser baryzentrischer Koordinaten von einem Dreieck im Bild für das entsprechende Dreieck im Objektraum ist äquivalent zu einer Koordinatentransformation mittels einer lokalen Affintransformation anstelle der strengen perspektiven Abbildung. Ein entsprechender Korrekturbetrag läßt sich abschätzen, indem der approximierte Oberflächenschnittpunkt streng in das Bild zurückprojiziert und die resultierende Bildkoordinatendifferenz erneut in den Objektraum übertragen wird. Je nach Neigung des Oberflächenelementes zum Bild und des Auflösungsgrades der Grauwertfacettierung, vgl. Kap. 7.2.2, ist das explizite Anbringen einer solchen Korrektur oft entbehrlich, da die entsprechenden Beträge im Bildraum weit unter der Ausdehnung eines Zehntel-Bildpixels und damit unter der anzustrebenden Genauigkeit liegen. Grundsätzlich verdeutlichen diese etwas ins Detail gehenden Ausführungen zur Schnittbildung, daß das Kernproblem bezüglich der Rechenzeit nicht nur für die indirekte, sondern gleichermaßen auch für die direkte Methode des Facetten-Stereosehens auf die schnelle Transformation eines Oberflächenpunktes in den Bildraum zurückzuführen ist.

Diese Operation des Übergangs in den Bildraum wird für jedes Pixelelement wiederholt durchgeführt, und zwar nicht nur im Rahmen der Bildpyramide, sondern auch in den einzelnen Iterationen zu jeder Pyramidenstufe. Insbesondere für hochauflösten digitalisierte Bilder ist es dabei nicht sinnvoll, permanent den pixelweisen Transfer mittels der physikalisch motivierten Beziehung (6.2-1) samt dem sich anschließenden Übergang in das

Pixelkoordinatensystem explizit zu vollziehen, da eine ausreichend genaue Approximation des Übergangs in den Bildraum für jeweils nur kleine Bildausschnitte auch über einen lokalisierten Ansatz mit einer wesentlich vereinfachten Transformationsbeziehung erfolgen kann. Eine solche rechenzeitoptimierte Durchführung dieser Operation entspricht der Tabellisierung, wie sie grundsätzlich beispielsweise auch für Echtzeitprobleme von großer Bedeutung ist, vgl. [Überhuber 1995]. Der Tabelleneingang erfolgt grundsätzlich nur vom Objektraum her. Die Vektorkomponenten der einfallenden Abbildungsstrahlen ($\mathbf{X} - \mathbf{X}_0$) sind also nach einem regelmäßigen Schema derart zu zerlegen, daß man für jedes Objektraumsegment eine im Bildraum abgegrenzte Region erhält, für welche eine vorab definierte Approximationsgüte eingehalten werden kann. Exemplarisch sei hier darauf verwiesen, daß für das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Luftbildmaterial *Walddorfhüslach*, vgl. Abb. 2-3 auf S. 17 für jeweils ca. 128×128 Bildpixel à jeweils $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ ein Satz affiner Parameter angesetzt werden kann, wodurch eine maximale Abweichung von kleiner $\pm 0.5 \mu\text{m}$ über die gesamte Bildfläche garantiert bleibt.

Je nach Kamera- und Objektivtyp sowie genutzter Auflösung wird hier unterschiedlich zu verfahren sein. Vorteilhaft ist, daß die im Bildraum angestrebte Genauigkeit normalerweise ortsunabhängig ist und entsprechend den Eigenschaften des verwendeten Sensors *a priori* festgelegt werden kann. Die Berechnung der jeweiligen Transformationsparametersätze sollte vorab im Rahmen der Bildpyramidenberechnung erfolgen, so daß sie während der gesamten Rekonstruktionsphase zur Verfügung steht. Bei der Wahl der Interpolationsvorschrift und des jeweiligen Gültigkeitsbereiches empfiehlt sich ferner eine Orientierung an der Kachelung des jeweiligen Bildformats, wie sie zu einer schnellen Extraktion von Bildfenstern aus hochaufgelösten Gesamtbildern verwendet werden sollte. Als Standard für eine derartige Vorgehensweise empfiehlt sich das *TIFF (= Tagged Image File Format)* für die Verwaltung der Rasterbilddaten, vgl. [Aldus Developers Desk 1992], für das derzeit die standardisierte Integration von Möglichkeiten zur Georeferenzierung diskutiert wird, [Hild und Fritsch 1998]. Neben der Möglichkeit einer gekachelten (*tile*-orientierten) Speichertechnik, die u.a. auch einen Zugang zur vollen Bandbreite der *JPEG (= Joint Photographic Experts Group)*-Kompressionstechniken bietet, lassen sich die diskutierten geometrischen Parameter als *tag* direkt in die jeweiligen Bilddateien integrieren, vgl. [Pennebaker und Mitchell 1993], [Weisensee 1995].

6.2.2 Verdeckungsanalyse

Neben der Schnittbildung muß sichergestellt werden, daß es sich bei dem bestimmten Schnittpunkt um denjenigen Flächenschnittpunkt auf dem Abbildungsstrahl handelt, welcher dem jeweiligen Projektionszentrum am nächsten kommt. Dieser Aspekt sei hier unter dem Stichwort der Verdeckungsanalyse behandelt. Grundsätzlich genügt zur Darstellung dieser Problematik eine diskrete, punktweise Betrachtung, welche nur auf die Sichtbarkeitsverhältnisse zwischen jeweils zwei diskreten Punkten, nämlich dem Ort eines Pixelzentrums im Bildraum und dem zu betrachtenden Oberflächenschnittpunkt im Objektraum eingeht – nach [De Floriani und Magillo 1994] die sog. *point visibility*. Aus den unten vorgestellten Konzepten ergibt sich ein eher fließender Übergang hin zur Beschreibung der bildweise jeweils sichtbaren Regionen – *region visibility*, welche sich implizit aus der Summe der punktweisen Sichtbarkeiten ergibt.

Hilfreicher zur Charakterisierung möglicher Vorgehensweisen der Verdeckungsanalyse ist die Unterscheidung nach [Foley et al. 1990] in eine bildraum- und eine objektraumorientierte Vorgehensweise. Die beiden Varianten sind in Abb. 6-4 skizziert. Sie weisen hinsichtlich ihrer Integration in die photogrammetrische Rekonstruktion recht unterschiedliche Vorzüge auf. Daher soll hier sowohl am Beispiel eines bildraum- als auch eines objektraumorientierten Verfahrens zur Sichtbarkeitsprüfung gezeigt werden, wie sich die bisher im Rahmen der Rekonstruktion vorgestellten Konzepte auch in die Verdeckungsanalyse einfügen lassen.

Bereits bei der Diskussion einer Oberflächenvermaschung im \mathbb{R}^3 in Kap. 4.2.1 wurde auf die Bedeutung der Abbildungsstrahlen zwischen Projektionszentrum und Oberflächenpunkten als Zusatzinformation der Skulpturbildung hingewiesen. Das Konzept des Tiefenspeichers (*Z-buffer*), [Encarnaçao et al. 1996], basiert als bildraumorientiertes Verfahren zur Sichtbarkeitskontrolle auf einem eng verwandten Grundgedanken. Pro Pixelelement im Bildraum wird die Distanz (*Tiefe*) zur sichtbaren Objektfläche gespeichert. Die Initialisierung des Tiefenspeichers erfolgt in der Weise, daß alle möglichen Schnitte eines jeden Strahls berechnet werden und kleinere Distanzen stets größere Distanzen überschreiben. In Abb. 6-4(b) sind exemplarisch einige ausgewählte Abbildungsstrahlen punktiert dargestellt, über der Bildebene wurden die den jeweiligen Pixelpositionen zuzuordnenden Distanzen im Objektraum aufgetragen.

Auf Kosten eines enormen Speicherbedarfs stellt der Tiefenspeicher zunächst ein sehr einfach zu implementierendes Verfahren zur Sichtbarkeitsprüfung dar. Durch seine konzeptionelle Nähe zur Skulpturbildung stellt er eine ideale Ergänzung für die Erstellung einer Neutriangulation im Rahmen der Prolongation dar, vgl. Kap. 4.2.1. Zur Effizienzsteigerung bzw. Reduktion des Speicherbedarfs liegen zahllose Vorschläge vor. Besonders interessant hinsichtlich der photogrammetrischen Rekonstruktion ist der Kohärenzgedanke, also die Berücksichtigung lokaler Zusammenhänge. Abb. 6-4(b) macht deutlich, daß die fein aufgelösten, im Bildraum pixelweise angegebenen Distanzen in hohem Maße redundant sind. Die in diesem Beispiel benötigte Information läßt sich

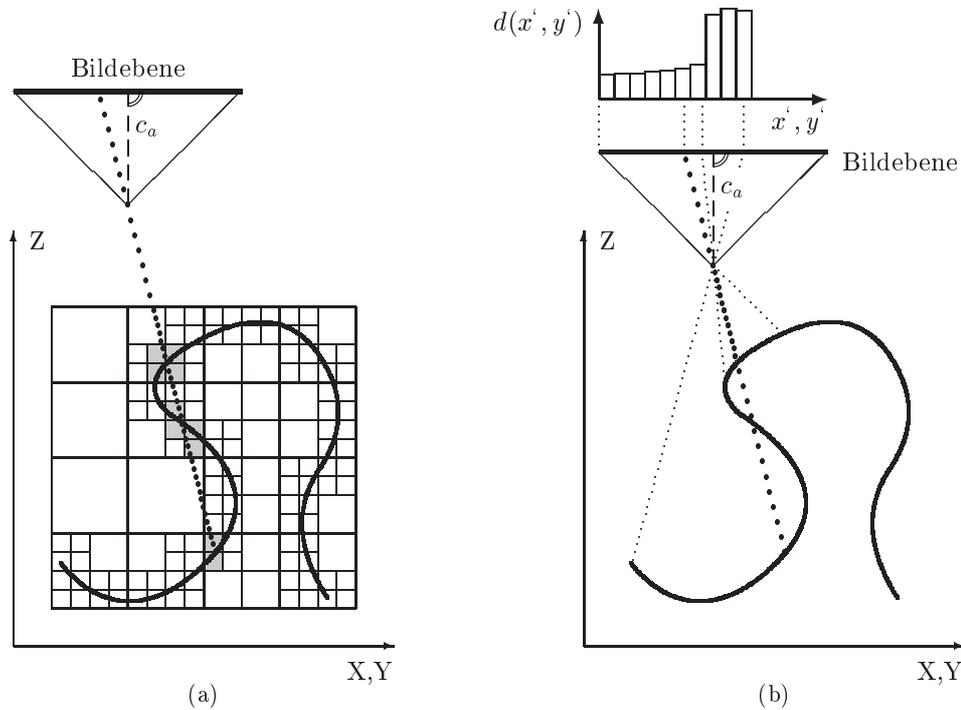


Abbildung 6-4: Visibilitätsprüfung im \mathbb{R}^3 . (a): Beispiel für ein objektraumorientiertes Verfahren auf der Basis einer *Octree*-Struktur. Die hinsichtlich eines potentiellen Strahlenschnitts zu prüfenden Oktanten sind grau hinterlegt. (b): Der Tiefenspeicher (*Z-buffer*) als typisches Beispiel für eine sich am Bildraum orientierende Verdeckungsanalyse. Über der Bildebene sind pixelelementweise die Distanzen $d(x', y')$ zum nächstliegenden Strahlenschnittpunkt mit der Oberfläche aufgetragen.

auf die Angabe von nur zwei Distanzbeträgen samt einem jeweils zugehörigen Distanzintervall reduzieren – eine beträchtliche Datenkompression. Die praktische Umsetzung des Kohärenzgedankens kann sich an der sowieso vorliegenden Struktur der Bildpyramide orientieren – je nach Objektbereich kann eine grobe Auflösung des Tiefenspeichers völlig ausreichen.

Grundsätzlich ist die Initialisierung und Fortführung des Tiefenspeichers zunächst global definiert. Hier liegt, je nach spezifischer Aufgabenstellung, ein weiterer Ansatzpunkt zur Speicherbedarfsreduktion, nämlich die Frage nach einer möglichen Lokalisierung aufgrund der Integration anwendungsspezifischen Wissens. Für die Anwendung des photogrammetrischen Rekonstruktionsverfahrens auf Luftbilder hinsichtlich der innerörtlichen Auswertung beispielsweise ist klar, daß ein Zusammenhang zwischen einer maximal vorkommenden Gebäudehöhe, der Aufnahmeconfiguration und einer möglichen lokalen Ausdehnung von verdeckten Bereichen bezüglich eines einzelnen Bildes besteht. Der Tiefenspeicher muß also nur für einen lokalen Bereich um das aktuelle Berechnungsfenster herum mitgeführt werden.

Im Gegensatz zum global orientierten Ansatz des Tiefenspeichers hat die objektraumorientierte Visibilitätsprüfung eher einen *on-line* Charakter, d.h. stets nur ein Abbildungsstrahl wird bezüglich verdeckter oder freier Sicht zum Projektionszentrum analysiert. Um diese Prüfung schnell durchführen zu können, ist eine systematische Strukturierung des Objektraumes notwendig. Da bei der Rekonstruktion immer mit mehreren Bildern simultan gearbeitet wird, sollte diese Strukturierung nicht streng bildbezogen sein, wie beispielsweise eine Sortierung der Dreiecksfacetten nach ihrem Abstand vom Projektionszentrum (*depth-sort algorithm*, [Foley et al. 1990]), sondern den Objektraum in allgemeinerer Weise untergliedern. In Abb. 6-4(a) wird daher eine Achterbaumzerlegung des Objektraumes angedeutet, wie sie bereits in Kap. 4.3 eingeführt wurde.

Der Achterbaum ist das dreidimensionale Analogon zum zweidimensionalen Quadrantenbaum und beruht ursprünglich auf der direkten Übertragung des in binären Suchbäumen angewendeten Ordnungsprinzips auf zwei- bzw. dreidimensionale Schlüsselwertebereiche, vgl. [Neureither 1992]. In dieser Arbeit wird dabei nie von einem homogenen Achterbaum ausgegangen, wie er aus einer ständigen Unterteilung des Objektraumes aufgrund von Größer-Kleiner-Vergleichen resultiert, sondern es wird stets ein inhomogener Achterbaum unterstellt, der auf einer Unterteilung in gleich große Oktanten beruht. Die Unterteilung erfolgt solange, bis in jeder Oktantenzelle nur noch eine festgelegte Anzahl von Datenobjekten (hier je nach Organisation der Triangulation entweder Stützpunkte oder Flächenelemente) zu liegen kommt. Leere Oktanten werden nicht weiter geteilt, so daß sich die zugehörige Baumstruktur lokal unterschiedlich tief darstellt. Der entscheidende Vorteil des (in-

mogenen) Achterbaumes gegenüber alternativen mehrdimensionalen Datenorganisationsverfahren liegt darin, daß die Zellgrenzen implizit bekannt sind und nicht gespeichert werden müssen. Damit wird das schnelle Navigieren entlang eines Abbildungsstrahls in Richtung Projektionszentrum für die Verdeckungsanalyse möglich. In Abb. 6-4(a) stellt der dicht gepunktete Abschnitt des exemplarischen Abbildungsstrahls den maximal abzusuchenden Bereich dar. Oktantenzellen, die als 'leer' gekennzeichnet sind, weil sie keine Oberflächendaten enthalten, erfordern keine weiteren Operationen. Grau hinterlegt sind die vom Strahl angeschnittenen Zellen, welche einen Teil der Fläche enthalten und daher näher auf einen möglichen Flächenschnitt zu untersuchen sind. Dabei wird man der eigentlichen strengen Schnittbestimmung meist einen schnellen, vorselektierenden Boxtest voranstellen, [Meier 1986]. Alternative Tests im Objektraum, wie die Unterscheidung zwischen einer Außen- und einer prinzipiell unsichtbaren Innenseite eines Flächenelementes (*back-face culling*, [Encarnaçao et al. 1996]) aufgrund des Drehsinns der Stützpunktnumerierung sind zwar meist nicht hinreichend, können aber weiterhin die objektraumorientierte Visibilitätsprüfung beschleunigen. Für den mittleren Schnittpunkt in Abb. 6-4(a) würden damit sämtliche weitere Tests entfallen.

Für die praktischen Berechnungen, wie sie in Kap. 8.2 vorgestellt werden, wurde eine Kombination der dargelegten bild- und objektraumorientierten Verfahren zur Visibilitätskontrolle zugrundegelegt, [Garstka 1997]. Dies hat seinen Grund darin, daß für die Organisation der einzelnen Berechnungsfenster im Rahmen des Mehrgitterverfahrens eine – entsprechend grob gegliederte – Achterbaumstruktur gewählt wurde. Diese Struktur bildet die Grundlage für den oben angesprochenen lokalen Einsatz eines Tiefenspeichers sowie ferner auch für eine Vorauswahl der lokal beteiligten Bilder. Dabei werden die oben angegebenen Vorteile der Achterbaumstruktur natürlich nicht ausgereizt. Für photogrammetrische Aufgabenstellungen mit komplexeren Aufnahmekonfigurationen als dem senkrechten Luftbildfall werden aber die Ansprüche gegenüber einer effizienten Visibilitätsprüfung sicher weiter wachsen.

6.2.3 Konsequenzen für die Aufnahmeplanung

Ergänzend zur Darstellung der Vorgehensweise bei der Visibilitätsprüfung sei hier dargestellt, auf welche Weise schon bei der Aufnahme möglichst günstige Sichtbarkeitsverhältnisse angestrebt werden können. Grundsätzlich ist eine flächenhafte photogrammetrische Rekonstruktion immer dann möglich, wenn ein Objektraumbereich von mindestens zwei Projektionszentren eingesehen werden kann, adäquate Überdeckungs- und Basisverhältnisse vorausgesetzt. Während sich die Aufnahmeplanung im Nahbereich sehr stark an den jeweiligen örtlichen Gegebenheiten ausrichtet, vgl. [Fraser 1996], wobei gewünschte Sichtbarkeiten meist explizit hergestellt werden können, liegen die Anforderungen für die Bildflugplanung in stark schematisierten Vorgaben für Kamerawahl, Flughöhe und -streifenrichtung, Längs- und Querüberdeckung usw. Dabei bezieht sich die folgende Diskussion auf große Bildmaßstäbe und speziell auf die Rekonstruktion von Gebäuden oder anderen Bauwerken (Brücken, ...) anhand von Senkrechtaufnahmen. Dies ist dadurch gerechtfertigt, da hier das Haupteinsatzfeld der dreidimensionalen Flächenmodellierung im Zusammenhang mit der Auswertung von Luftbildern zu sehen ist.

Der den Beispielen in Kap. 8 zugrundeliegende Bildmaßstab von $M_b \sim 1 : 4000$ gewährleistet auch bei kleineren Gebäuden die Wiedergabe gewisser texturgebender Details auf Gebäudefassaden, wie beispielsweise von Türen und Fenstern, und läßt damit eine Qualitätssteigerung des Ergebnisses bei der Einbeziehung der vertikalen Flächen in die Rekonstruktion erwarten. Obwohl die folgende Darstellung weitgehend maßstabsunabhängig erfolgt, orientiert sie sich exemplarisch an dieser Grundvorgabe. Für Flächen, deren eigene Definitionsgenauigkeit dies erlaubt, läßt sich bei diesem Bildmaßstab grundsätzlich Zentimetergenauigkeit erreichen, vgl. Kap. 8.1. Für Gebäude sind pauschale Genauigkeitsangaben in dieser Größenordnung in der Regel nicht zulässig, da die Definitionsgenauigkeit gegenüber der flächenhaften Modellierung aufgrund der Existenz von Dachüberständen, Balkonen, Vegetation etc. eher im Dezimeter- bis Meterbereich anzugeben ist. Trotzdem ist ein solch großer Bildmaßstab oftmals gerechtfertigt: Durch die häufig nahezu schleifenden Schnitte der Abbildungsstrahlen auf den vertikalen Gebäudefassaden bilden sich diese natürlich auch nur auf entsprechend gering ausgedehnten Bildflächen ab. Beim Übergang auf die feinste Auflösungsstufe der Bildpyramide, gescannt wurde mit einer Pixelgröße von $15 \times 15 \mu\text{m}^2$, erfolgen bei der Rekonstruktion noch signifikante Änderungen der Oberflächengeometrie.

Das bei den Beispielen in Kap. 8 verwendete Weitwinkelobjektiv mit $c_a = 153\text{mm}$ stellt also einen Kompromiß dar zwischen der Einsehbarkeit auf der einen Seite, welche prinzipiell durch eine längere Brennweite vergrößert werden kann, und des Einsehswinkels bezüglich vertikaler Oberflächenanteile andererseits, welcher durch eine kürzere Brennweite vergrößert werden kann. Da aber eine stärkere Einsehbarkeit mittels einer Schmalwinkeloptik noch lange keine ausreichende Sichtbarkeit vertikaler Flächenelemente erzeugt, ebenso wie der zunehmende Anteil verdeckter Flächen den möglichen Vorteil des Überweitwinkels einschränkt, sind bei großen Gebäudehöhen und geringen Gebäudeabständen der photogrammetrischen Auswertung natürliche Grenzen gesetzt.

Um eine qualitative Aussage für die Sichtbarkeit von vertikalen Flächen im Bildraum zu erhalten, wird hier neben der einen Bildflug charakterisierenden Bildmaßstabszahl m_b eine zweite Maßstabszahl m_v für vertikale Strecken im Objektraum eingeführt. Während m_b unter der Annahme eines ebenen, horizontalen Geländeverlaufes über das gesamte Bild konstant ist, ist m_v mit

$$m_v(r) = \frac{c_a}{r} m_b, \quad (6.2-7)$$

wobei r für den Abstand eines Punktes in der Bildebene vom Bildhauptpunkt steht, abhängig von der Lage im Bild und in der Regel größer und damit ungünstiger als m_b . Die ortsabhängige Maßstabszahl $m_v(r)$ ist in Abb. 6-5 für mehrere Luftbildkameratypen aufgetragen.

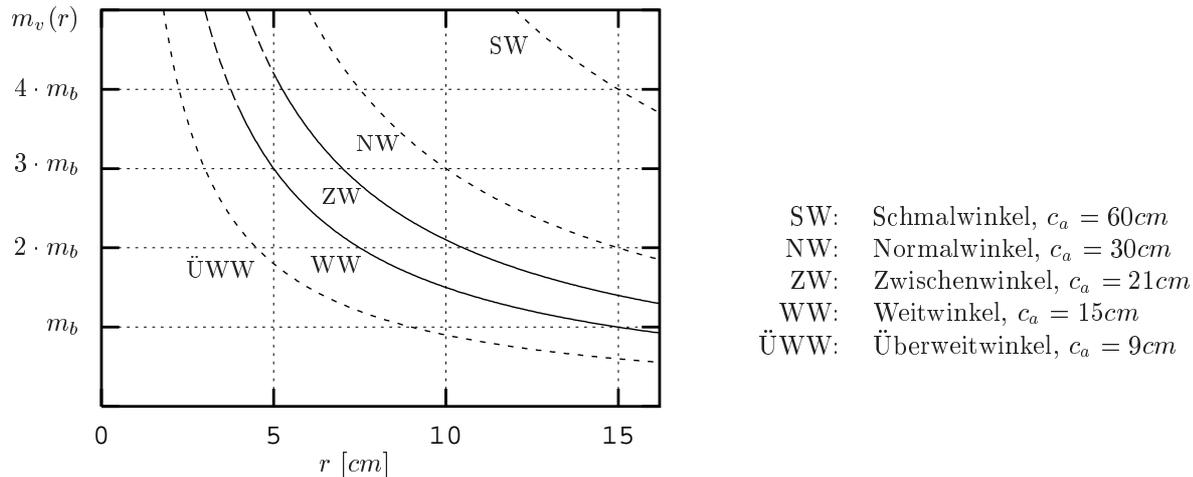


Abbildung 6-5: Bildmaßstabszahl $m_v(r)$ einer vertikalen Strecke im Objektraum für die gängigen Luftbildkameratypen. r hat seinen Ursprung im Bildhauptpunkt.

Akzeptiert man für die vertikalen Flächen im Objektraum eine Erhöhung der Maßstabszahl um den Faktor drei bis vier, so tragen bei Verwendung eines Weit- oder Zwischenwinkelobjektivs lediglich die zentral gelegenen Bildbereiche mit einem Anteil von ca. 10 – 15 % der Bildfläche nichts zur Rekonstruktion der vertikalen Oberflächenanteile bei. Für das Weitwinkelobjektiv ist dieser Bereich durch den zentralen Kreis in den Bildebenen in Abb. 6-6(a) und (b) skizziert. Die Bereiche mit einer zur Auswertung beitragenden Bildmaßstabszahl $m_v(r)$ sind in Abb. 6-5 mit durchgezogenen Linien skizziert. Objektive mit engeren Öffnungswinkeln sind nicht brauchbar. Auch die dem Überweitwinkel zugeordnete Kurve wurde nur gestrichelt dargestellt: Aufgrund der ansonsten sehr niedrigen Flughöhe und der starken Verdeckung ist dieses Objektiv grundsätzlich eher für kleinere Bildmaßstäbe geeignet.

Abb. 6-6 skizziert zwei mögliche Varianten zur Wahl der Überdeckungsverhältnisse eines Bildflugs bei Verwendung eines Weitwinkelobjektivs. Man erhält eine Längs- und Querüberdeckung von ca. 70%, vgl. Abb. 6-6(a), indem man zunächst ein Bild schachbrettartig in neun quadratische Felder unterteilt. Während der jeweils zentrale Bildbereich nichts zur Rekonstruktion vertikaler Flächen beiträgt, ist von den Außenbereichen eine Aufsicht auf entsprechend ausgerichtete vertikale Flächen möglich, sofern deren Grundriß weitgehend senkrecht zur ange-deuteten lokalen Blickrichtung verläuft. Damit wird bei einer Längs- und Querüberdeckung von 70% der zentrale, für vertikale Flächen sichttote Raum im Bild von allen acht benachbarten Projektionszentren aus eingesehen, wodurch eine ebene, vertikale Fläche mit ansonsten beliebiger Ausrichtung in diesem Bereich prinzipiell in drei Bildern sichtbar ist. So erhält man die Möglichkeit der stereoskopischen Rekonstruktion von beliebig orientierten, vertikalen Flächen im Objektraum. Die Abbildung macht deutlich, daß sich das Einsparen von Flugstreifen stark negativ auf die Rekonstruktion auswirkt: Obwohl mit der Konstellation in Abb. 6-6(b) eine stark erhöhte Anzahl an Bildern simultan zu verarbeiten ist, ist eine adäquate Sichtbarkeit vertikaler Flächen in mindestens zwei Bildern schon nicht mehr grundsätzlich gewährleistet. Der gestrichelte Rand des linken oberen Bildes veranschaulicht, daß der im zentralen Bild für vertikale Flächen sichttote Bereich von den umliegenden Bildern nur inhomogen abgedeckt wird. Interessanterweise strebt auch [Maas 1996] für die großmaßstäbige Rekonstruktion einer ländlichen Dorfszene mittels Stillvideo-Aufnahmen aus einem Helikopter heraus eine Längs- und Querüberdeckung von 70% an, wobei in seiner Arbeit ein punktorientiertes, photogrammetrisches Zuordnungsverfahren im Objektraum zum Einsatz kommt.

Die Einsehbarkeit bzw. Verdeckung von Flächen kann dazu führen, daß auch bei Verwendung der in Abb. 6-6(a) skizzierten Aufnahmekonfiguration weniger als drei Bilder pro vertikal ausgerichteter Fläche zur Verfügung stehen. Die Einbeziehung von Verdeckungen in die Bildflugplanung ist problematisch, weil diese stark von lokalen Gegebenheiten abhängen und damit im Einzelfall schwer kalkulierbar sind. Unter Verwendung des Weitwinkels erhält man für die Rekonstruktion der vertikalen Flächen einen nutzbaren Bildwinkelbereich von ca. 15° bis 47° . Man kann daher von einer nahezu ungestörten Sichtbarkeit von Gebäudeseitenflächen ausgehen, solange die Gebäudehöhen die Gebäudeabstände nicht wesentlich überschreiten. Für enger bebauten Bereiche kann die dreidimensionale Flächenmodellierung nur noch die Modellierung der Dachlandschaft im Rahmen der jeweiligen Sichtbarkeiten unterstützen. Für viele Anwendungen mag dies genügen, z.B. wenn die rekonstruierten Daten nur den Ausgangspunkt für die Segmentierung von Gebäuden gegenüber Hof- und Straßenflächen liefern sollen, vgl. [Weidner 1997].

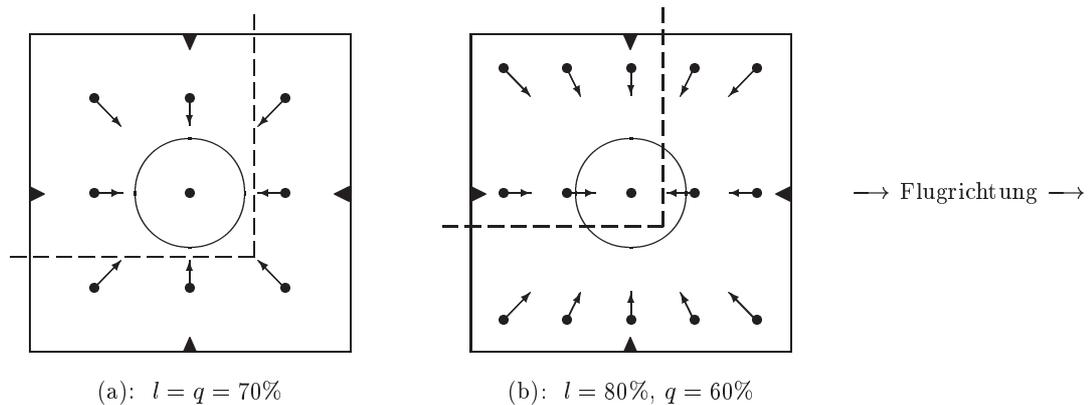


Abbildung 6-6: Sichtbarkeit vertikaler Flächen im Objektraum bei unterschiedlicher Längs- (l) und Querüberdeckung (q). Der zentrale Kreis stellt den für vertikale Flächen weitgehend sichttoten Raum ($m_v(r) > 4$) für die Mitte eines Weitwinkelbildes dar. Die Sichtbarkeit auf vertikale Flächen in diesem Objektraumbereich von den benachbarten Projektionszentren (\bullet) aus wird durch die Pfeile angedeutet. Der jeweils zum linken oberen Projektionszentrum gehörige Bildrand ist gestrichelt eingetragen.

Es sei darauf hingewiesen, daß die in Abb. 6-6(a) skizzierte Befliegungsanordnung sich nicht mehr primär an den Anforderungen der manuell-interaktiven, bildpaarweisen Stereoauswertung orientiert. Durch die relativ geringe Basis zwischen zwei direkt benachbarten Projektionszentren ist eine stereoskopische Einzelmessung in einem solchen Stereomodell mit einem größeren Höhenfehler behaftet als bei der üblichen 60% Überdeckung. Zur Erzielung höherer Genauigkeit ist zur Bildung eines Stereomodells möglichst stets ein Zwischenbild auszulassen, soweit es die jeweilige Sichtbarkeit erlaubt. Die eventuelle manuelle, stereoskopische Nachbearbeitung an der digitalen photogrammetrischen Arbeitsstation sollte also eine entsprechend flexible Handhabung der jeweils beteiligten Luftbilder erlauben.

Zusammenfassend ist festzuhalten, daß der Informationsgehalt bezüglich vertikaler Objektraumflächen im Luftbild nicht überschätzt werden darf. Die ungünstigen Maßstabsverhältnisse setzen auch bei Verwendung einer adäquaten dreidimensionalen Flächenmodellierung deutliche Grenzen hinsichtlich der Qualität des Rekonstruktionsergebnisses. Aus diesem Grund gewinnt die ergänzende Einbeziehung terrestrischer Aufnahmen an Bedeutung, welche in wirtschaftlicher Weise mit einem mobilen Aufnahmesystem gewonnen werden können, vgl. z.B. [Beers 1997]. Mit einer Kombination von Luftbildern und terrestrisch aufgenommenen Bildern läßt sich eine insgesamt optimierte Aufnahmekonfiguration sowohl für eher horizontale Gebiete und Dachflächen als auch für die vertikalen Gebäudeseitenwände realisieren. Da der Ansatz des Facetten-Stereosehens prinzipiell die Möglichkeit der multisensoralen Rekonstruktion beinhaltet, vgl. Kap. 2.1, ist er prädestiniert für eine derartige Lösungsstrategie, bei der Daten unterschiedlicher optischer Sensoren miteinander zu verknüpfen sind.

7 3D-Oberflächenrekonstruktion im Objektraum

In diesem Kapitel wird zunächst die Grundbeziehung der Bildinversion mit dem Ansatz des Facetten-Stereosehens für die in den Kap. 4 und 5 entwickelte, allgemeine 3D-Oberflächenmodellierung hergeleitet. Abb. 7-1(a) weist auf entscheidende Charakteristika dieser für die Oberflächenrekonstruktion neuartigen 3D-Oberflächenmodellierung hin, nämlich die explizite Integration einer dreidimensionalen topologischen Struktur, auf deren Basis die eigentliche Oberfläche im Objektraum unter Einbeziehung von Stetigkeitsbedingungen aufgespannt wird. In Abb. 7-1(b) ist das Ergebnis eines Iterationsschritts der Rekonstruktion im Rahmen des hierarchischen Mehrgitterverfahrens skizziert. Als Konsequenz der verallgemeinerten Oberflächenmodellierung resultieren die optimierten Stützpunktpositionen aus Verschiebungsbeträgen in Richtung der lokalen Flächennormalen.

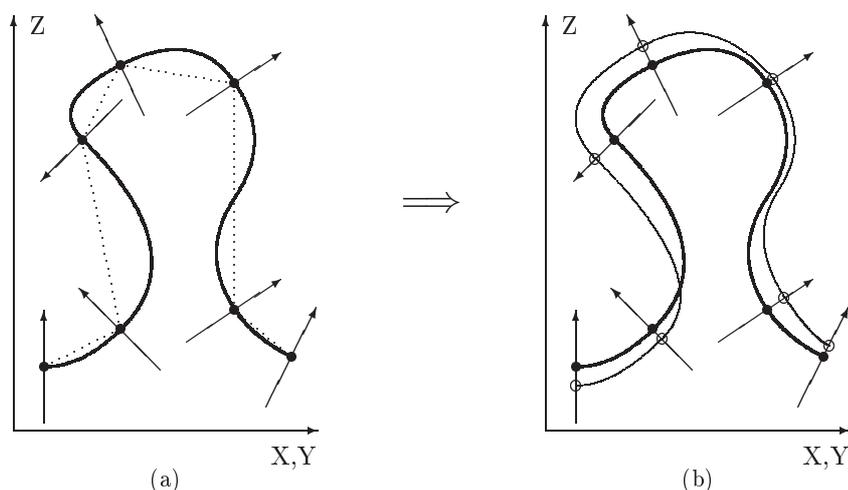


Abbildung 7-1: Oberflächenrekonstruktion auf der Basis des neu eingeführten 3D-Modells. (a): Die Ausgangsfläche für die Rekonstruktion. Auf der Basis der punktiert skizzierten topologischen Beziehungen zwischen den Geometriestützpunkten (●) und über die approximierten Flächennormalenvektoren werden G^1 -stetige Interpolanten aufgespannt. (b): Die nach einem Iterationsschritt der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion im Rahmen eines hierarchischen Mehrgitterverfahrens resultierenden Stützpunktpositionen (○).

Die Formulierung der Bildinversion baut auf der Korrespondenzbedingung zwischen Grauwerten im Bild- und Objektraum nach Kap. 6.1 auf. Für den geometrischen Übergang wird nach Kap. 6.2 der direkte Pixeltransfer gewählt. Im Hinblick auf die Anwendung der Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate wird die Grundbeziehung der Bildinversion als linearisierte Verbesserungsgleichung formuliert.

Anschließend werden adäquate Möglichkeiten der Regularisierung für die 3D-Oberflächenrepräsentation diskutiert. Zwei Varianten zur Bildung der entsprechenden Pseudoverbesserungsgleichungen für die Oberflächengeometrie werden in Kap. 7.2.1 vorgestellt. In engem Zusammenhang sind die Fragestellungen zur Wahl der Facettierungsparameter für Oberflächengrauwerte und -geometrie (Kap. 7.2.2) bzw. zur adaptiven Facettierung (Kap. 7.2.3) zu sehen. Dieser Komplex wird abgeschlossen mit der Diskussion zur Wahl des Stetigkeitsgrades bei der Modellierung sowohl der Oberflächengeometrie als auch der Oberflächengrauwerte in Kap. 7.2.4. Abgerundet wird dieses Kapitel durch Hinweise zur numerischen Behandlung der resultierenden Normalgleichungen in Kap. 7.3.

7.1 Linearisierte Grundbeziehung der Bildinversion

Für die Formulierung der Bildinversion mit dem Ansatz des Facetten-Stereosehens wird von einer regulären Oberflächenrepräsentation in Parameterdarstellung und einer ebenso regulären Repräsentation für die Oberflächengrauwerte ausgegangen. Diese Annahme ist für die Formelherleitung von Vorteil, da so stets von der Differenzierbarkeit erster Ordnung von Geometrie und Oberflächengrauwerten ausgegangen werden kann. Praktisch kann dieser Forderung beispielsweise durch die Einbeziehung von jeweils mindestens G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten nach den Kap. 5.5 und 5.6 entsprochen werden. Für einen im Rahmen des hierarchischen Rekonstruktionsablaufes durchzuführenden Iterationsschritt wird ferner der topologische Zusammenhang zwischen den Stützpunkten über eine Triangulation der Fläche im \mathbb{R}^3 stets als bekannt vorausgesetzt, vgl. Kap. 4.

Während in Kap. 4.4 die Prolongation der topologischen Beziehungen zwischen den einzelnen Mehrgitterebenen im Vordergrund steht, wird in diesem Kapitel nur auf topologische Modifikationen hingewiesen, wie sie ergänzend zwischen einzelnen Iterationsschritten des Rekonstruktionsablaufes erforderlich werden können.

Aus dem Prozeß der Bildentstehung folgt, daß anhand vorliegender Pixelgrauwerte prinzipiell nicht mehr das ursprüngliche Grauwertsignal $\tilde{G}(t_1, t_2)^*$, vgl. Formel (6.1-1) auf S. 67, sondern nur noch eine tiefpaßgefilterte Approximation $G(t_1, t_2)$ ermittelt werden kann. Es gilt die Korrespondenzbedingung (6.1-6), S. 69, zwischen dem Oberflächengrauwert $G(t_1, t_2)$ im Objektraum und den über die Abbildungsstrahlen zu den jeweiligen Projektionszentren zugeordneten Bildgrauwerten $G'(x', y')$, $G''(x'', y'')$ usw. Wird nun der Abbildungsstrahl eines Bildpixels mit der regulären Startfläche Φ° zum Schnitt gebracht, so liegt im Schnittpunkt $\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ zunächst der approximative Oberflächengrauwert $G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)^{**}$ vor, vgl. Abb. 7-2. Im Rahmen eines Iterationsschrittes wird der aus einer lokalen Verschiebung um dn resultierende Oberflächenverlauf $\Phi^\circ + d\Phi$ mit dem Oberflächengrauwert $G(t_1, t_2)$ am Ort $\mathbf{X}(t_1, t_2)$ gesucht. Für $G(t_1, t_2)$ gilt

$$G(t_1, t_2) = G^\circ(t_1, t_2) + dG(t_1, t_2) = G^\circ(t_1^\circ + dt_1, t_2^\circ + dt_2) + dG(t_1, t_2) . \quad (7.1-1)$$

Im Punkt $\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ kann die Grauwertfunktion $G^\circ(t_1, t_2)$ in eine Taylorreihe entwickelt werden. Wie in Abb. 7-2 skizziert ist, erhält man unter Einbeziehung der partiellen Ableitungen der Oberflächengrauwerte im Ort $\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ und Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung

$$G(t_1, t_2) = G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) + \frac{\partial G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{\partial t_1} dt_1 + \frac{\partial G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{\partial t_2} dt_2 + dG(t_1, t_2) . \quad (7.1-2)$$

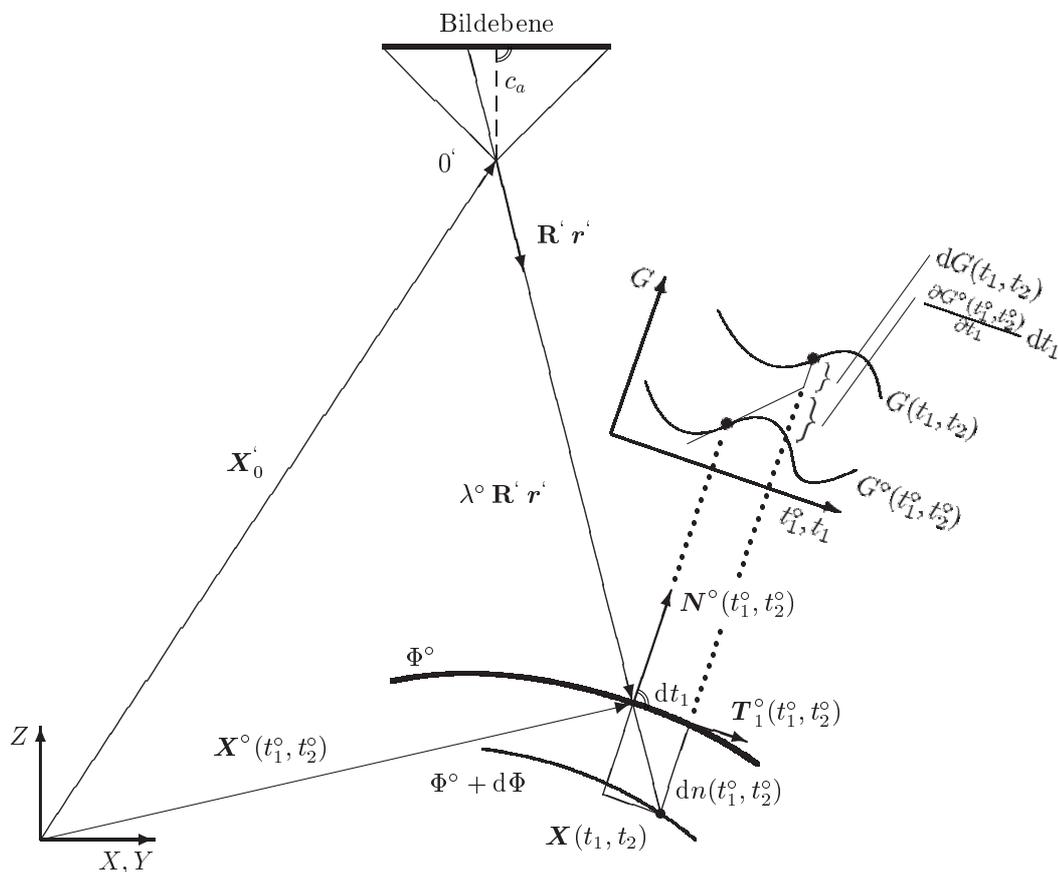


Abbildung 7-2: Bildinversion: Rückprojektion der Bildgrauwerte auf die Objektoberfläche Φ° . Die Bestimmung der Flächenverschiebung von Φ° zu $\Phi^\circ + d\Phi$ in einem Iterationsschritt der Rekonstruktion baut auf den partiellen Ableitungen der Grauwertfunktion $\frac{\partial G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{\partial t_1}$ und $\frac{\partial G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{\partial t_2}$ im Objektraum auf.

*Die Schreibweise unter Einschluß der redundanten dritten baryzentrischen Koordinate bringt für dieses Kapitel keine Vorteile, daher wird hier generell auf die Mitführung von t_3 verzichtet, vgl. die entsprechenden Bemerkungen in Kap. 5.2 und Anhang A.1.

**Nicht zu verwechseln mit G^0 -Stetigkeit

Um für die differentiellen Koordinatenänderungen dt_1, dt_2 der lokalen baryzentrischen Koordinaten auf einen einheitlichen Maßstabsbezug übergehen zu können, wird wieder von der Existenz umkehrbarer Umparametrisierungen nach den Bogenlängen s_1 und s_2 entlang der Parameterlinien mit $t_1 = t_1(s_1)$ für $t_2 = \text{const.}$ und $t_2 = t_2(s_2)$ für $t_1 = \text{const.}$ ausgegangen. Durch Einsetzen der entsprechenden Richtungsableitungen entlang der Parameterlinien, vgl. (A-1) auf S. 125, resultiert

$$G(t_1, t_2) = G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) + \frac{dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{ds_1} ds_1 + \frac{dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{ds_2} ds_2 + dG(t_1, t_2) . \quad (7.1-3)$$

Ausführliche Informationen zur Differentiation der Oberflächengrauwerte nach der Bogenlänge entlang der ausgewählten Parameterlinien finden sich, als Ergänzung zu Kap. 5.6, in Anhang A. In A.2 wird insbesondere der Übergang zwischen Geometrieparameterdreiecken und Subparameterdreiecken der Grauwertmodellierung berücksichtigt, während hier aus Gründen der übersichtlicheren Darstellung weiterhin mit einem einheitlichen baryzentrischen Koordinatenbezug für Oberflächengeometrie und -grauwerte gearbeitet wird. Da trotz Umparametrisierung nach der Bogenlänge die baryzentrischen Koordinaten besonders geeignet sind, um den geometrischen Ort eines Oberflächenpunktes, seines Grauwertes und seiner Grauwertableitungen anzugeben, werden die Schreibweisen $f(t_1, t_2)$, $f(t_1^\circ, t_2^\circ)$ beibehalten.

Nun kann die geometrische Beziehung zwischen dem Ort eines Bildpixels zum Zeitpunkt der Aufnahme und der Lage des zuzuordnenden Grauwertes $G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ auf der Objektoberfläche Φ° über das in Kapitel 6.2 beschriebene perspektive Kameramodell hergestellt werden. Bei Verwendung alternativer Sensorgeometrien wären die Beziehungen ds_1/dn , ds_2/dn nach Gleichung (6.2-6) auf S. 70 entsprechend zu modifizieren. Man erhält:

$$\begin{aligned} G(t_1, t_2) &= G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) + dG(t_1, t_2) \quad (7.1-4) \\ &+ \frac{dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{ds_1} \frac{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0') \cdot \mathbf{T}_1^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0') \cdot \mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)} dn(t_1^\circ, t_2^\circ) \\ &+ \frac{dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{ds_2} \frac{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0') \cdot \mathbf{T}_2^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0') \cdot \mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)} dn(t_1^\circ, t_2^\circ) . \end{aligned}$$

Der Ort des Strahlenschnitts $\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ mit der geometrischen Startfläche ist nach den Vorschlägen in Kap. 6.2.1 zu ermitteln. Ferner können die lokalen Einheitsvektoren $\mathbf{T}_1^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$, $\mathbf{T}_2^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ und $\mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ sowie der lokale Oberflächengrauwert $G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ in (7.1-4) direkt mit den angegebenen Interpolationsformeln unter Einbeziehung der Startwertinformationen in den umliegenden Stützpunkten berechnet werden, vgl. Kap. 5.5 und 5.6. Für die Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte $dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)/ds_1$, $dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)/ds_2$ vgl. Kap. 5.6 und Anhang A. Dagegen ist der Zusammenhang zwischen den lokalen Größen dG , dn und den unbekanntem Parametern dG_i , dn_i in den Stützpunkten \mathbf{X}_i eines Parameterdreiecks im folgenden noch zu formulieren.

Für die Oberflächengrauwerte erhält man im eindimensionalen Fall unter Verwendung eines kubischen Interpolationsansatzes, also G^1 -stetiger Interpolation,

$$G^\circ(t) = H_{31}(t) G_1^\circ + H_{32}(t) G_2^\circ + S_{1,2} H_{33}(t) G_1^{\circ'} + S_{1,2} H_{34}(t) G_2^{\circ'} . \quad (7.1-5)$$

Bei dem Übergang von $G^\circ(t)$ auf $G(t)$ wird nun davon ausgegangen, daß die Richtungsableitungen in den Stützpunkten sowohl vor als auch nach einem Iterationsschritt mit $G_1^{\circ'} \approx G_1^{\circ'}$ und $G_2^{\circ'} \approx G_2^{\circ'}$ weitgehend konstant bleiben. Dies bedeutet nicht, daß während der Iterationen der Rekonstruktion darauf verzichtet werden muß, die numerischen Werte der Nebenbedingungen (nach der in Kap. 5.3 vorgeschlagenen Vorgehensweise) immer wieder auf den neuesten Stand zu bringen. Vielmehr darf erwartet werden, daß mit konvergentem Verhalten der Parameterzuschläge dG_i auch die Änderungen der Nebenbedingungen verschwinden. Somit ergibt sich über

$$G(t) = H_{31}(t) (G_1^\circ + dG_1) + H_{32}(t) (G_2^\circ + dG_2) + S_{1,2} H_{33}(t) G_1^{\circ'} + S_{1,2} H_{34}(t) G_2^{\circ'} \quad (7.1-6)$$

für den differentiellen Zuschlag:

$$d\tilde{G}(t) = H_{31}(t) dG_1 + H_{32}(t) dG_2 . \quad (7.1-7)$$

Durch die lineare Form

$$dG(t) = t dG_1 + (1 - t) dG_2 \quad (7.1-8)$$

wird $d\tilde{G}(t)$ in (7.1-7) ausreichend gut approximiert, vgl. Abb. 5-11 auf S. 58. Unabhängig vom Stetigkeitsgrad des für die Grauwertmodellierung von $G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ verwendeten Interpolanten wird also für die differentiellen Zuschläge $dG(t_1, t_2)$ nur noch der lineare Interpolant nach Formel (5.2-9) angesetzt, und zwar in Abhängigkeit von den Parametern auf der Startfläche Φ° :

$$dG(t_1, t_2) = f_{G^\circ}[dG_i](t_1^\circ, t_2^\circ) . \quad (7.1-9)$$

Für die geometrische Oberflächenbeschreibung soll analog vorgegangen werden. In einem Oberflächenstützpunkt gilt nach Abb. 7-3 zunächst die einfache Beziehung

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_i^\circ + dn_i \mathbf{N}_i^\circ . \quad (7.1-10)$$

Innerhalb eines Parameterdreiecks des Geometriemodells wird der Stützpunkt \mathbf{X}_i° Vektorfunktion $\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) = f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ)$ eines zunächst mindestens G^1 -stetigen, transfiniten Interpolanten ersetzt, während für die skalaren Zuschläge $dn(t_1^\circ, t_2^\circ)$ wie oben ein linearer Interpolant eingeführt wird:

$$dn(t_1^\circ, t_2^\circ) = f_{G^0}[dn_i](t_1^\circ, t_2^\circ) . \quad (7.1-11)$$

Ordnet man dem Skalar $dn(t_1^\circ, t_2^\circ)$ zunächst den sich aus der Interpolationsvorschrift ergebenden lokalen Flächennormalenvektor zu, so erhält man

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t_1^\circ, t_2^\circ) &= f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ) + f_{G^0}[dn_i](t_1^\circ, t_2^\circ) \mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) \\ &\stackrel{!}{\approx} f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ + dn_i \mathbf{N}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1, t_2) , \end{aligned} \quad (7.1-12)$$

vgl. Abb. 7-3. Dieser geforderte Zusammenhang soll gewährleisten, daß im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion die Übertragung der lokalen $dn(t_1^\circ, t_2^\circ)$ auf die dn_i in den Stützpunktpositionen so konsistent wie möglich geschieht. Leider trifft diese Annahme bei ungünstiger Konstellation der Randbedingungen nur in grober Approximation zu, vgl. die in Anhang B ab S. 130 vorgenommene, eingehende Betrachtung.

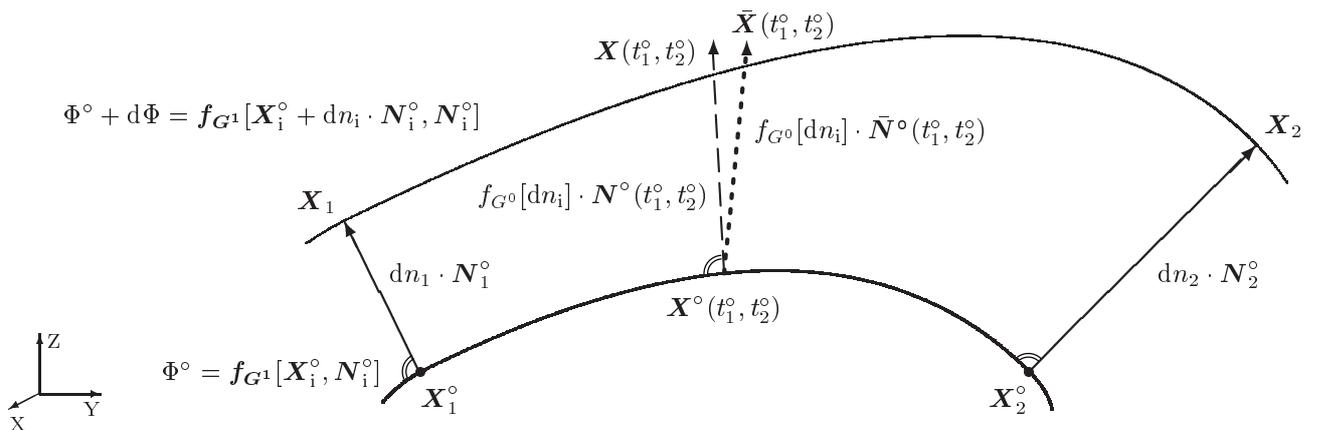


Abbildung 7-3: Einbindung transfiniter Interpolanten in die photogrammetrische Rekonstruktion. Innerhalb einer Geometriefacetten kann die Oberflächenverschiebung für einen Iterationsschritt des Rekonstruktionsverfahrens über die lokalen Oberflächennormalen $\mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ oder die linear interpolierten Pseudonormalen $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ definiert werden.

Der lineare Charakter von Gleichung (7.1-12) legt jedoch noch eine alternative Vorgehensweise anstelle der Verwendung der lokalen Normalenvektoren $\mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ in Formel (7.1-12) nahe: Über die lineare Interpolation der Normalenkomponenten

$$\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) = f_{G^0}[\mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ) \quad (7.1-13)$$

erhält man die Schar der Vektoren $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$, welche hier als Pseudonormalenvektoren bezeichnet werden. Diese Vektorenschar besitzt folgende interessante Eigenschaft: Sie liefert, und zwar völlig unabhängig von den Stetigkeitseigenschaften des jeweils gewählten Geometrieinterpolanten, eine Schar sich global nur kontinuierlich ändernder Vektoren. Daraus resultieren, genau wie auch für die Flächennormalen des G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten, konsistente Bedingungen an den Rändern der Dreiecksfacetten. Die Pseudonormalen $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$

erscheinen also gleichermaßen für den Einsatz als Verschiebevektoren in Gleichung (7.1-12) geeignet! Andererseits läßt sich der Schar der Pseudonormalen $\bar{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$, von Sonderfällen einmal abgesehen, keine Fläche zuweisen, welche stets orthogonal zu den $\bar{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ verläuft – daher wurde hier die Bezeichnung *Pseudonormale* gewählt. Abb. B-1(b) auf Seite 131 liefert ein anschauliches Beispiel dafür: Für die Schar von gleichgerichteten Vektoren existiert keine stets orthogonal verlaufende Raumkurve, welche zugleich die beiden Stützpunkte \mathbf{X}_i° verbindet. Über die Pseudonormalen $\bar{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ folgt in guter Approximation und weitgehend unabhängig von den jeweils vorgegebenen Nebenbedingungen, wie Anhang B belegt,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}(t_1^\circ, t_2^\circ) &= f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ) + f_{G^0}[dn_i](t_1^\circ, t_2^\circ) \bar{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) \\ &\approx f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ + dn_i \mathbf{N}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1, t_2) . \end{aligned} \quad (7.1-14)$$

Da die lokalen Pseudonormalenvektoren $\bar{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ eine gewisse Unabhängigkeit vom lokalen Oberflächenverlauf aufweisen, obwohl beide natürlich von denselben Randbedingungen geprägt werden, empfiehlt sich die Verwendung der Pseudonormalenvektoren auch beim Einsatz alternativer Geometrieinterpolanten, wie z.B. G^0 - oder G^2 -stetigen transfiniten Interpolanten.

Völlig losgelöst von der Frage nach der Definition der lokalen Verschiebevektoren kann es in Einzelfällen bei einem stark gekrümmten Oberflächenverlauf und gleichzeitig extrem großen Unbekanntenzuschlägen dn_i theoretisch zu einer Selbstdurchdringung des aus (7.1-12) oder (7.1-14) resultierenden Oberflächenverlaufs kommen, vgl. Abb. 7-4(a). Dieses Phänomen tritt immer dann auf, wenn mit $\mathbf{X}_i^\circ + dn_i \mathbf{N}_i^\circ$ der Punkt des kürzesten Abstandes zwischen zwei (zur Raumgerade verlängerten) Normalenvektoren in den Stützpunkten überschritten wird. In diesem Fall ergibt sich einfache Abhilfe, indem man die entsprechenden zwei oder drei Stützpunkte der betroffenen Dreiecksfacette auf mittlerem Weg zwischen den nächst benachbarten Punkten auf den Normalenvektoren zu einem neuen Stützpunkt zusammenfallen läßt und lokal eine Retriangulation vornimmt, vgl. Abb. 7-4(b). Aufbauend auf diesem korrigierten Satz von Stützpunkten und Facetten ist anschließend immer eine erneute Iteration der Oberflächenrekonstruktion zu starten.

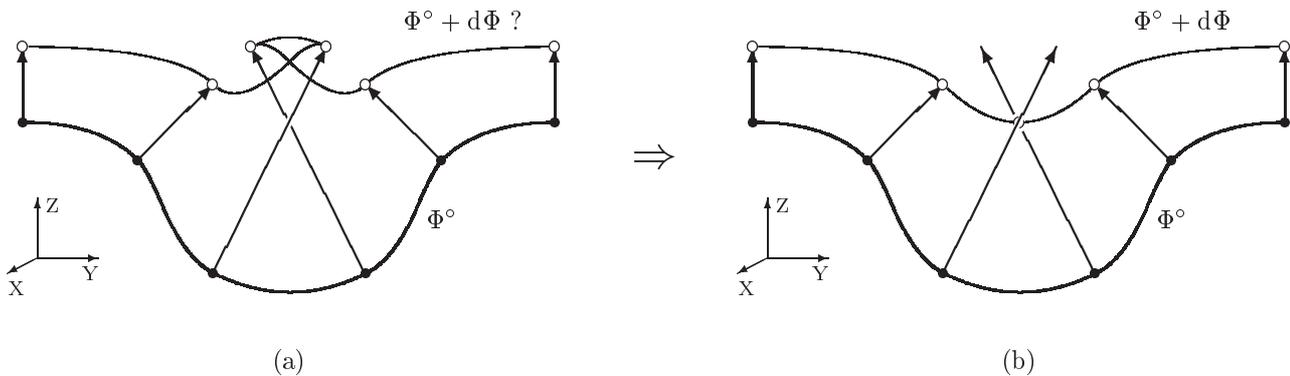


Abbildung 7-4: Sonderfall Selbstdurchdringung. (a): Der aus einer Iteration des Rekonstruktionsverfahrens resultierende Oberflächenverlauf $\Phi^\circ + d\Phi$ kann im Ausnahmefall zu einer sich selbst durchdringenden Oberfläche führen, wenn die Topologie der alten Stützpunktpositionen (\bullet) unbesehen auf die neuen Stützpunktpositionen (\circ) übertragen wird. (b): Ein Vorschlag zur Bereinigung des Oberflächenverlaufs. $\Phi^\circ + d\Phi$ bildet nun die Ausgangsfläche für eine erneute Iteration.

Bei praktischen Auswertungen ist das temporäre Auftreten einer solchen Flächenselbstdurchdringung äußerst selten zu beobachten. Die Ursache dafür liegt wohl in der hierarchischen Vorgehensweise bei der Rekonstruktion, welche in der Regel eine allmählich fortschreitende Ausdifferenzierung des Oberflächenverlaufs mit sich bringt. Dies wiederum wirkt dem Auftreten der Selbstdurchdringung stark entgegen. Abgesehen von diesem Sonderfall sind topologische Operationen während der Iterationen bezüglich einer Mehrgitterebene nur dann erforderlich, wenn sich im Zusammenspiel der Punktverschiebungen derart kleine oder große Dreiecke bilden, so daß mittels einer Stützpunktelimination oder -hinzufügung den vorgegebenen Facettierungsparametern deutlich besser entsprochen werden kann als ohne. Natürlich zieht eine solche Operation auch wieder eine lokale Retriangulation nach sich, vgl. Kap. 4.3. Für die Bereitstellung geeigneter Stützpunktpositionen samt einer optimalen topologischen Vermaschung beim Übergang auf eine neue Mehrgitterebene sei auf Kap. 4, vgl. insbesondere 4.4, verwiesen.

Nach diesem Exkurs zu topologischen Besonderheiten läßt sich nun Gleichung (7.1-4) mit Hilfe der neu gewonnenen Beziehungen (7.1-9), (7.1-11) und (7.1-14) von den lokalen Parameteränderungen auf Änderungen in den Stützpunkten der Dreiecksfacetten umschreiben. Man erhält folgende linearisierte Form der Grundgleichung

des Facetten-Stereosehens, formuliert für die transfinite Interpolation auf der Basis einer Oberflächentriangulation im \mathbb{R}^3 :

$$G(t_1, t_2) = G^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) + f_{G^\circ}[dG_i](t_1^\circ, t_2^\circ) \quad (7.1-15)$$

$$+ \left(\frac{dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{ds_1} \frac{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \mathbf{T}_1^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)} + \frac{dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{ds_2} \frac{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \mathbf{T}_2^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)} \right) f_{G^\circ}[dn_i](t_1^\circ, t_2^\circ) .$$

Um die endgültige Verbesserungsgleichung zu schreiben, wird auf die Korrespondenzbedingung (6.1-6), S. 69, zwischen Bild- und Oberflächengrauwerten zurückgegriffen, wobei die Grauwertanpassungskoeffizienten h_0^i, h_1^i in einen approximativen Anteil $h_0^{i\circ}, h_1^{i\circ}$ sowie einen zu schätzenden Anteil dh_0^i, dh_1^i zu zerlegen sind. Es resultiert die beim direkten Pixeltransfer bildpixelweise anzusetzende Gleichung

$$G(t_1, t_2) = (G^i(x^i, y^i) + v_{G^i}(x^i, y^i)) (h_1^{i\circ} + dh_1^i) + h_0^{i\circ} + dh_0^i , \quad (7.1-16)$$

woraus mit (7.1-15) bei Beschränkung auf lineare Terme die vollständige Verbesserungsgleichung (7.1-17) folgt.

$$v_{G^i}(x^i, y^i) + G^i(x^i, y^i) - \frac{G^\circ(\tilde{t}_1^\circ, \tilde{t}_2^\circ) - h_0^{i\circ}}{h_1^{i\circ}} \quad (7.1-17)$$

$$= \frac{1}{h_1^{i\circ}} \left[-G^i(x^i, y^i) dh_1^i - dh_0^i + f_{G^\circ}[dG_i](\tilde{t}_1^\circ, \tilde{t}_2^\circ) + \left(\frac{dG^\circ(\tilde{t}_1^\circ, \tilde{t}_2^\circ)}{ds_1} \frac{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \mathbf{T}_1^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)} + \frac{dG^\circ(\tilde{t}_1^\circ, \tilde{t}_2^\circ)}{ds_2} \frac{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \mathbf{T}_2^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)}{(\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) - \mathbf{X}_0^i) \cdot \bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)} \right) f_{G^\circ}[dn_i](t_1^\circ, t_2^\circ) \right]$$

Der einzelne Bildpixelgrauwert $G^i(x^i, y^i)$ geht direkt als Beobachtung in die Verbesserungsgleichung ein. Entlang des zugehörigen Abbildungsstrahls gelangt man zum Oberflächenpunkt $\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ auf der Startfläche Φ° . Dabei garantiert die in Kap. 6.2.1 diskutierte Strategie der indirekten Schnittbildung die simultane Berechnung von sowohl euklidischen Schnittpunktkoordinaten $\mathbf{X}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ als auch den jeweiligen baryzentrischen Koordinaten t_1° und t_2° . Über die baryzentrischen Koordinaten lassen sich wiederum alle weiteren ortsabhängigen Größen im Objektraum für die in Kap. 5 eingeführten G^0 - und G^2 -stetigen transfiniten Interpolanten streng angeben. Abgesehen von der anfangs aus formalen Gründen vorausgesetzten Differenzierbarkeit wird in Gleichung (7.1-17) also nicht ausdrücklich auf einen bestimmten Interpolanten Bezug genommen.

Für den G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten kann die strenge Berechnung der Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte $dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)/ds_1$ und $dG^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)/ds_2$ nach (5.6-12), (5.6-13) auf S. 64, vgl. auch Anhang A, und der den Richtungsableitungen zugehörigen Tangenteneinheitsvektoren $\mathbf{T}_1^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ und $\mathbf{T}_2^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ nach (5.5-5) auf S. 58 erfolgen. Dabei ist auch die Kenntnis des lokalen Oberflächennormalenvektors $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ erforderlich, welchen man aus (5.5-15) auf S. 60 erhält, vgl. ebenfalls Anhang A. Die Koeffizienten für die Parameterzuschläge der Oberflächengrauwerte dG_i in den umliegenden Grauwertstützpunkten entsprechen den zugehörigen baryzentrischen Koordinaten, vgl. (5.2-9) auf S. 52 und auch Abb. 5-4 auf S. 50. In diesem Zusammenhang zeigt die ergänzend eingeführte Unterscheidung der baryzentrischen Koordinaten über die Tilden in (7.1-17) auf, an welchen Stellen sich ein Bezug auf baryzentrische Koordinaten $\tilde{t}_1^\circ, \tilde{t}_2^\circ$ von Subparameterdreiecken ergibt, falls eine Zerlegung der Geometrieparameterdreiecke in mehrere Grauwertsubdreiecke nach Kap. 5.6 vorgenommen wird. (Auch in Anhang A wird diese Unterscheidung konsequent mitgeführt.) Schließlich folgt der lokale Pseudonormalenvektor $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ in (7.1-17) aus (7.1-13).

Die strenge Berechnung der Koeffizienten der Geometrieparameter in (7.1-17) ist bereits beim Einsatz G^1 -stetiger Interpolanten äußerst rechenzeitintensiv. Ohne die Diskussion zur Wahl des Stetigkeitsgrades in Kap. 7.2.4 vorwegnehmen zu wollen, sei an dieser Stelle auf einige Vereinfachungen hingewiesen, wie sie für die Beispiele in Kap. 8 Verwendung finden und für großflächige Auswertungen z.Zt. wohl unerlässlich sind.

Geht man von einer mehrfachen, regelmäßigen quaternären Unterteilung G^1 -stetiger Geometrieparameterdreiecke in Grauwertsubdreiecke sowie einer nur G^0 -stetigen Grauwertinterpolation aus, erhält man außerordentlich einfache Approximationsformeln für die Koeffizienten der Verbesserungsgleichung (7.1-17), wie Anhang A.3 exemplarisch aufzeigt. Diese Zerlegung wird bereits in den Kap. 5.6 und 6.2.1 eingeführt und ist auch für die Strahlenschnittberechnung äußerst vorteilhaft, insbesondere wenn man sich auf den näherungsweise G^1 -stetigen geometrischen Interpolanten beschränkt, welcher sich aus nur G^0 -stetiger Interpolation in den Subdreiecken ergibt, vgl. Abb. 6-3 auf S. 72. Auch die Berechnung der Tangenten- und Normalenvektoren kann in diesem leicht modifizierten geometrischen Modell sehr effizient durchgeführt werden. Abgesehen von der Vorgabe der Stützpunktpositionen der Subdreiecke über Formel (5.5-14), S. 60, des G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten sind damit alle weiteren Operationen auf die Grundlage lediglich G^0 -stetiger Interpolation zurückgeführt worden. Dies bedeutet auf der einen Seite erhebliche Rechenzeiteinsparungen, auf der anderen Seite müssen aber auch die Vorteile des G^1 -stetigen Geometrieinterpolanten hinsichtlich eines günstigen Konvergenzverhaltens der Rekonstruktion insgesamt nicht aufgegeben werden.

Rekapitulierend seien hier abschließend noch einmal die organisatorischen Randbedingungen zusammengefaßt, unter denen die oben angegebene Verbesserungsgleichung im Rahmen des gesamten Rekonstruktionsablaufs zum Einsatz kommt, vgl. ergänzend Tab. 7-1. Neben den Grauwerten der digitalisierten Bilder werden Headerin-

Vorarbeiten:

- ➔ **Bereitstellung der Ausgangsdaten**
- ➔ **Bildpyramidenberechnung**
- ➔ **Festlegung einer Auswertstrategie**
- ➔ **Strategiekontrolle** durch Berechnung ausgewählter lokaler Objektraumfenster mit vollständigen Qualitätsmaßen

Ablauf der automatischen Rekonstruktion:

- ➔ **Initialisierung**
- ➔ **pro Pyramidenstufe:**
 - ➔ Startgeometrie global bereitstellen
 - ➔ Achterbaumstruktur im Objektraum initialisieren, Sichtbarkeitsinformation zwischen Bildern und Objektraumfenstern herstellen
- ➔ **pro Objektraumfenster:**
 - ➔ beteiligte Objektraumdaten bereitstellen, bei Bedarf: Elimination oder Hinzufügung von Stützpunkten, Laplace'sche Glättung
 - ➔ beteiligte Bildausschnitte samt Transformationsparametern bereitstellen
 - ➔ Schwerpunktszentrierungen
 - ➔ lokale, pixelgenaue Verdeckungsanalyse initialisieren
 - ➔ Geometriesubdreiecke bilden
 - ➔ Näherungswerte für Grauwertunbekannte und -anpassungskoeffizienten abschätzen
 - ➔ Gauß-Newton-Iteration (Linearisierung):
 - ➔ Sparse-Struktur der Normalgleichungen initialisieren
 - ➔ **pro Bild, pro Geometriedreieck, pro Grauwertdreieck:**
 - ➔ Wiederherstellung der Strahlenschnitte
 - ➔ Aufstellen der Verbesserungsgleichungen, sukzessive Summation der Normalgleichungselemente
 - ➔ Bestimmbarkeitskontrolle
 - ➔ Normalgleichungssystem durch Krümmungsgleichungen ergänzen
 - ➔ Iterative Normalgleichungslösung
 - ➔ $v^T P v$, Gewichtseinheitsfehler σ_0 direkt berechnen
 - ➔ Konvergenzkontrolle I
 - ➔ Parameterupdate
 - ➔ Residuenbilder berechnen
 - ➔ Fehlerrechnung, Konvergenzkontrolle II
 - ➔ Update der globalen Geometrie

Nachbearbeitung:

- ➔ **3D-Visualisierung** von Oberflächengeometrie und -grauwerten
- ➔ gegebenenfalls lokale, **interaktive Korrektur des Geometrieergebnisses**, unterstützt durch die Einbeziehung von Standardabweichungen und Residuenbildern

Tabelle 7-1: Vereinfachtes Ablaufdiagramm der 3D-Oberflächenrekonstruktion im Objektraum.

formationen über Bildformate, eventuelle Kompressionsverfahren, Aufnahmezeitpunkte, äußere Orientierungen der Bilder, innere Orientierungen samt Verzeichnung und Transformationsparameter für den geometrischen Bezug zwischen Pixelsystem und dem kamerafesten Bildkoordinatensystem als Ausgangsdaten vorausgesetzt.

Die Rekonstruktion wird auf der Basis eines sukzessive verfeinerten Mehrgitters im Objektraum durchgeführt, wobei bildraumseitig auf die Grauwerte $G'(x', y')$ der jeweils entsprechenden Bildpyramidenstufe zurückgegriffen wird, vgl. Kap. 2.1. Die sich aus dem neu eingeführten geometrischen Oberflächenmodell ergebenden Konsequenzen für die Prolongation zwischen den einzelnen Mehrgitterebenen werden in Kap. 4.4 diskutiert. Die Oberflächenrekonstruktion wird für jede Mehrgitterebene jeweils vollständig durchgeführt, bevor der Prolongationsschritt zum Übergang auf die nächst feinere Auflösungsstufe vorgenommen wird.

Die Steuerung der Rekonstruktion pro Mehrgitterebene erfolgt über den Objektraum. Das auszuwertende Gebiet im Objektraum wird über eine globale Oberflächentriangulation der Geometriestützpunkte repräsentiert und über eine Achterbaumstrategie in sich überlappende Berechnungsfenster unterteilt, welche separat bearbeitet bzw. ausgeglichen werden, vgl. Kap. 4.3 und 6.2.1. Ein Berechnungsfenster faßt wiederum zahlreiche Geometriefacetten zusammen, welche üblicherweise weiter in Grauwertsudreiecke unterteilt sind. Letztendlich werden die Grundgedanken des sog. Scanverfahrens nach [Kempa 1995] sinngemäß für die 3D-Modellierung erweitert. Während über eine objektraumorientierte Verdeckungsanalyse in einer Art Vorauswahl festgestellt wird, welche Bilder an einem Berechnungsfenster überhaupt beteiligt sein könnten, wird über ein bildraumorientiertes Verfahren zur Verdeckungsanalyse streng vorgegeben, welche Bildpixel einem bestimmten Geometrie- bzw. Grauwertdreieck zuzuordnen sind, vgl. Kap. 6.2.2. Damit liegen die an einer Verbesserungs-gleichung (7.1-17) beteiligten Geometrie- und Grauwertstützpunkte fest. Anschließend kann die bereits oben angesprochene Schnittberechnung für alle Pixel einer Grauwertfacette erfolgen.

Das Problem der Bereitstellung geeigneter geometrischer Startwerte stellt sich im wesentlichen für die oberste Bildpyramidenstufe bzw. das zugehörige, grob aufgelöste Mehrgitter im Objektraum. Je nach Aufgabenstellung werden in den Kap. 4.2 und 4.3 unterschiedliche Lösungsstrategien angeboten, welche stets in einer Oberflächenbeschreibung mit expliziter topologischer Struktur und weitgehend homogener Stützpunktdichte münden. Für die Beschaffung von Näherungswerten der Oberflächengrauwerte ist ein Resampling aus dem Bild vorzunehmen, dessen Aufnahme-richtung möglichst parallel zu den lokalen Oberflächennormalenvektoren verläuft. So haben die meist unvermeidlichen Approximationsfehler der geometrischen Startwerte lediglich einen geringen Einfluß. Nur bei sehr guten Näherungswerten für die Oberflächengeometrie kann zur gruppenweisen Ausgleichung der Grauwert-, Grauwertanpassungs- und Geometrieunbekannten nach [Weisensee 1992], [Tsay 1996] geraten werden. Die Abschätzung der Startwerte für die Grauwertanpassungskoeffizienten erfolgt nach [Weisensee 1992] über die summarische Zusammenfassung aller aus jeweils einem Bild an einem Berechnungsfenster beteiligten Pixelgrauwerte, z.B. über Mittelwert und Varianz der bildweisen Grauwertverteilungen.

Der zur Zeit realisierte Softwareprototyp läßt zahlreiche strategische Vorgaben zu. Abgesehen von den Grenzen des globalen Auswertgebietes und der Anzahl der zu durchlaufenden Mehrgitterebenen bzw. Bildpyramidenstufen werden diese Vorgaben in der Regel zunächst für die Originalauflösung der Bilddaten festgelegt. Ausgehend von Standardvorschlägen wird über die Parameter zur Bildung der Berechnungsfenster im Objektraum entschieden, also über Fensterausdehnung, Geometrie- und Grauwertfacettierung und die Größe der Überlappungsbereiche, vgl. hierzu auch Kap. 7.2.2. Auch die vorzunehmende Wahl der Regularisierungsstrategie sowie des Stetigkeitsgrades der Oberflächenmodelle wird im folgenden noch ausführlich behandelt, vgl. Kap. 7.2 und 7.2.4. Ferner ist vorzugeben, ob und welche Qualitätsmaße (Gewichtseinheitsfehler, Standardabweichungen, Residuenbilder) zu berechnen bzw. in die Rekonstruktion miteinzubeziehen sind und welche Endergebnisse (Oberflächengeometrie, -grauwerte) in welchem Format gespeichert werden sollen. Die Vorgabe von Abbruchkriterien für die iterativen Prozesse kann automatisch erfolgen. Ebenfalls automatisch erfolgt die Umrechnung der Vorgaben für alle übrigen Mehrgitterebenen, anschließend kann wieder eine manuelle Korrektur pro Mehrgitterebene vorgenommen werden. Dieses Prozedere hat sich als hilfreich erwiesen, um flexibel auf Zwänge durch die vorgegebene Computerhardware reagieren zu können, z.B. wenn nicht gleichzeitig auf die kompletten Bilddaten eines Projekts zugegriffen werden kann und die Berechnung der hochaufgelösten Mehrgitterebenen abschnittsweise erfolgen muß. Für die Diskussion und das Ergebnis einer interaktiven Nachbearbeitung am Beispiel *Walddorfhäslach* wird auf [Schlüter und Wrobel 1998] verwiesen.

7.2 Regularisierung und Facettierung

Die *a priori* Wahl von geeigneten Stützpunkt-Abständen im Objektraum sowohl für das Geometrie- als auch das Grauwertmodell (= Facettierung) erfolgt in der Regel projektbezogen. Dabei sind die Facettierungsparameter für die Oberflächengeometrie stets im Zusammenhang mit dem verwendeten Regularisierungsansatz zu sehen. Ebenso muß eine praxisorientierte Festlegung des jeweiligen Stetigkeitsgrades und damit des Polynomgrades der einzusetzenden Interpolanten erfolgen. Ferner wird generell eine möglichst feine Auflösung im Objektraum angestrebt, um auf diese Weise eine gute Approximation von Bruchkanten zu erhalten, ohne eine explizite Bruch-

kantenerkennung und -modellierung vornehmen zu müssen. Auf die erforderliche *a posteriori* Datenkompression der gewonnenen Oberflächendaten wird im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen, ein für die hier verwendete dreidimensionale Flächenmodellierung adäquates Datenreduktionsschema findet sich aber beispielsweise bei [Hamann 1994]. Die folgende Diskussion orientiert sich stets an der Originalauflösung der jeweils vorliegenden Bilder. Für die Daten gröber aufgelöster Bildpyramidenstufen reicht es im allgemeinen aus, auch die Facettierungsparameter im Objektraum mit einem gleichwertigen Faktor zu prolongieren. In Kapitel 7.2.3 werden Möglichkeiten und Grenzen einer an die lokalen Oberflächeneigenschaften angepaßten Facettierung diskutiert.

7.2.1 Glättungsgleichungen für die Oberflächengeometrie

Nach [Wrobel et al. 1992a] läßt sich die photogrammetrische Oberflächenrekonstruktion aufgrund ihres inversen Problemcharakters, vgl. [Bertero 1986], als schlecht gestelltes Problem im Sinne von Hadamard ([Tikhonov und Arsenin 1977]) einordnen. Um den Lösungsraum der sich über die linearisierte Grundbeziehung der Bildinversion ergebenden Gleichungen $\mathbf{v}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} - \mathbf{l}_1$ einzuschränken, werden für die gesuchten Geometrieparameter $\mathbf{x}_{Geo} \subset \mathbf{x}$ die stabilisierenden Regularisierungsgleichungen $\mathbf{v}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo} - \mathbf{c}$ angesetzt, vgl. Tab. 2-1 auf S. 15. Über die Regularisierungsgleichungen wird die zusätzliche Annahme einer gewissen Glattheit oder auch Ebenheit der gesuchten Oberfläche mit in den Schätzprozeß eingebracht. Diese Vorgehensweise ist ganz allgemein für Aufgaben der Oberflächenrekonstruktion gebräuchlich, vgl. z.B. [Grimson 1981], [Terzopoulos 1986] und [Terzopoulos 1988]. Ein übliches Maß für die Glattheit einer Oberfläche stellt

$$\|\mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo}\|_{cont.}^2 = \int_{\Phi} \int (Z_{XX}^2 + 2Z_{XY}^2 + Z_{YY}^2) dX dY \quad (7.2-1)$$

dar, vgl. [Besl 1988], welches in diskreter Approximation

$$\|\mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo}\|^2 = \sum_i \sum_j (D_{XX_{i,j}}^2 + 2D_{XY_{i,j}}^2 + D_{YY_{i,j}}^2) \quad (7.2-2)$$

auch im Rahmen des Facetten-Stereosehens zum Einsatz kommt, vgl. z.B. [Franeek und Müller 1990] und Tab. 2-1 auf S. 15. Damit erhält man den insgesamt im Rahmen der Schätzung nach kleinsten Quadraten zu minimierenden Term in der Formulierung einer *Tikhonov-Phillips-Regularisierung*, vgl. [Louis 1989], zu:

$$\|\mathbf{A}_1 \mathbf{x} - \mathbf{l}_1\|^2 + \lambda \|\mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo}\|^2 \longrightarrow \min. \quad (7.2-3)$$

Der Regularisierungsparameter λ kontrolliert den einzugehenden Kompromiß zwischen dem Grad der Regularisierung einerseits und der Konsistenz der Lösung bezüglich den ursprünglichen Beobachtungsdaten andererseits. Die über die diskrete Approximation von Gleichung (7.2-1) gewonnenen Pseudoverbesserungsgleichungen der Regularisierung werden aufgrund ihrer geometrischen Eigenschaften auch als Gleichungen zur Krümmungsminimierung bezeichnet. Gemäß dem Regularisierungsansatz nach (7.2-3) wird als Pseudobeobachtung zunächst stets der Wert Null für die Oberflächenkrümmung eingeführt. Damit ist das Gesamtergebnis stark von der Wahl des Regularisierungsparameters λ abhängig. Die Modellierung von Bruchkanten kann, je nach Größenordnung von λ , nur in mehr oder weniger stark geglätteter Annäherung erfolgen. Ergänzend sei an dieser Stelle erwähnt, daß natürlich auch mit einer Vergrößerung der Geometriefacetten eine ähnliche krümmungsreduzierende Wirkung erzielt wird. Die implizite Regularisierung über die Ausdehnung der Geometriefacetten ist also immer im Zusammenhang mit der expliziten Regularisierung zu betrachten, vgl. [Wrobel et al. 1992b].

Eine mögliche Strategie zur Überwindung der Bruchkantenproblematik kann in einer angepaßten, iterativen Regewichtung mit lokalen λ_i bestehen, vgl. z.B. die Übersicht in [Saint-Marc et al. 1989]. Beispiele für eine solche dynamische Gewichtung bezüglich der photogrammetrischen Rekonstruktion finden sich bei [Li 1989], [Heipke 1991], [Krzystek und Wild 1992] und [Zheng 1993]. Vielversprechender ist jedoch der Ansatz der sogenannten *adaptiven Regularisierung* nach [Wrobel et al. 1992b], weil hier die explizite Ebenheitshypothese der Oberfläche für die Regularisierung aufgegeben werden kann. Über die erweiterte Regularisierungsgleichung

$$\|\mathbf{A}_1 \mathbf{x} - \mathbf{l}_1\|^2 + \lambda \|\mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{Geo} - \mathbf{c}\|^2 \longrightarrow \min. \quad (7.2-4)$$

erhält man eine Alternative zur Krümmungsminimierung. Dabei steht \mathbf{c} für die aus der *a priori* vorliegenden Oberflächengeometrie gewonnenen, lokalen Krümmungswerte, welche im Iterationsverlauf ständig anzupassen sind. Man erhält eine insgesamt etwas abgeschwächte Form der Regularisierung, (theoretisch geht der Einfluß der adaptiven Regularisierung für eine gegen unendlich strebende Iterationszahl auf Null zurück), welche aber den Vorteil einer sehr weitgehenden Unabhängigkeit des Gesamtergebnisses von der expliziten Wahl des Regularisierungsfaktors λ bietet.

Der Ansatz der adaptiven Regularisierung erlaubt eine wesentlich günstigere Modellierung geometrischer Bruchkanten als die Krümmungsminimierung. Dieser Tatsache steht allerdings der Nachteil gegenüber, daß sich trotz Verwendung der adaptiven Regularisierung unter Umständen ein schlecht konditioniertes Normalgleichungssystem ergeben kann. [Tsay 1996] listet die möglichen Gründe auf, die sich prinzipiell aus Gleichung (7.1-17) ablesen lassen: zu feine Facettierung der Geometriefacetten, ungenügende Grauwertgradienten (hier $dG/ds \approx 0$ oder $dG/ds \approx \text{const.}$) oder ungenügende Startwerte für die Oberflächengrauwerte. Eine optimale Vorgehensweise zur Regularisierung ergibt sich daher aus einer Kombination von adaptiver Regularisierung und Krümmungsfizierung. [Wrobel et al. 1992b] lokalisieren daher zunächst instabile Geometriestützstellen, indem sie die Standardabweichungen der via adaptiver Regularisierung bestimmten Geometriestützpunkte zu der Genauigkeit ins Verhältnis setzen, welche sich allein aus den angesetzten Stabilisierungsgleichungen erwarten läßt. Für instabile Geometriestützstellen werden dann Krümmungsdaten aus der nächst höheren Mehrgitterstufe abgegriffen und festgehalten. Die alternativ von [Tsay 1996] vorgeschlagene Vorgehensweise ist prinzipiell ähnlich: Hier erfolgt die Analyse instabiler Stützstellen ausschließlich über die zugeordneten Normalgleichungselemente. Weisen diese auf eine schlechte Konditionierung hin, wird lokal auf die Ebenheitsbedingung der Krümmungsminimierung zurückgegriffen.

Die obige Diskussion macht deutlich, daß weniger die explizite Ausgestaltung der diskreten Approximationsformeln für das Integral über die *quadratische Variation* (7.2-1) ausschlaggebend für den Erfolg einer Regularisierungsstrategie ist, als vielmehr die Art und Weise, nach der eine solche Formel in den Rekonstruktionsprozeß eingebunden wird, vgl. wieder [Wrobel et al. 1992b]. In diesem Sinne werden nun die bisher im Rahmen der $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung verwendeten, diskreten Pseudoverbesserungsgleichungen der Regularisierung einer geometrischen Deutung unterzogen, um anschließend über den Weg der geometrischen Anschauung entsprechend einfache Gleichungen auch für die dreidimensionale Flächenmodellierung formulieren und begründen zu können. Die resultierenden Unterschiede im Regularisierungsansatz, je nach zweieinhalb- oder dreidimensionaler Vorgehensweise, werden im Hinblick auf das Rekonstruktionsergebnis für vernachlässigbar erachtet. Konsequenterweise wird auf ein analytisch strenges Herausarbeiten der bestehenden Unterschiede bewußt verzichtet. Stattdessen wird auf die Rekonstruktionsbeispiele in Kap. 8.1 verwiesen, welche die Austauschbarkeit der $2\frac{1}{2}$ D- gegenüber der 3D-Vorgehensweise für den Fall belegen, daß annähernd vertikale Flächen im Objektraum nicht auftreten. Insgesamt gesehen sollten sich somit die oben vorgestellten Konzepte der Krümmungsminimierung und auch der adaptiven Regularisierung sinngemäß auf die neu formulierten Gleichungen übertragen lassen. Für C^0 - und C^1 -stetige $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodelle mit den Stützwerten $Z_{i,j}$ auf der Basis eines regelmäßigen Quadratrasters werden bisher die folgenden diskreten Pseudoverbesserungsgleichungen eingesetzt, wobei hier vereinfachend von einem normierten Punktabstand $X_{i,j} - X_{i-1,j} = Y_{i,j} - Y_{i,j-1} = 1$ zwischen benachbarten Stützstellen ausgegangen wird:

$$D_{XX_{i,j}} + v_{XX_{i,j}} = dZ_{i-1,j} - 2dZ_{i,j} + dZ_{i+1,j} + \underbrace{(Z_{i-1,j}^{\circ} - 2Z_{i,j}^{\circ} + Z_{i+1,j}^{\circ})}_{D_{XX_{i,j}}^{\circ}}, \quad (7.2-5)$$

$$D_{YY_{i,j}} + v_{YY_{i,j}} = dZ_{i,j-1} - 2dZ_{i,j} + dZ_{i,j+1} + \underbrace{(Z_{i,j-1}^{\circ} - 2Z_{i,j}^{\circ} + Z_{i,j+1}^{\circ})}_{D_{YY_{i,j}}^{\circ}}, \quad (7.2-6)$$

$$D_{XY_{i,j}} + v_{XY_{i,j}} = dZ_{i,j} - dZ_{i+1,j} + dZ_{i+1,j+1} - dZ_{i,j+1} + \underbrace{(Z_{i,j}^{\circ} - Z_{i+1,j}^{\circ} + Z_{i+1,j+1}^{\circ} - Z_{i,j+1}^{\circ})}_{D_{XY_{i,j}}^{\circ} = 2S_Z^{\circ}}. \quad (7.2-7)$$

Für $D_{XX_{i,j}} = D_{YY_{i,j}} = D_{XY_{i,j}} = 0$ erhält man die Gleichungen der Regularisierung via Krümmungsminimierung, für $D_{XX_{i,j}} = D_{XX_{i,j}}^{\circ}$, $D_{YY_{i,j}} = D_{YY_{i,j}}^{\circ}$ und $D_{XY_{i,j}} = D_{XY_{i,j}}^{\circ}$ diejenigen der adaptiven Regularisierung, wobei die $D_{XX_{i,j}}^{\circ}$, $D_{YY_{i,j}}^{\circ}$ und $D_{XY_{i,j}}^{\circ}$ jeweils für die aktuellen, diskretisierten Krümmungswerte auf der Startfläche für den jeweiligen Iterationsschritt der Rekonstruktion stehen. Während [Franek und Müller 1990] mit der Beschränkung auf die Gleichungen (7.2-5) und (7.2-6) lediglich auf die Approximation der Oberflächenkrümmung in Richtung der Parameterlinien zurückgreifen, schlagen [Wrobel et al. 1992b] die ergänzende Einbeziehung von Gleichung (7.2-7) vor, welche der Approximation des gemischten Gliedes aus (7.2-1) entspricht. Praktische Untersuchungen bestätigen, daß die Art der Regularisierungsgleichung eher nachrangig ist: So läßt sich sowohl nur mit den Gleichungen (7.2-5), (7.2-6), nur mit Gleichung (7.2-7), als auch mit der Kombination aller drei Gleichungen bei entsprechend gleichwertiger Gewichtung ein im Rahmen der jeweils erreichbaren Genauigkeit übereinstimmendes Rekonstruktionsergebnis erzielen. Diese Tatsache wird im folgenden ausgenutzt, um über die geometrische Interpretation von (7.2-7) auf anschauliche Weise die erste von insgesamt zwei Regularisierungsvarianten für die allgemeine Flächenmodellierung im \mathbb{R}^3 zu gewinnen.

Die Regularisierung mittels (7.2-7) entspricht wegen $D_{XY_{i,j}} = 2S_Z$ der Minimierung des zentralen, vertikalen Abstandes S_Z der beiden diagonalen Geradenstücke, welche durch die vier Stützpunkte einer quadratischen

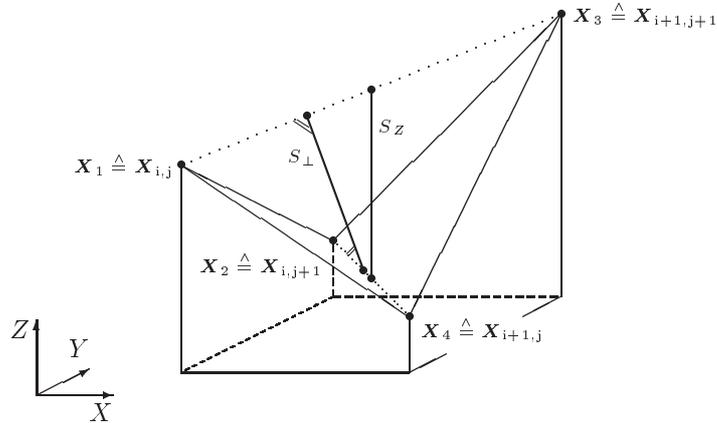


Abbildung 7-5: Zur Ebenheitsbedingung für ein geometrisches Quadratrasterelement

Facette aufgespannt werden, vgl. Abb. 7-5. Dabei wird für diese vier Stützpunkte neben den Quadratrasterindizes i, j auch eine durchlaufende Stützpunktnumerierung eingeführt, um den Übergang auf eine Dreiecksrepräsentation der Fläche vorzubereiten. Verläuft die Oberfläche in grober Näherung horizontal, so ist die Regularisierung via S_Z weitgehend äquivalent zu einer Regularisierung über den minimalen Abstands S_{\perp} der beiden diagonalen Raumgeraden, vgl. wiederum Abb. 7-5. Die Raumstrecke S_{\perp} berechnet sich für Stützpunkte $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_i^{\circ} + dn_i / \mathbf{N}_i^{\circ}$ im \mathbb{R}^3 entsprechend dem Abstand zweier windschiefer Geraden nach [Bronštejn und Semendjajew 1985] über:

$$S_{\perp} = \frac{(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \cdot ((\mathbf{X}_3 - \mathbf{X}_1) \times (\mathbf{X}_4 - \mathbf{X}_2))}{|(\mathbf{X}_3 - \mathbf{X}_1) \times (\mathbf{X}_4 - \mathbf{X}_2)|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 & Y_4 \\ Z_1 & Z_2 & Z_3 & Z_4 \end{vmatrix}}{|(\mathbf{X}_3 - \mathbf{X}_2) \times (\mathbf{X}_4 - \mathbf{X}_1)|} \quad (7.2-8)$$

Die Umformung in die Determinantenschreibweise auf der rechten Seite von Gleichung (7.2-8) zeigt die zu erwartende Symmetrieeigenschaft der Beziehung gegenüber einer Ummumerierung der beteiligten Stützpunkte \mathbf{X}_i auf.

Die Minimierung von S_{\perp} anstelle von S_Z bietet eine alternative Möglichkeit zur Regularisierung. Dabei ist dieser neue Ansatz unabhängig von der Lage des lokalen Flächenstücks zum global definierten Referenzkoordinatensystem. Die prinzipielle Eignung für die 3D-Flächenmodellierung liegt also vor. Es werden weitere vereinfachende Annahmen getroffen. Die Regularisierungsgleichung wird für ein lokales Koordinatensystem formuliert, dessen Parameterebene in etwa einer mittleren lokalen Flächentangentialebene entspricht. Damit stehen auch die lokalen Normalenvektoren \mathbf{N}_i° in den vier zu betrachtenden Stützpunkten in etwa senkrecht auf der lokalen Parameterebene. Gleichung (7.2-7) läßt sich unter diesen Annahmen bezüglich des lokalen Koordinatensystems für Parameterzuschläge dn_i in Richtung der Normalenvektoren in den Stützpunkten in die folgende Form überführen:

$$S_{\perp} + v_{S_{\perp}} = \frac{1}{2} (dn_1 - dn_2 + dn_3 - dn_4) + S_{\perp}^{\circ} \quad (7.2-9)$$

wobei S_{\perp}° für die aus den approximativ vorliegenden Stützpunkten resultierende Raumstrecke nach (7.2-8) steht. Wie oben diskutiert, ist die Pseudobeobachtung S_{\perp} entsprechend der geforderten Regularisierungsvariante festzulegen, [Wrobel et al. 1992b]. Für jeweils zwei benachbarte Parameterdreiecke ist eine Regularisierungsgleichung anzusetzen, wobei die oben angegebene Stützpunktnumerierung stets als unlaufende Numerierung der vier beteiligten Stützpunkte zu verstehen ist, vgl. die beiden markierten Dreiecke in Abb. 7-6(a). Wie aus Abb. 7-6(a) weiterhin zu ersehen ist, entspricht die Anzahl der anzusetzenden Regularisierungsgleichungen der Anzahl der Dreiecksinnenkanten der jeweiligen Triangulation – man kann daher von einer *innenkantenweisen* Regularisierung sprechen. Werden in der Dreiecksliste der Triangulation die Zeiger auf die jeweiligen Nachbardreiecke explizit mitgeführt, vgl. beispielsweise [Joe 1991c], so ist die Möglichkeit zur effizienten Ergänzung des ursprünglichen Normalgleichungssystems der photogrammetrischen Rekonstruktion um die Koeffizienten der Regularisierung gewährleistet.

Im praktischen Einsatz bei der Rekonstruktion mit einer $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung hat sich der Einsatz der Regularisierungsgleichungen nach (7.2-5), (7.2-6) insbesondere dann durchgesetzt, wenn mit einer möglichst hochaufgelösten Geometriefacettierung gearbeitet wird, vgl. [Schlüter und Wrobel 1996]. Die gegenüber der Vorgehensweise nur nach (7.2-7) etwas ausgedehntere Punktnachbarschaft, welche für die Regularisierung in

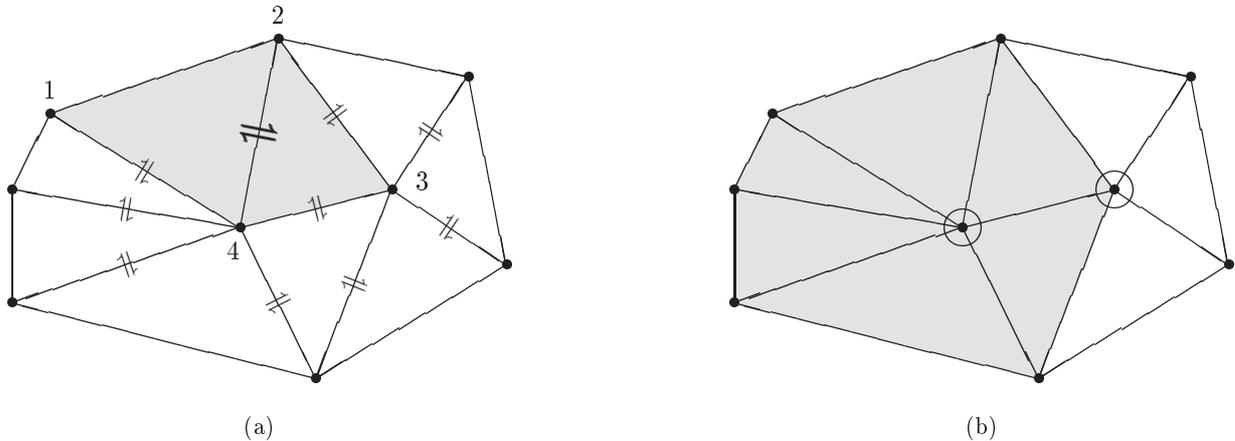


Abbildung 7-6: Regularisierung für Dreiecksfacetten im \mathbb{R}^3 . (a): Innenkantenweise Regularisierung über die Ebenheitsbedingung zweier benachbarter Dreiecke (grau hinterlegt). Die Doppelhaken markieren sämtliche Geometriefacettenpaare, für die jeweils eine Regularisierungsgleichung nach Formel (7.2-8) anzusetzen ist. (b): Stützpunktweise Regularisierung über die Approximation der mittleren Krümmung in einem Stützpunkt (grau hinterlegt). Die großen Kreise markieren sämtliche Geometriestützpunkte, für die jeweils eine Regularisierungsgleichung nach Formel (7.2-10) aufgestellt wird. Für Randpunkte wird keine Regularisierungsgleichung angesetzt.

Betracht gezogen wird, kann sich insbesondere bei sehr feiner Facettierung im Einzelfall positiv auswirken. Eine direkte Übertragung dieses Ansatzes auf die Modellierung im \mathbb{R}^3 ist nicht möglich, da nicht über globale Parameterlinien verfügt werden kann. Man kann aber eine vergleichbare Wirkungsweise erzielen, indem man in einem Stützpunkt jeweils eine Regularisierungsgleichung für seine gesamte Nachbarschaft ansetzt. Wieder wird vereinfachend davon ausgegangen, daß die Normalenvektoren \mathbf{N}_j° der Stützpunkte \mathbf{X}_j in direkter Nachbarschaft des zentralen Stützpunkts \mathbf{X}_i in etwa parallel zu \mathbf{N}_i° sind. Mit der folgenden Gleichung wird das Verhalten der vertikalen Abstände der Nachbarpunkte zur lokalen Tangentialebene im Stützpunkt \mathbf{X}_i gesteuert:

$$D_i + v_i = -m \, dn_i + \underbrace{\sum_{j=1}^m dn_j + \sum_{j=1}^m (\mathbf{N}_j^\circ \cdot \mathbf{X}_j - \mathbf{N}_i^\circ \cdot \mathbf{X}_i)}_{D_i^\circ} \quad (7.2-10)$$

wobei über die Anzahl m der zum Stützpunkt \mathbf{X}_i direkt benachbarten Geometriestützpunkte summiert wird, vgl. Abb. 7-6(b). Im Unterschied zu den Gleichungen (7.2-5), (7.2-6) geht also die Richtungsabhängigkeit bezüglich der Flächenparameter verloren, ansonsten ist die geometrische Wirkung von (7.2-10) der summarischen Wirkung von (7.2-5) und (7.2-6) direkt vergleichbar. (Zur Probe gehe man einmal davon aus, daß sich durch die Triangulation in der direkten Nachbarschaft von \mathbf{X}_i die Stützpunktverteilung des Quadratrasters einstelle.)

Für eine homogene Stützpunktverteilung und weitgehend konstante Stützpunktabstände entspricht D_i einer Approximation der mittleren Krümmung im Punkt \mathbf{X}_i . [Fua und Leclerc 1995] schlagen diesen Regularisierungsansatz für die Anwendung bezüglich einer streng hexagonalen Stützpunktvermaschung mit konstanten Punktabständen in der Parameterebene vor. Obwohl diese Voraussetzungen hier nie streng vorliegen, erübrigt sich normalerweise die Einbeziehung der expliziten Punktabstände und Dreiecksformen, solange grundsätzlich mit geometrisch homogen verteilten Stützpunkten und einer adäquaten Triangulation nach dem *Delaunay*-Kriterium gearbeitet wird. Bei einer adaptiven Wahl von Stützpunktlagen, welche sich an lokalen Oberflächenmerkmalen orientiert und damit grundsätzlich nicht homogen verteilte Stützpunkte anstrebt, vgl. Kap. 7.2.3, ist die Regularisierung in der vorgestellten Form nicht zu verwenden, sondern muß sich an der gewählten Strategie zur Wahl der Stützpunktpositionen orientieren.

Für eine weitgehend homogene Verteilung und Dichte der Geometriestützpunkte liegen damit die erforderlichen Gleichungen vor, um die Verfahren der Regularisierung über Krümmungsminimierung sowie auch der adaptiven Regularisierung für die 3D-Flächenmodellierung sinngemäß einsetzen zu können. Die Gültigkeit dieser Aussage wird in Kap. 8.1 am Beispiel verifiziert.

7.2.2 Wahl der Facettierungsparameter für Oberflächengrauwerte und -geometrie

Um zu einer Faustregel für die Festlegung der Facettierungsparameter der Oberflächengrauwerte zu gelangen, sei vorab ein kurzes Gedankenexperiment durchgeführt, bei dem Interpolationsfunktion und Stützpunktabstand in unzulässiger Approximation zu einer ungenügenden Modellierung führen. Ganz allgemein erfordert

die Oberflächenrekonstruktion im Objektraum für den geometrischen Strahlenschnitt die lokale Herstellung der Korrespondenzbedingung (6.1-6), S. 69 zwischen den Grauwerten im Bild- und Objektraum unter Einbeziehung von $n \geq 2$ Bildern (Stereokorrespondenz). Sie kann also nur gelingen, wenn die Oberflächengrauwerte im Objektraum an jedem Ort durch Grauwertbeobachtungen aus mindestens 2 Bildern gleichermaßen bestimmt werden. Als Interpolationsfunktion sei nun eine Nächst-Nachbar-Interpolation gewählt. Weiterhin sei als Stützpunktintervall die halbe Pixelbreite der vorliegenden Bilder gewählt. Bei Verwendung von zwei Bildern ist nun der Fall denkbar, daß jede zweite Stützstelle im Objektraum nur über genau ein Bild bestimmt wird. Die Beschreibung der Oberflächengrauwerte im Objektraum kommt also zustande, ohne daß die beiden zugrundeliegenden Bilder in Beziehung treten. Auf diese Weise ist die simultane Rekonstruktion der Oberflächengeometrie aber grundsätzlich nicht möglich.

Unterabtastung in Verbindung mit einer die Sinc-Funktion nur ungenügend approximierenden Interpolationsfunktion kann also ein gutes Rekonstruktionsergebnis verhindern. [Weisensee 1992] gibt bei Verwendung von genau zwei Bildern

$$1 \leq n_{OGw} \leq n_{Geo} \quad (7.2-11)$$

als theoretische Minimalkonfiguration für die Anzahl n_{OGw}^2 der Pixel pro Oberflächengrauwertfacette und n_{Geo}^2 pro Geometriefacette an. Die Untersuchungen von [Wrobel und Müller 1990] zur optimalen Festlegung von n_{OGw} zeigen, daß sich sowohl für einen C^0 - als auch einen C^1 -stetigen Interpolanten ein Verhältnis von $n_{OGw}^2 = 2 \times 2$ Pixel empfiehlt, um unabhängig von der jeweiligen Lage der Positionen der Pixel im Bildraum gegenüber den Stützstellen im Objektraum eine stabile und genaue Interpolation zu erreichen. Eine weitere Erhöhung von n_{OGw} kommt einer zusätzlichen Tiefpaßfilterung der Oberflächengrauwerte gleich – ähnlich wie sie bereits für den Bildentstehungsprozeß in Kap. 6.1 beschrieben wurde. Der Beitrag hochfrequenter Signale für die Stereokorrespondenz wird unterdrückt. Da die zu erreichende Genauigkeit des Gesamtergebnisses prinzipiell stark von einer möglichst korrekten Modellierung der hohen Signalfrequenzen abhängt, vgl. hierzu bereits die Simulationsstudie von [Korten et al. 1988], kann diese zusätzliche Tiefpaßfilterung das Gesamtergebnis künstlich verschlechtern. Die Wahl von $n_{OGw} \gg 2$ sollte nur dann erfolgen, wenn ein außergewöhnlich hoher Rauschanteil oder auch ein hoher Anteil systematischer Fehler der Bildgrauwerte, wie die Einflüsse von Staub und Härchen beim Scannen, eine zusätzliche Filterung erfordern.

Prinzipiell besteht die Möglichkeit, die bei Verwendung von mehr als zwei Bildern vorhandene höhere Redundanz für eine Steigerung der Auflösung einzusetzen. Bezüglich der Grauwertfacettierung verliert man dann allerdings auch wieder die in Kap. 2.2 angesprochenen, günstigen Eigenschaften der Fehlerelimination durch den Mehrbildeinsatz. Nach der Grundregel, daß fehlerhaft rekonstruierte Objektgrauwerte immer eine ebenso fehlerbehaftete Bildzuordnung erwarten lassen, was zu einer schlechten Qualität der resultierenden Geometrie führt, wurde bei den flächenhaft ausgedehnten, praktischen Beispielen in dieser Arbeit auf eine Facettierung von $n_{OGw} \ll 2$ verzichtet, obwohl in der Regel simultan mit drei bis sechs Bildern gearbeitet wurde. Diese Vorgehensweise wirkt sich grundsätzlich positiv auf die Robustheit des Gesamtverfahrens aus.

Mit der Faustregel $n_{OGw} \approx 2$ für die Auswertung kompletter Modellbereiche wurden bisher durchweg positive Erfahrungen bezüglich praktischer Anwendungen gemacht, vgl. die in Kap. 2 angegebenen Rekonstruktionsergebnisse. Dies trifft sowohl auf den Datensatz *Walddorfhäslach* zu, mit einem durchschnittlichen Rauschanteil der digitalisierten Luftbilder von $\sigma_0 \approx \pm 6$ Graustufen, als auch für die Bilder *Marguerite Bay* mit einem hohen Rauschanteil von $\sigma_0 \approx \pm 10$ Graustufen, vgl. [Schlüter und Wrobel 1996], [Wrobel und Schlüter 1997].

Im Hinblick auf die Rekonstruktionsergebnisse auf der Basis von Dreiecksvermaschungen sei darauf hingewiesen, daß generell möglichst gleichseitige Dreiecke angestrebt werden. n_{OGw} darf dann nicht mehr in Bezug auf eine Facettenkantenlänge interpretiert werden, sondern n_{OGw}^2 ist stets in Beziehung zur mittleren Dreiecksfläche zu sehen.

Die von [Tsay 1996] angegebene und wohl höchstmögliche Auflösung am Boden von $n_{OGw} = n_{Geo} = 2$ wird im Rahmen dieser Arbeit nicht angestrebt. In der Regel wird für die Geometriefacettierung $n_{Geo} = 8$ gewählt, um eventuelle Überparametrisierungsprobleme generell zu vermeiden. Die implizite Regularisierungswirkung von Geometriefacetten in dieser mittleren Größenordnung vereinfacht darüber hinaus die globale *a priori* Festlegung der Gewichte für die zusätzlichen Gleichungen der Krümmungsminimierung. Obwohl die Auflösung der Geometriefacetten einen ganz wesentlichen Faktor für die zu erwartende Rechenzeit darstellt, sollte von einer weiteren Vergrößerung der Geometriefacettierung in der Regel Abstand genommen werden. Denn werden die geometrischen Rekonstruktionsergebnisse durch zu grobe Auflösung künstlich verschlechtert, so leidet darunter gleichzeitig auch die Rekonstruktion der Oberflächengrauwerte – dies ist insbesondere in der Umgebung von Bruchkanten zu erwarten. Die Facettierungen von Oberflächengeometrie und -grauwerten sollten also auch nicht zu weit auseinanderklaffen. Adaptive Facettierungsstrategien für die Oberflächengeometrie lassen optimale Resultate sowohl hinsichtlich der Rechenzeit als auch der Ergebnisqualität erwarten. Ihnen ist der folgende Abschnitt gewidmet.

7.2.3 Adaptive Facettierung der Oberflächengeometrie

Bisher wurde von einer Oberflächenrepräsentation mit weitgehend homogenen, hochaufgelösten Stützpunktabständen ausgegangen. Dabei sind ergänzend Ansätze zur Regularisierung vorgestellt worden, die im wesentlichen der Überbrückung von Gebieten mit texturarmen Oberflächengrauwerten dienen. Der Gedanke liegt nahe, eine an die jeweiligen lokalen Frequenzeigenschaften der Oberflächengrauwerte angepaßte Stützpunktpositionierung der Geometriebeschreibung vorzunehmen. Für texturarme Gebiete ist prinzipiell nur eine geringere Stützpunktdichte der geometrischen Oberflächenbeschreibung bestimmbar und oft auch ausreichend, während für stärker texturierte Bereiche ein entsprechend hochfrequentes Erfassen der geometrischen Beschreibung möglich ist. Im Idealfall könnte eine adäquate adaptive Stützpunktverteilung die Verwendung der zusätzlichen Pseudoverbesserungsgleichungen der Regularisierung hinfällig machen. Diese grundsätzliche Möglichkeit der impliziten Regularisierung wurde bereits in Kap. 7.2.1 angesprochen. Weitere mögliche Informationsquellen für die Wahl einer angepaßten Stützpunktdichte könnten die bis dato rekonstruierte Oberflächenbeschreibung selbst sein, oder aber auch alternative Indikatoren, wie die Pseudoverbesserungen der Regularisierungsgleichungen.

Die Entwicklung von Methoden zur adaptiven Wahl von Stützpunktpositionen aus den vorab bestimmten *geometrischen* Rekonstruktionsergebnissen im Objektraum wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht verfolgt. Um aber die grundlegende Problematik im Zusammenhang mit der dreiecksbasierten Modellierung offenzulegen, werden hier Möglichkeiten zur Stützpunktlagenwahl aufgrund der lokalen Grauwerttextur diskutiert. Der Einfachheit halber werden diese Experimente nur im Bildraum durchgeführt. Für den Fall der $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung lassen sich die verwendeten Algorithmen natürlich auch direkt auf das während einer bestimmten Phase der Rekonstruktion aktuell vorliegende rekonstruierte Orthobild ansetzen. Im Gegensatz dazu wäre für die dreidimensionale Flächenmodellierung eine explizite Anpassung an die Modellierung im Objektraum erforderlich, da die Oberflächengrauwerte nicht mehr global als zweidimensionales Bild zur Verfügung stehen.

Die prinzipielle Vorgehensweise entspricht der Erzeugung eines unregelmäßigen, datenangepaßten Netzwerks von Dreiecken (*triangular irregular network* = *TIN*), wobei in der Literatur stets von der Vorgabe zweidimensionaler Rasterdaten ausgegangen wird. Entsprechende Algorithmen sind in erster Linie für die Repräsentation geometrischer Daten konzipiert worden, also für Digitale Höhenmodelle oder Tiefenbilder, nur vereinzelt werden ergänzend Beispiele für optische Bilddaten gegeben. Man kann drei Grundtypen unterscheiden: Eine relativ große Gruppe von Verfahren erzeugt zunächst möglichst günstige Stützpunktpositionen und eventuell auch ergänzende Zwangskanten. Erst abschließend wird eine Triangulation dieser Punkte durchgeführt, vgl. z.B. [Wu und Mohr 1991] und die Übersicht in [Lee 1991]. Die beiden anderen Gruppen betrachten die Generierung der Stützpunktpositionen und die Triangulation nicht mehr getrennt voneinander. [Lee 1991] geht von einer Triangulation aller möglichen Stützpunktpositionen der vorgegebenen Rasterdaten aus. Diese Triangulation wird dann sukzessive ausgedünnt, was einen vergleichsweise hohen Aufwand an Rechenleistung erfordert. Ansonsten wird der sukzessive Aufbau der unregelmäßigen, datenangepaßten Triangulation aus wenigen, großen Startdreiecken bevorzugt. In diesem Sinne haben z.B. [Scarlatos und Pavlidis 1992] und [De Florian und Puppò 1995] heuristisch-hierarchische Teilungsstrategien entwickelt und eingesetzt.

Die adaptive Wahl von Stützpunktpositionen für die photogrammetrische Rekonstruktion muß spezielle Anforderungen an die resultierenden Dreiecksformen berücksichtigen. Insbesondere im Hinblick auf die Vorgehensweise bei den Gauß-Newton-Iterationen bezüglich einer Mehrgitterebene sind sehr schmale, längliche Parameterdreiecke für die Geometrierepräsentation inakzeptabel, denn dann können schon geringfügige Lageänderungen der Oberfläche immer wieder die Notwendigkeit zur Retriangulation nach sich ziehen, vgl. Kap. 7.1. Selbst bei Verwendung des optimalen *Delaunay*-Kriteriums für die Triangulation bleiben die resultierenden Dreiecksformen davon abhängig, in welcher Größenordnung die lokale Stützpunktdichte variiert. Abb. 7-7 stellt diese Problematik schematisiert dar: Günstige Dreiecksformen können nur erzielt werden, wenn sich die Stützpunktdichte lokal nicht abrupt ändert. Geometrisch günstige Dreiecksformen lassen sich also grundsätzlich nur für kontinuierlich variierende Stützpunktdichten erzeugen. Bei der Bildung adaptiver Facettierungen für die photogrammetrische Rekonstruktion muß diese Bedingung von vornherein miteinbezogen werden, z.B. durch die Beschränkung des Lösungsraumes auf eine fest vorgegebene Bandbreite möglicher Stützpunktabstände.

In Abb. 7-8 werden die Ergebnisse von drei möglichen Wegen zu einer adaptiven Geometriefacettierung einander gegenübergestellt, vgl. [Friehl 1996]. Dabei erfolgt die Bildung der Dreiecke auf der Basis der Grauwertinformation eines Bildausschnitts mit $512 \times 512 = 262\,144$ Pixelelementen. Der Bildausschnitt entstammt dem Datensatz *Walddorfhäslach*, vgl. Tab. 2-3 auf S. 17. Alle drei Verfahren beruhen auf dem Prinzip der sukzessiven Dreiecksteilung. Da für die Ergebnisse in den Spalten (b) und (c) auf zweistufige Lösungsansätze zurückgegriffen wird, werden in den oberen Abb. 7-8(a.1) bis (c.1) Zwischenergebnisse für eine Stützpunktanzahl von $n_P \approx 300$ dargestellt. Aus Gründen der Vergleichbarkeit der Ergebnisse wird auch für die Endergebnisse eine einheitliche Stützpunktanzahl angestrebt, bezüglich der Abb. 7-8(a.2) bis (c.2) gilt $n_P \approx 3500$.

Unter der Strichzeichnung mit den resultierenden Stützpunkten samt der jeweils zugehörigen Triangulation wird in einem zweiten Bild jeweils die Grauwertdarstellung gezeigt, welche sich bei Beschränkung auf die dar-

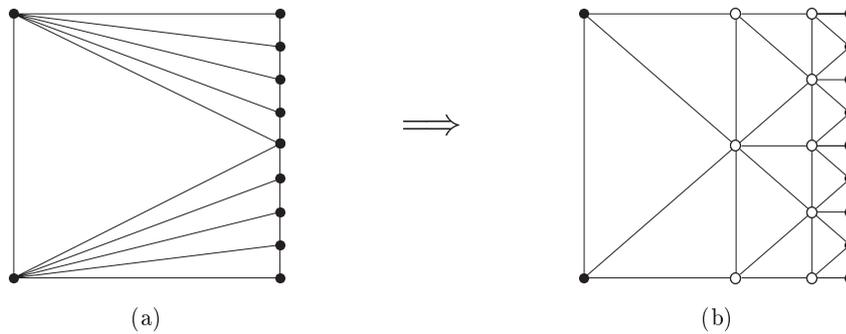


Abbildung 7-7: Dreiecksformen der Delaunay-Triangulation in Abhängigkeit von lokalen Änderungen der Stützpunktdichte. (a): Abrupt variierende Stützpunktdichte. (b): Kontinuierlich variierende Stützpunktdichte durch die Ergänzung neuer Stützpunkte (o).

gestellten Stützpunkte unter Verwendung eines linearen, G^0 -stetigen Dreiecksinterpolanten ergibt. Die neuen Grauwerte in den Stützpunkten werden über eine vermittelnde Ausgleichung bestimmt, in die sämtliche Grauwerte des Ausgangsbildes als Beobachtungen eingehen. Dieser Berechnungsschritt entspricht weitgehend der Vorgehensweise nach dem Ansatz des Facetten-Stereosehens, für den Fall, daß im Rahmen einer gruppenweisen Ausgleichung nur die Oberflächengrauwerte geschätzt werden, vgl. [Weisensee 1992]. Der jeweils resultierende Gewichtseinheitsfehler σ_0 in Graustufen wird in den Abb. 7-8 als Qualitätsmaß zum Vergleich der Facettierungsergebnisse mit einheitlicher Stützpunktanzahl angegeben.

Zu den dargestellten Verfahren im einzelnen: 7-8(a.1) zeigt das Zwischenergebnis über den Weg einer heuristisch-hierarchischen Teilungsstrategie, wobei hier der Algorithmus nach [Scarlatos und Pavlidis 1992] eingesetzt wurde. Von zwei globalen Startdreiecken ausgehend sind neben einer rein ternären oder quaternären Teilungsstrategie alle in Abb. 4-10(c) auf S. 45 dargestellten Teilungsvarianten definiert. Sukzessive wird stets die den meisten Erfolg versprechende Stützpunktwahl in Verbindung mit der entsprechenden Teilung durchgeführt, wobei eine Kanteinteilung natürlich jeweils adäquate Operationen in beiden angrenzenden Nachbardreiecken erfordert. Zugunsten der entstehenden datenabhängigen Triangulation wird bewußt auf die Charakteristika einer Delaunay-Triangulation verzichtet. Obwohl die eingesetzte Heuristik nach [Scarlatos und Pavlidis 1992] prinzipiell auch lang und schmal geformte Dreiecke vermeiden soll, gelingt dies bereits für das Zwischenergebnis in 7-8(a.1) deutlich erkennbar nicht. Die endgültig resultierende Facettierung in 7-8(a.2) ist für die photogrammetrische Rekonstruktion nicht geeignet.

Natürlich könnte man bereits mit geringfügigen Modifikationen des Ansatzes der Vermeidung ungünstiger Dreiecksformen noch etwas näher kommen, z.B. durch Verschmelzung einiger besonders nah benachbarter Stützpunkte und anschließender Delaunay-Triangulation, was in etwa den Vorschlägen von [De Floriani 1989] entspricht. Mit der hier gewählten Vorgehensweise wird also die in Abb. 7-7 schematisiert dargestellte Problematik bewußt ein wenig überzeichnet, um sie so deutlich herauszustellen.

Um von vornherein das Problem übermäßig langer Dreiecksanten zu vermeiden, wird bei dem zweiten vorgestellten Ansatz in einer ersten Stufe von einer streng regelmäßigen Punktverteilung ausgegangen, vgl. 7-8(b.1). Damit ist bereits die maximale Länge einer Dreiecksante der endgültigen Facettierung in Abb. 7-8(b.2) definiert. Auf dieser Vorgabe aufbauend wird anschließend wieder die heuristisch-hierarchische Teilungsstrategie eingesetzt, wobei die Festsetzung einer minimalen Kantenlänge als Abbruchkriterium fungiert. Über diese einfache Strategie gelingt es, eine feste Bandbreite für die resultierenden Dreiecksantennlängen und damit auch für die möglichen resultierenden Dreiecksformen einzuhalten.

Der Vergleich der Grauwertdarstellungen in Abb. 7-8(a.1) mit Abb. 7-8(b.1) sowie der zugehörigen Werte von σ_0 macht deutlich, daß bei Einhaltung der Forderung nach streng regelmäßig geformten Dreiecken die ursprünglichen Bilddaten nur in wesentlich geringerer Qualität approximiert werden können. Um diesen Unterschied etwas abzumildern, werden in einer dritten Variante zunächst Stützpunkte nach einem Interesskriterium ausgewählt, vgl. Abb. 7-8(c.1). Diese Verfahrensweise entspricht den in [Lee 1991] diskutierten Filtermethoden. Eine anschließende Punktverdichtungsstrategie garantiert eine sich lokal nur kontinuierlich verändernde Stützpunktdichte. Abb. 7-8(c.1) kontrastiert zu Abb. 7-8(a.1), denn die adaptive Stützpunktwahl ist visuell kaum mehr nachvollziehbar. Dementsprechend ist aber auch die Approximationsqualität nur verschwindend günstiger als bei der regelmäßigen Vermaschung in Abb. 7-8(b.1), obwohl der visuelle Eindruck eine tendenziell bessere Approximation der dominierenden Grauwertanten zu vermitteln scheint. Die resultierenden Unterschiede der endgültigen Feinvermaschungen in 7-8(b.2) und 7-8(c.2) haben dagegen einen eher zufälligen Charakter in Abhängigkeit von der verwendeten Heuristik. Insgesamt erscheint die Stützpunktwahl nach dem Interesskriterium als wenig lohnend.

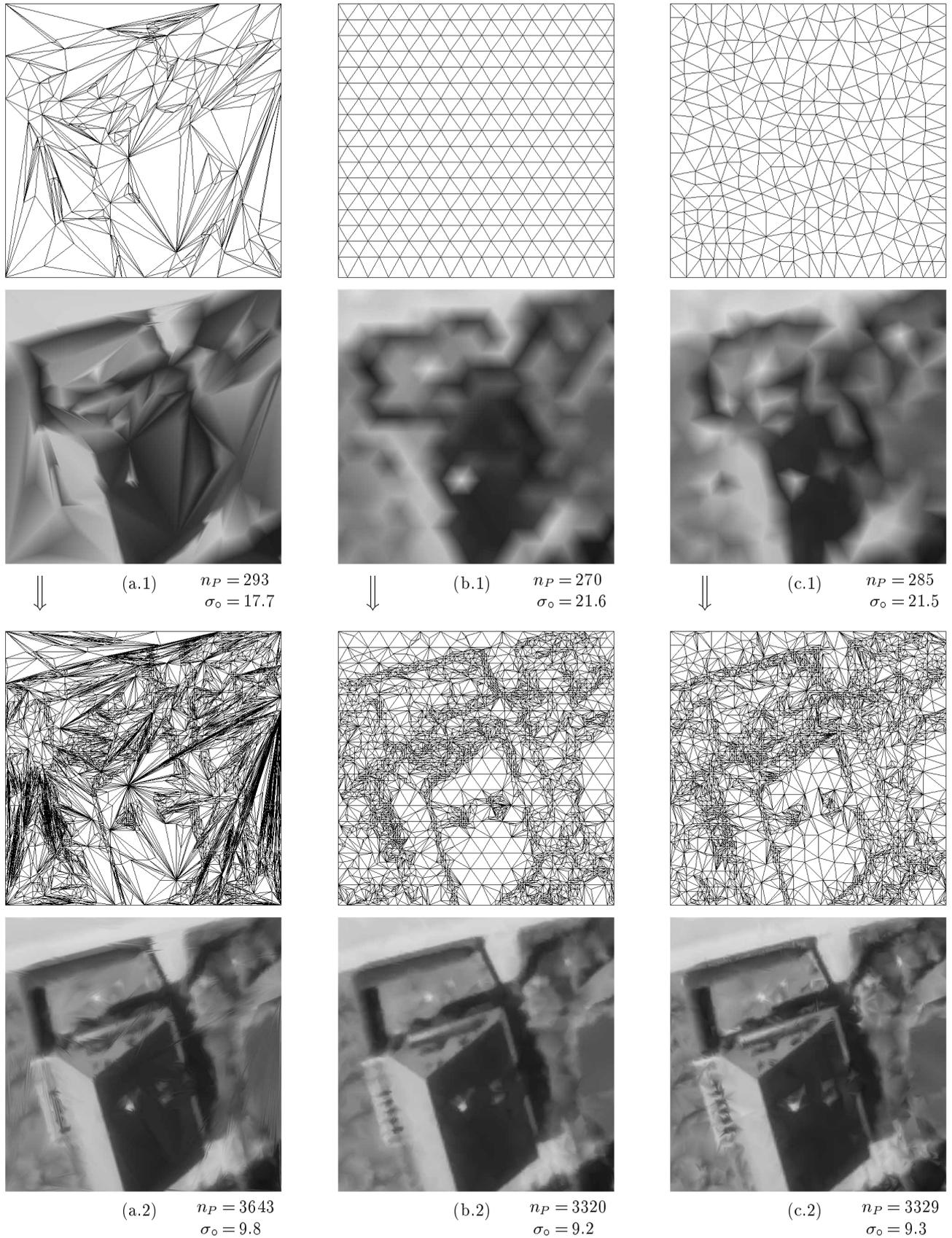


Abbildung 7-8: Adaptive Facettierung für die Oberflächengometrie, vgl. [Frieht 1996]. (a.1): Zwischenergebnis einer heuristisch-hierarchischen Dreiecksbildung, (b.1): regelmäßige Vermaschung als Vorstufe, (c.1): Stützpunktwahl über ein Interstkriterium als Vorstufe. (a.2) bis (c.2): Endergebnisse nach heuristisch-hierarchischer Dreiecksbildung aus (a.1) bis (c.1). n_P : Stützpunktanzahl; σ_o : Gewichtseinheitsfehler in Graustufen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß trotz der aufgezeigten Widersprüche zwischen den Forderungen nach optimalen Stützpunktpositionen einerseits und nach optimalen Dreiecksformen andererseits durchaus Wege zu gangbaren Kompromissen bestehen, wie die Ergebnisse in Abb. 7-8(b.2) und 7-8(c.2) belegen.

Als Fazit bleibt, daß die in dieser Arbeit erprobten Verfahren zur Bildung adaptiver Vermaschungen für die Geometriefacettierung noch nicht die Reife erlangt haben, daß sie die Regularisierung bei der dreidimensionalen Vorgehensweise der photogrammetrischen Rekonstruktion ersetzen könnten. Sie werden daher bei den praktischen Experimenten in Kap. 8 nicht eingesetzt. Trotzdem konnten die Rahmenbedingungen möglicher Lösungsansätze zur adaptiven Facettierung – aus einer geometrischen Sichtweise heraus – klar abgesteckt werden. Die vorgeschlagenen Methoden erscheinen auch für den Einsatz im Zusammenhang mit $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellen als vielversprechend.

7.2.4 Wahl des Stetigkeitsgrades von Oberflächengrauwerten und -geometrie

Da mit der Methode der Bildzuordnung im Objektraum grundsätzlich Genauigkeiten im Subpixelbereich angestrebt werden, ist die Verwendung eines nicht G^0 -stetigen Interpolanten, wie der Nächst-Nachbar-Interpolation, für die Interpolation der Oberflächengrauwerte bzw. der Oberflächengeometrie als inadäquat anzusehen. Vergleicht man dagegen die G^0 -stetige gegenüber der G^1 -stetigen Interpolation, z.B. anhand der in Abb. 6-1 auf S. 68 dargestellten Gewichtsfunktionen $P_0(t)$ und $P_1(t)$, so liegt der Schluß nahe, daß der Unterschied zwischen der Verwendung des G^0 -stetigen gegenüber dem G^1 -stetigen Interpolanten nur gering ist, daß beinahe derselbe Approximationsgrad der Sinc-Funktion erreicht wird.

Dennoch lassen sich einige vorteilhafte Eigenschaften des G^1 -stetigen Interpolanten präzise benennen. So erlaubt er minimale und maximale Funktionswerte an beliebigem Ort, während bei der G^0 -stetigen Interpolation Minima und Maxima nur an den Stützpunktpositionen auftreten können. Die bei der G^0 -stetigen Interpolation an den Randkurven auftretenden Sprungstellen der ersten Ableitung $\partial G(t)/\partial t$ stellen für die numerische Behandlung prinzipiell kein Problem dar. Sie können aber im Einzelfall ein alternierendes und damit verlangsamtes Konvergenzverhalten der Iterationsschritte der photogrammetrischen Rekonstruktion bewirken – und dies gilt sowohl für das Grauwert- als auch das Geometriemodell. Der G^1 -stetige Interpolant läßt dahingegen ein günstigeres Konvergenzverhalten erwarten, was sich auch experimentell bestätigt hat, vgl. hierzu auch [Tsay 1996].

Insbesondere für die geometrische Oberflächenbeschreibung auf der Basis von Dreiecken ist ein weiterer Aspekt bei der Wahl zwischen einem G^0 - oder G^1 -stetigen Interpolanten zu beachten, und zwar die zunehmende Unabhängigkeit des lokalen Oberflächenverlaufes von der jeweiligen lokalen Triangulation. Abb. 7-9 verdeutlicht die grundsätzliche Problematik: Stützpunkte auf einem zylinderartigen Oberflächenstück wurden in 2 Varianten trianguliert und anschließend mit unterschiedlichem Stetigkeitsgrad interpoliert. Bei Verwendung der G^0 -stetigen Interpolation zeigt sich deutlich, daß die Triangulation starken Einfluß auf den Oberflächenverlauf haben kann, siehe Abb. 7-9(a) und 7-9(c). Die Dreiecke prägen sich in störender Weise der berechneten Oberfläche auf. Die G^1 -stetige Interpolation mildert die entsprechenden Unterschiede stark ab, siehe Abb. 7-9(b) und 7-9(d). Die verbleibenden Differenzen haben ihre Ursache im wesentlichen darin, daß die Approximation der Normalenvektoren in den Stützpunkten als Grundlage der G^1 -stetigen Interpolation durch die veränderte Triangulation beeinflußt wird.

Im Rekonstruktionsverfahren kann dieser Effekt besonders dann störend auftreten, wenn zwischen zwei Gauß-Newton-Iterationsschritten eine vollständige oder partielle Neuvermaschung vorzunehmen ist. Dabei schließt sich die Notwendigkeit zur Retriangulation in der Regel an Modifikationen, wie Stützpunktelimination oder -hinzunahme, an. Sie resultiert aus der einfachen Tatsache, daß sich benachbarte Stützpunkte im Verlaufe des Rekonstruktionsprozesses einander annähern bzw. voneinander entfernen können, was eine permanente Kontrolle von Facettengrößen und -formen erforderlich macht, vgl. Kap. 7.1.

Dieser Effekt ist prinzipiell natürlich auch auf die Beschreibung der Oberflächengrauwerte zu übertragen. Die Erfahrungen mit der gruppenweisen Ausgleichung von Grauwert- und Geometrieunbekannten lehren aber, daß für eine vermittelnde Ausgleichung der Grauwertparameter allein meist eine einzige Iteration ausreicht. Das Konvergenzverhalten insgesamt kann daher durch die über eine Neuvermaschung der Geometriestützpunkte hervorgerufene Änderung im Oberflächenverlauf wesentlich nachhaltiger gestört werden als durch entsprechende Unterschiede bei den Oberflächengrauwerten.

Bedingt durch den umständlicheren Strahlenschnitt bringt ein höherer Stetigkeitsgrad grundsätzlich einen Mehraufwand an Rechenzeit pro Iterationsschritt der photogrammetrischen Rekonstruktion mit sich. Demgegenüber stehen das schnellere Konvergenzverhalten und die Möglichkeit einer qualitativ hochwertigeren Wiederherstellung des wahren Oberflächenverlaufes. Aus diesem Grund wurde für die praktischen Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit mit der Approximation des G^1 -stetigen Interpolanten durch G^0 -stetig interpolierte Subdreiecke ein Kompromiß favorisiert, welcher die Vorteile der G^1 -stetigen Interpolation bei minimierter Rechenzeit weitgehend wahr, vgl. Abb. 6-3 auf S. 72.

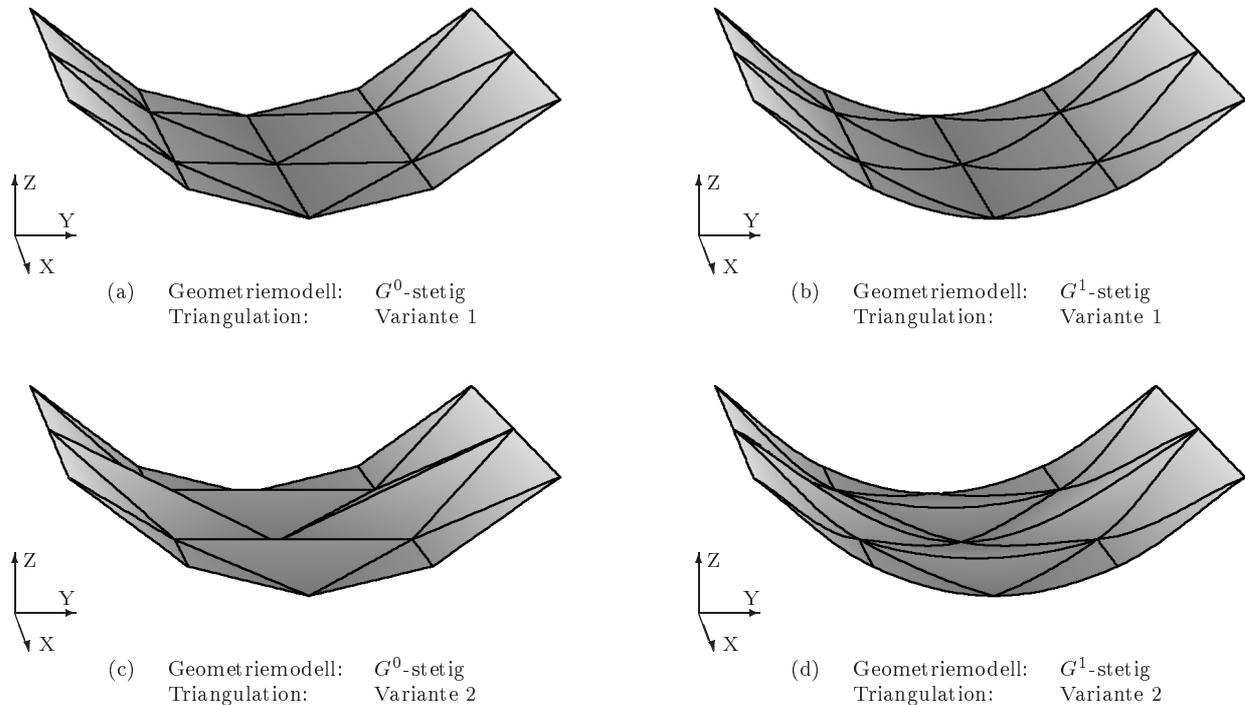


Abbildung 7-9: Wachsende Unabhängigkeit des lokalen Oberflächenverlaufs von der jeweiligen Triangulation bei G^1 - gegenüber G^0 -stetiger Interpolation.

Letztendlich muß aber die Wahl der Facettierungsparameter sowie des Stetigkeitsgrades der Grauwert- und der Geometriemodellierung immer auch in engem Zusammenspiel mit den jeweiligen Projektanforderungen erfolgen. Genauigkeitsansprüche, Rechenzeitbedarf und vorhandenes qualitatives Vorwissen über die Oberfläche und ihre Eigenschaften sind in die Entscheidung einzubeziehen.

7.3 Lösung der Normalgleichungen

Die in den Kap. 7.1 und 7.2.1 explizit formulierten Verbesserungsgleichungen der Bildgrauwerte sowie die Pseudoverbesserungsgleichungen der Regularisierung werden für eine Parameterschätzung im *Gauß-Markoff-Modell* nach der Methode der kleinsten Quadrate herangezogen, vgl. [Koch 1987]. Unter Berücksichtigung der Gewichtsmatrix \mathbf{P} erhält man über die Forderung $\mathbf{v}^\top \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min$. aus den Verbesserungsgleichungen

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (7.3-1)$$

die Schätzung der unbekannt Parameter \mathbf{x} zu

$$\mathbf{N} \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \text{mit} \quad \mathbf{N} = \mathbf{A}^\top \mathbf{P} \mathbf{A}, \quad \mathbf{b} = \mathbf{A}^\top \mathbf{P} \mathbf{l}. \quad (7.3-2)$$

Die Notationen der Submatrizen und -vektoren wurden bereits in Tab. 2-1 auf S. 15 eingeführt. Die Verwendung der Diagonalmatrix \mathbf{P} dient in der Regel lediglich der Einbeziehung des Regularisierungsparameters λ in die Parameterschätzung, vgl. Kap. 7.2.1. Bei der simultanen Auswertung mehrerer spektraler Kanäle unterschiedlicher Qualität oder Auflösung ist eine kanalweise Gewichtung entsprechend einer *a priori* Abschätzung des jeweiligen Bildrauschens sinnvoll. Kritischer zu betrachten ist eine bildweise Gewichtung: Sie darf nur dann vorgenommen werden, wenn die Stereokorrespondenzbedingung dadurch nicht beeinträchtigt wird. Korrelationen zwischen den Beobachtungen werden grundsätzlich vernachlässigt.

[Weisensee 1992] und [Tsay 1996] führen eine blockweise Bildung des Normalgleichungssystems \mathbf{N} mit den drei Gruppen Grauwertparameter (auf der Objektfläche), Geometrieparameter und Parameter der Helligkeits- und Kontrastanpassung durch. Aufgrund der impliziten Sortierung der Stützpunkte in der Parameterebene erhalten sie eine rechen- und speichertechnisch günstige Rand-Band-Struktur, welche für eine direkte Lösung über einen Profilalgorithmus berücksichtigt wird. Dabei kann die Nutzung der Rand-Band-Struktur aber oft nicht verhindern, daß in den mitgeführten Normalgleichungselementen weiterhin die Nullelemente überwiegen. Liegt die Stützpunkttopologie nun als Triangulation vor, so muß die gruppenweise Sortierung der unbekannt Parameter \mathbf{x} explizit vorgenommen werden. Durch die unregelmäßige Anzahl der jeweiligen Stützpunktnachbarn weisen die in der Normalgleichungsmatrix auftretenden Bänder unter Umständen keine streng regelmäßige

Struktur mehr auf. Eine Bandverdichtung mittels einschlägiger Sortieralgorithmen, vgl. z.B. [Snay 1976] und [George und Liu 1981], beinhaltet bei Verwendung triangulierter Stützpunkte den Nachteil, daß sie sehr oft wiederholt werden muß. Eine Retriangulation zwischen zwei Iterationen der photogrammetrischen Rekonstruktion kann die Struktur der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} ändern, eine Übertragbarkeit der Normalgleichungsstruktur zwischen zwei Berechnungsfenstern ist praktisch nie gegeben.

Daher ergeben sich einige Vorteile, wenn man das Normalgleichungssystem \mathbf{N} als ganz allgemein schwach (*sparse*) besetzte, symmetrische Matrix betrachtet. So entfällt jeglicher Sortieraufwand, wenn nur die m Nichtnullelemente der rechten oberen Dreiecksmatrix von \mathbf{N} als Vektor gespeichert werden. Ergänzend muß die Position jedes Normalgleichungselementes angegeben werden, was bei Verwendung eines Zeilen- und Spaltenindex pro Element einem zusätzlichen Speicherbedarf in Höhe von $2m$ entspricht. Dieses Speicherschema wird als Koordinatenformat (*COO = coordinate format*) bezeichnet, vgl. [Saad 1994]. Werden die Nichtnullelemente zeilenweise aufeinanderfolgend verwaltet, so kann von der Angabe eines Zeilenindex pro Element auf die Angabe derjenigen Vektorpositionen übergangen werden, bei denen eine neue Zeile beginnt. Man erhält die sogenannte komprimierte Zeilenspeicherung (*CRS = compressed row storage format*), bei der nur noch $m + n + 1$ Indizes zu verwalten sind, wobei n für die Ordnung von \mathbf{N} steht. Wendet man auf dieses Speicherschema die separate Behandlung der Hauptdiagonalelemente von \mathbf{N} an, welche ja stets Nichtnullelemente bekannter Position sind, so reduziert sich die Anzahl der zu verwaltenden Indizes weiter auf $m + 1$. Man erhält damit abschließend das sogenannte modifizierte CRS-Format (= *MRS*).

Allein iterative Verfahren bieten nun die Möglichkeit, die Lösung des linearen Gleichungssystems (7.3-2) direkt auf der Basis eines derart kompakten Speicherschemas durchzuführen, vgl. beispielsweise die Verwendung des *MRS* von [Kincaid et al. 1982]. Dabei bleibt die aufzulösende Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} im Iterationsprozeß vollständig erhalten. Numerische Operationen bezüglich \mathbf{N} beschränken sich bei allen im folgenden angegebenen Verfahren ausschließlich auf Matrix-Vektor-Multiplikationen, welche sich explizit für die diskrete Speichertechnik formulieren und implementieren lassen, was sehr schnelle Algorithmen ermöglicht, vgl. [Saad 1996].

Der Grundgedanke iterativer Verfahren besteht darin, ausgehend von einem Startvektor $\mathbf{x}_{(0)}$ eine Folge $\{\mathbf{x}_{(k+1)} \text{ mit } k = 0, 1, 2, \dots\}$ zu erzeugen, deren Elemente möglichst gegen den gesuchten Lösungsvektor \mathbf{x} konvergieren sollen, so daß $\mathbf{r}_{(k+1)} = \mathbf{b} - \mathbf{N} \mathbf{x}_{(k+1)} \rightarrow 0$ gilt. Eine Reihe von Verfahren läßt sich nach [Überhuber 1995] formal über folgende Vorgehensweise beschreiben und klassifizieren:

$$\mathbf{x}_{(k+1)} = \mathbf{x}_{(k)} + \alpha_{(k)} \mathbf{p}_{(k)} \quad (7.3-3)$$

Dabei wird am jeweiligen Startvektor $\mathbf{x}_{(k)}$ eine Korrektur mit der Schrittweite $\alpha_{(k)} \in \mathbb{R}$ in Richtung des Vektors $\mathbf{p}_{(k)} \in \mathbb{R}^n$ angebracht. Mit

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{p}_{(k)} = \mathbf{r}_{(k)} = \mathbf{b} - \mathbf{N} \mathbf{x}_{(k)} \\ \alpha_k = 1 \end{array} \right\} k = 0, 1, 2, \dots \quad (7.3-4)$$

erhält man das *Jacobi-* oder *Gesamtschrittverfahren*, dessen Fortschreitungsrichtung sich jeweils ausschließlich aus dem kompletten letzten Lösungsvektor ergibt. Mit dem alternativen *Gauß-Seidel-Verfahren* wird pro Minimierungsschritt (7.3-5) nur die i -te Komponente von $\mathbf{x}_{(k)}$ verändert. Dabei werden als Fortschreitungsrichtungen zyklisch alle Koordinatenachsrichtungen gewählt, hier formal mit Hilfe des Einsvektors \mathbf{e}_i ausgedrückt:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{p}_{(1)} = \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{p}_{(2)} = \mathbf{e}_2, \quad \dots, \quad \mathbf{p}_{(n)} = \mathbf{e}_n, \quad \mathbf{p}_{(n+1)} = \mathbf{e}_1, \quad \dots \\ \alpha_{(\kappa)} = -\frac{\mathbf{r}_{(\kappa)}^\top \mathbf{p}_{(\kappa+1)}}{\mathbf{p}_{(\kappa+1)}^\top \mathbf{N} \mathbf{p}_{(\kappa+1)}} = -\frac{r_{(\kappa)i}}{N_{ii}} \quad \text{mit } i = \kappa \pmod{n} + 1 \end{array} \right\} \kappa = 0, 1, 2, \dots \quad (7.3-5)$$

Auch die Bezeichnung *Einzelschrittverfahren* ist gebräuchlich, da $\mathbf{x}_{(k+1)}$ erst nach κ Minimierungsschritten vorliegt. Bei insgesamt vergleichbarem Rechenaufwand erhält man durch die permanente Einbeziehung der aktuellen Zuschläge oft eine leicht beschleunigte Konvergenzgeschwindigkeit gegenüber dem Jacobi-Verfahren. Insgesamt gesehen konvergieren diese beiden „Lehrbuchverfahren“ aber nur recht zögerlich. Für geodätische Anwendungen iterativer Verfahren wird daher oft das auf [Hestenes und Stiefel 1952] zurückgehende *Verfahren der konjugierten Gradienten* empfohlen, vgl. z.B. [Wolfrum 1969], [Schwarz 1970], [Steidler 1980]. Insbesondere in Verbindung mit einer adäquaten Präkonditionierung liefert dieses Verfahren erheblich beschleunigte Konvergenzgeschwindigkeiten, vgl. z.B. [Stark 1984]. Die linke Spalte von Tab. 7-2 stellt die grundsätzlich durchzuführenden Berechnungsschritte (7.3-6) nach [Press et al. 1992] dar.

In der Festlegung des n -dimensionalen Richtungsvektors $\mathbf{p}_{(k)}$ auf der Grundlage der vorhergehenden Residuenvektoren $\mathbf{r}_{(k)}$ und $\mathbf{r}_{(k-1)}$ wird der wesentliche Unterschied zu den oben angegebenen Verfahren deutlich.

$\mathbf{r}_{(0)} = \mathbf{b} - \mathbf{N} \mathbf{x}_{(0)}$		}	$k = 0, 1, 2, \dots$
$\beta_{(0)} = 0 \quad ; \quad \beta_{(k)} = \frac{\mathbf{r}_{(k)}^\top \mathbf{r}_{(k)}}{\mathbf{r}_{(k-1)}^\top \mathbf{r}_{(k-1)}}$	$\tilde{\mathbf{N}} \mathbf{z}_{(k)} = \mathbf{r}_{(k)} \quad \text{lösen}$ $\beta_{(0)} = 0 \quad ; \quad \beta_{(k)} = \frac{\mathbf{r}_{(k)}^\top \mathbf{z}_{(k)}}{\mathbf{r}_{(k-1)}^\top \mathbf{z}_{(k-1)}}$		
$\mathbf{p}_{(k)} = \mathbf{r}_{(0)} \quad ; \quad \mathbf{p}_{(k)} = \mathbf{r}_{(k)} + \beta_{(k)} \mathbf{p}_{(k-1)}$	$\mathbf{p}_{(k)} = \mathbf{z}_{(0)} \quad ; \quad \mathbf{p}_{(k)} = \mathbf{z}_{(k)} + \beta_{(k)} \mathbf{p}_{(k-1)}$		
$\alpha_{(k)} = \frac{\mathbf{r}_{(k)}^\top \mathbf{r}_{(k)}}{\mathbf{p}_{(k)}^\top \mathbf{N} \mathbf{p}_{(k)}}$	$\alpha_{(k)} = \frac{\mathbf{r}_{(k)}^\top \mathbf{z}_{(k)}}{\mathbf{p}_{(k)}^\top \tilde{\mathbf{N}} \mathbf{p}_{(k)}}$		
Ohne Präkonditionierung (7.3-6)	Präkonditionierung mit $\tilde{\mathbf{N}}$ (7.3-7)		
$\mathbf{r}_{(k+1)} = \mathbf{r}_{(k)} - \alpha_{(k)} \mathbf{N} \mathbf{p}_{(k)}$			

Tabelle 7-2: Berechnungsschemata für die Methode der konjugierten Gradienten mit und ohne Präkonditionierung.

Die Festlegung von $\beta_{(k)}$ stellt sicher, daß sämtliche $\mathbf{p}_{(k)}$ und $\mathbf{N} \mathbf{p}_{(k-1)}$ und damit auch alle $\mathbf{r}_{(k)}$ und $\mathbf{r}_{(k-1)}$ orthogonal sind. Man kann weiterhin zeigen, daß auf diese Weise die Orthogonalität von $\mathbf{p}_{(k)}$ und $\mathbf{r}_{(k)}$ zu allen vorhergehenden $\mathbf{N} \mathbf{p}_{(j)}$ bzw. $\mathbf{r}_{(j)}$ ($j < k$) gewährleistet ist, vgl. [Törnig et al. 1985]. Theoretisch erhält man damit nach genau n Iterationen eine strenge Lösung – deshalb wird das Verfahren der konjugierten Gradienten vereinzelt auch als direktes Verfahren klassifiziert. In der Praxis der photogrammetrischen Rekonstruktion ist diese Eigenschaft nicht von Bedeutung, denn die geschickte Wahl der Richtungsvektoren $\mathbf{p}_{(k)}$, ergänzt durch eine adäquate Vorkonditionierung, erlaubt oft einen Abbruch der Iterationen bereits nach wesentlich weniger als n Schritten.

Der Grundgedanke der Vorkonditionierung besteht darin, neben dem ursprünglichen Normalgleichungssystem \mathbf{N} ein $\tilde{\mathbf{N}}$ approximierendes System in den iterativen Lösungsalgorithmus zu integrieren, welches gegenüber \mathbf{N} den Vorteil einer erheblich vereinfachten Auflösbarkeit bietet. Hier wird von dem ursprünglichen Normalgleichungssystem (7.3-2) auf das äquivalente System

$$\tilde{\mathbf{N}}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{N}}^{-1} \mathbf{b} \quad (7.3-8)$$

übergegangen. Je besser $\tilde{\mathbf{N}}^{-1} \mathbf{N} \approx \mathbf{E}$ gilt, beziehungsweise je kleiner die Konditionszahl $\text{cond}(\tilde{\mathbf{N}}^{-1} \mathbf{N})$ ist, desto rascher konvergiert das Verfahren der konjugierten Gradienten, vgl. [Überhuber 1995].

Bei der Wahl von $\tilde{\mathbf{N}}$ ist also ein Kompromiß zwischen der Approximationsgüte bezüglich \mathbf{N} und dem jeweiligen numerischen Aufwand zu treffen. Bei der *Jacobi-Präkonditionierung*, oft auch einfach als *Skalierung* bezeichnet, besteht

$$\tilde{\mathbf{N}} = \mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{N}_{11}, \mathbf{N}_{22}, \dots, \mathbf{N}_{nn}) \quad (7.3-9)$$

nur aus den Diagonalelementen von \mathbf{N} . Für die photogrammetrische Rekonstruktion hat sich die Präkonditionierung über die symmetrische sukzessive Überrelaxation (*SSOR* = *symmetric successive overrelaxation*) als erfolgreich erwiesen, der die additive Zerlegung $\mathbf{N} = \mathbf{D} + \mathbf{L} + \mathbf{L}^\top$ in die Diagonalmatrix \mathbf{D} und die linke untere Dreiecksmatrix \mathbf{L} zugrundeliegt:

$$\tilde{\mathbf{N}} = \frac{1}{2 - \omega} \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} + \mathbf{L} \right) \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} \right)^{-1} \left(\frac{1}{\omega} \mathbf{D} + \mathbf{L} \right)^\top \quad (7.3-10)$$

Der Relaxationsparameter ω sollte im Verlauf der Iterationen adaptiv angepaßt werden, vgl. [Kincaid und Young 1979], was allerdings stets die erneute Lösung des (faktorisiert vorgegebenen) Systems $\tilde{\mathbf{N}} \mathbf{z}_{(k)} = \mathbf{r}_{(k)}$ erfordert, vgl. die rechte Spalte von Tab. 7-2. Aufwendigere Präkonditionierungstechniken, wie beispielsweise die Bildung von $\tilde{\mathbf{N}}$ durch unvollständige Faktorisierung von \mathbf{N} , werden hier übergangen: Einerseits garantieren sowohl die Skalierung als auch das *SSOR*-Verfahren die numerisch stabile Beibehaltung des positiv definiten Charakters des zu lösenden Systems, was z.B. für die unvollständige Faktorisierung nicht grundsätzlich vorausgesetzt werden darf, [Chow und Saad 1997]. Andererseits sind die bei der photogrammetrischen Rekonstruktion üblicherweise auftretenden Iterationszahlen bereits derart gering, daß eine weitere Konditionierungsverbesserung den Rechenaufwand insgesamt eher erhöht.

Um einen Anhaltspunkt für den jeweiligen Rechenaufwand zu geben, werden in Tab. 7-3 die Iterationsanzahlen sowie die Rechenzeiten für einige Normalgleichungssysteme angegeben. Um einen Vergleich gegenüber dem in [Weisensee 1992], [Tsay 1996] verwendeten direkten Rand-Band-Algorithmus zu ermöglichen, wurden die Normalgleichungssysteme zweier Berechnungsfenster aus den in [Schlüter und Wrobel 1996] vorgestellten Beispielen mit jeweils ~ 900 unbekanntem Parametern verwendet. Für je ein Gebiet mit starker Grauwerttextur (Straße mit kontrastreichen Fahrbahnmarkierungen) und schwacher Grauwerttextur (Wiese) wurde die Lösung sowohl mit, als auch ohne Verwendung der zusätzlichen Regularisierungsgleichungen ermittelt. Für die iterativen Verfahren wurde auf das Programmpaket ITPACK 2C zurückgegriffen, vgl. [Kincaid et al. 1982], wobei die adaptive Abschätzung der jeweiligen Relaxationsparameter aufgegriffen wurde.

Präkonditionierung	Iterationsverfahren	starke GW-Textur		schwache GW-Textur	
		mit Regu.	ohne Regu.	mit Regu.	ohne Regu.
Skalierung	Jacobi	97 (0.61s)	81 (0.51s)	122 (0.76s)	60 (0.38s)
Skalierung	konj. Grad.	32 (0.23s)	31 (0.22s)	36 (0.26s)	23 (0.17s)
Skalierung	Tschebyscheff	58 (0.39s)	46 (0.32s)	58 (0.40s)	36 (0.25s)
SSOR	konj. Grad.	11 (0.25s)	10 (0.23s)	13 (0.28s)	8 (0.20s)
SSOR	Tschebyscheff	14 (0.22s)	24 (0.39s)	17 (0.26s)	17 (0.28s)
–	Rand-Band (direkt)	(1.71s)	(1.71s)	(1.71s)	(1.71s)

Tabelle 7-3: Exemplarische Iterationszahlen und Rechenzeiten (SGI Indigo 2, in Sekunden) zur Auflösung von zwei Normalgleichungssystemen mit jeweils ca. 900 unbekanntem Parametern.

Die angegebenen Rechenzeiten eignen sich nur bedingt zu einer Abschätzung der Gesamtrechenzeiten der photogrammetrischen Rekonstruktion. So wurde für die iterativen Verfahren ein extrem strenges Konvergenzkriterium in Höhe von $10^{-3} \sigma_{Z_{min}}$ in Abhängigkeit von der minimal zu erwartenden Standardabweichung der Geometrieunbekannten gewählt, um die Unterschiede in der Iterationsanzahl deutlich hervorzuheben. Insbesondere ist aber während der Rekonstruktion mit den Daten der höheren Bildpyramidenstufen ein eher grobes Konvergenzkriterium pro Ausgleichungsiteration völlig ausreichend. Auf die oben angesprochene gruppenweise Ausgleichung wurde hier nicht weiter eingegangen – sie läßt sich aber in völliger Analogie bei der iterativen Gleichungslösung anwenden, auch wenn die numerischen Vorteile nicht ganz so gravierend wie bei der direkten Auflösung sind. Die durchschnittlich erzielten Rechenzeiten im praktischen Einsatz sind also noch wesentlich geringer als in Tab. 7-3 angegeben.

Weiterhin ist die Konvergenzgeschwindigkeit der iterativen Verfahren stark von der Größenordnung der zu schätzenden Parameterzuschläge, beziehungsweise der euklidischen Norm über die wahren Parameterzuschläge $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^\circ\|_2$, abhängig. Die in Tab. 7-3 angegebenen Daten beziehen sich auf die erste Ausgleichungsiteration der untersten Bildpyramidenstufe, daher haben die Parameterzuschläge gegenüber den folgenden Ausgleichungsiterationen noch relativ große Beträge. Die Iterationszahlen gehen also für die folgenden Ausgleichungsiterationen noch weiter zurück. Die insgesamt stets recht kleinen Beträge der Zuschläge resultieren aus der Tatsache, daß das gesamte Rekonstruktionsverfahren als Mehrgitterverfahren im Sinne von [Hackbusch 1985] anzusehen ist, wodurch die unbekanntem Parameter stets weitgehend frei von tieffrequenten Komponenten sind, vgl. [Müller 1990]. Diese Eigenschaft wirkt sich natürlich nur bei der iterativen Normalgleichungslösung verkürzend auf die Rechenzeit aus. [Fritsch 1996a] berichtet von ähnlichen Erfolgen der Koppelung des Mehrgitteransatzes mit der iterativen Gleichungslösung nach *Gauß-Seidel* am Beispiel der DGM-Generierung aus Laseraltimetriedaten.

Ergänzend wurden in Tab. 7-3 die Ergebnisse über die Auflösung mittels der sogenannten *Tschebyscheff-Iteration* aufgenommen. Bei diesem Verfahren wird die Bildung der Skalarprodukte der Residuenvektoren, vgl. die Festlegung von α_k, β_k in Tab. 7-2, durch eine Abschätzung der mini- und maximalen Eigenwerte von \mathbf{N} ersetzt, vgl. [Hageman und Young 1981]. Da eine fehlerhafte Abschätzung im Einzelfall zu divergentem Verhalten führen kann, vgl. [Überhuber 1995], wurde die *Tschebyscheff-Iteration* im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingesetzt. Verallgemeinerbare Aussagen zu den Eigenwerten der bei der photogrammetrischen Rekonstruktion auftretenden Normalgleichungssysteme könnten aber auf diese Weise durchaus eine weitere Beschleunigung ermöglichen.

Insgesamt gesehen empfiehlt sich das präkonditionierte Verfahren der konjugierten Gradienten aufgrund seiner Geschwindigkeit und numerischen Stabilität. Je nach Größenordnung der zu bestimmenden Parameterzuschläge kann eine adaptive *SSOR*-Präkonditionierung sinnvoll sein, in der Regel liefert aber bereits die einfache Skalierung eine vergleichbare Geschwindigkeit.

Obwohl der Einsatz iterativer Verfahren zur Gleichungslösung in der Geodäsie nicht neu ist, können die im Rahmen dieser Arbeit gesammelten Erfahrungen die Praxistauglichkeit dieser Methoden bestätigen. Im Zusammenspiel mit den spezifischen Anforderungen der photogrammetrischen Rekonstruktion kommen die Stärken

der angegebenen iterativen Algorithmen voll zum Tragen. Die erhebliche Beschleunigung der Gleichungslösung spiegelt sich voll in entsprechend reduzierten Rechenzeiten für die gesamte Rekonstruktion im Objektraum nach dem Ansatz des Facetten-Stereosehens wider.

7.3.1 Genauigkeitsmaße für die Oberflächengeometrie

Die Parameterschätzung im *Gauß-Markoff-Modell* nach der Methode der kleinsten Quadrate ermöglicht grundsätzlich die Berechnung von Genauigkeitsmaßen. Für die photogrammetrische Rekonstruktion sind im wesentlichen der Gewichtseinheitsfehler σ_0 sowie die Standardabweichungen der Geometrieunbekannten $\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}}$ von Interesse – die Standardabweichungen der Oberflächengrauwerte haben untergeordnete Bedeutung, wie sich experimentell bestätigen ließ. σ_0 stellt ein Maß für das mittlere Grauwertersuchen dar, kann beispielsweise zur Kontrolle der Grauwertfacetten eingesezt werden und ist über

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}_1^\top \mathbf{P}_1 \mathbf{v}_1}{n_l - n}} \quad \text{mit} \quad \mathbf{v}_1^\top \mathbf{P}_1 \mathbf{v}_1 = \mathbf{l}_1^\top \mathbf{P}_1 \mathbf{l}_1 - \mathbf{l}_1^\top \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_1 \mathbf{x} \quad (7.3-11)$$

auch bei der iterativen Gleichungssystemlösung direkt zu bestimmen. Die Indizierung in (7.3-11) deutet bereits an, daß die Genauigkeitsmaße üblicherweise nach erreichter Konvergenz des Ausgleichsverfahrens insgesamt in einem ergänzenden Berechnungsschritt ohne Regularisierungsparameter, aber mit den Parametern der Transferfunktionen der Grauwerte bestimmt werden müssen, vgl. [Wrobel et al. 1992b] und für die Notation Tab. 2-1 auf S. 15. Dann entspricht die Anzahl der Beobachtungen n_l in (7.3-11) der Anzahl der beteiligten Bildgrauwerte, n der Anzahl der beteiligten Grauwert-, Geometrie-, und Grauwertanpassungsparameter und \mathbf{P}_1 der Einheitsmatrix \mathbf{E} . Für die Berechnung der Standardabweichungen der Geometrieunbekannten werden nur ausgewählte Hauptdiagonalelemente der inversen Normalgleichungsmatrix $\mathbf{Q} = \mathbf{N}_1^{-1}$ benötigt, $\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}i} = \sigma_0 \sqrt{Q_{ii}}$. Theoretisch besteht die Möglichkeit, vgl. z.B. [Wolfrum 1969], die einzelnen Elemente Q_{ij} von \mathbf{Q} aus den n konjugierten Richtungsvektoren $\mathbf{p}_{(k)}$ zu bestimmen:

$$Q_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{\mathbf{p}_{(k)}^\top \mathbf{p}_{(k)}}{\mathbf{p}_{(k)}^\top \mathbf{N}_1 \mathbf{p}_{(k)}} \quad (7.3-12)$$

Die praktische Nutzung dieser Formel verbietet sich hier aber, da die einzelnen Summanden kein gegen Null konvergierendes Verhalten zeigen. Selbst die Durchführung sämtlicher n Iterationsschritte führt in der Regel nicht zu einem brauchbaren Ergebnis, da sich sowohl mit $\mathbf{p}_{(k)}^\top \mathbf{p}_{(k)} \rightarrow 0$ als auch mit $\mathbf{p}_{(k)}^\top \mathbf{N}_1 \mathbf{p}_{(k)} \rightarrow 0$ kleine Rundungsfehler in den Richtungsvektoren fatal auswirken, vgl. [Stark 1984]. Die prinzipielle Überlegenheit der iterativen Verfahren gegenüber den direkten Verfahren bezüglich der Rundungsfehlerakkumulation ([Törnig et al. 1985]) kehrt sich hier also in ihr Gegenteil.

Als brauchbare Möglichkeit bleibt daher nur der Vorschlag von [Schwarz 1970], die inversen Elemente mit dem Gradientenverfahren durch wiederholtes Lösen des Normalgleichungssystems mit Spalten der Einheitsmatrix $\mathbf{b} = \mathbf{e}_i$ als rechter Seite zu berechnen. Damit entspricht der pro Inverselement erforderliche Aufwand dem einer Komplettlösung des Systems. Die Bestimmung der $\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}}$ sollte sich daher in der Praxis auf ausgewählte Gebiete beschränken. Je nach Überlappungsbereich der einzelnen Berechnungsfenster kann die Berechnung der Q_{ii} der jeweiligen Randstützpunkte entfallen, weiterhin werden auch die Diagonalelemente der unbekanntenen Grauwertparameter nicht benötigt.

Ergänzend sei an dieser Stelle auf alternative Möglichkeiten zur großflächigen Approximation der erzielten Genauigkeiten nach [Tsay und Wrobel 1994] verwiesen, bei denen die Notwendigkeit zur direkten Berechnung der Q_{ii} entfällt.

Die aus einer 3D-Rekonstruktion resultierenden Standardabweichungen $\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}}$ weisen naturgemäß eine andere Charakteristik als die über eine 2½D-Modellierung ermittelten σ_Z auf. Dies hat seinen Grund darin, daß beide Genauigkeitsmaße letztendlich gerichtete Größen sind, wobei sich die σ_Z auf die globale Ausrichtung der Z -Koordinatenachse, die $\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}}$ dagegen auf den lokalen Normalenvektor \mathbf{N}_i^o im jeweiligen Stützpunkt beziehen. Abb. 8-4 auf S. 106 quantifiziert die entstehenden Unterschiede exemplarisch durch das Verhältnis der jeweils erzielten Standardabweichungen, wobei sich wesentliche Differenzen beider Genauigkeitsmaße erwartungsgemäß nur für nicht horizontal verlaufende Gebiete ergeben. Während es nicht sinnvoll ist, für vertikal verlaufende Oberflächenteile eine Unsicherheit der Fläche in Z -Richtung anzugeben, so mag doch auch für steile Bereiche, wie beispielsweise der Böschung in Abb. 8-3 auf S. 105, der Übergang auf ein Fehlermaß in Z -Richtung wünschenswert sein. Dann ist die Genauigkeitsabschätzung auf den Fall der 2½D-Modellierung zu beschränken. Den Übergang auf das entsprechende Normalgleichungssystem \mathbf{N}_{e_z} erhält man durch folgende Substitutionen in der Verbesserungsgleichung (7.1-17): Die lokalen Pseudonormalenvektoren werden durch Einsvektoren

$e_Z = (0, 0, 1)^\top$ in Z -Richtung ersetzt, $\bar{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) \rightarrow e_Z$. Die Tangentenvektoren werden in die Horizontalebene gedreht. Während die Grauwertableitungen nun auch auf die Horizontalebene zu beziehen sind, müssen die ursprünglichen Nebenbedingungen für die Interpolation von Oberflächen- und Grauwertverlauf beibehalten werden. Anschließend lassen sich die $Q_{e_Z ii}$ wie oben angegeben berechnen. Die Adaption der von [Weisensee 1992] für die $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung angegebenen Formeln an die Dreiecksinterpolanten führt zum selben Ziel. Diese Vorgehensweise ist natürlich immer nur dann möglich, wenn die Stützpunkttopologie der Fläche im \mathbb{R}^3 zur Stützpunkttopologie nach der Projektion auf die X, Y -Parameterfläche homöomorph ist.

Im Gegensatz zu dem enormen Effizienzgewinn durch den Einsatz iterativer Algorithmen bei der Normalgleichungslösung wirken die entsprechenden Strategien zur Berechnung der Standardabweichungen eher etwas schwerfällig und umständlich. Grundsätzlich werden die Prioritäten so aber richtig gesetzt, denn nur selten wird eine komplett flächenhafte Berechnung der Genauigkeitsmaße wirklich erforderlich sein. Für lokale Berechnungen, welche im Regelfall ausreichen sollten, um einen Eindruck der insgesamt in einem photogrammetrischen Block erzielten Genauigkeiten zu erhalten, haben sich die angegebenen Wege als durchaus praktikabel erwiesen.

8 Anwendung der 3D-Oberflächenrekonstruktion mit großmaßstäbigen Luftbildern

Um die Eigenschaften der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion im Objektraum unter Integration der neu entwickelten 3D-Flächenmodellierung zu demonstrieren, werden hier einige Rekonstruktionsergebnisse auf der Basis der bereits auf S. 17 vorgestellten großmaßstäbigen Luftbilder des Testgebietes *Walddorfhäslach* präsentiert. Dabei wird stets der Vergleich zu den Rekonstruktionsergebnissen mit einer $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung gesucht, da für diese Art der Modellierung weitreichende praktische Erfahrungen bezüglich der hohen Ergebnisqualität vorliegen, vgl. z.B. [Schlüter und Wrobel 1996].

In Kap. 8.1 wird zunächst der Frage nachgegangen, inwieweit sich die Rekonstruktionsergebnisse je nach Verwendung der $2\frac{1}{2}$ D- oder 3D-Flächenmodellierung unterscheiden, wenn für den vorliegenden Geländetyp eine $2\frac{1}{2}$ D-Flächenmodellierung prinzipiell ausreichend und adäquat ist. Es ist zu klären, ob der globale Einsatz der 3D-Modellierung nachteilig sein kann, wenn er lokal nicht zwingend erforderlich ist. Ferner werden einige grundsätzliche Aspekte zum praktischen Ablauf der Rekonstruktion am Beispiel zusammenfassend wiederholt, ergänzt und diskutiert.

Anschließend werden in Kap. 8.2 exemplarische Rekonstruktionsergebnisse im innerörtlichen Bereich eines Dorfes vorgestellt. Hier wird die Qualitätssteigerung des geometrischen Ergebnisses bei Verwendung einer 3D- gegenüber einer $2\frac{1}{2}$ D-Flächenmodellierung demonstriert.

8.1 Rekonstruktionsergebnisse von Gebieten ohne expliziten 3D-Modellierungsbedarf

Bei der Entwicklung der 3D-Flächenmodellierung lag ein Hauptaugenmerk auf der Forderung, eine echte Verallgemeinerung hinsichtlich der bestehenden photogrammetrischen Rekonstruktionsansätze im Objektraum zu erreichen, ohne dabei zusätzliche Einschränkungen in Kauf nehmen zu müssen. Die neu eingeführte 3D-Oberflächenmodellierung trägt dieser Forderung Rechnung, indem zwar die geometrische Qualität der Modellierung durch die Loslösung von einer vorgegebenen Parameterfläche erhöht wird, gleichzeitig aber die Einführung zusätzlicher unbekannter Größen in den Ausgleichungsprozeß weitestgehend vermieden wird. Abgesehen von der beschriebenen Hinzufügung von Stützpunkten, welche insbesondere in vertikalen Oberflächenbereichen eine erhöhte Stützpunktanzahl zur Folge hat, wird die Anzahl von Freiheitsgraden $n - u$ der vermittelnden Ausgleichung nicht grundsätzlich verändert. Dieser Aspekt ist wegen der in Kap. 7.2.1 angesprochenen Charakterisierung der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion als schlecht gestelltes Problem im Sinne von Hadamard ([Tikhonov und Arsenin 1977]) von Bedeutung, da so die Notwendigkeit weiterer, ergänzender Regularisierungsmaßnahmen vermieden wird.

Anhand des bereits in Kap. 2.2, Abb. 2-5 auf S. 19, vorgestellten Beispiels *Schnellstraße* soll hier exemplarisch dokumentiert werden, welche Unterschiede zwischen den Rekonstruktionsergebnissen bei Verwendung einer 3D-Flächenmodellierung gegenüber einer $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung auftreten bzw. nicht auftreten. Für die Auswahl dieses Gebietes sprechen mehrere Kriterien: So lassen sich auf den Asphaltflächen an den Stellen guter Texturierung durch Fahrbahnmarkierungen optimale geometrische Genauigkeiten erzielen. Dies gewährleistet einen Genauigkeitsvergleich auf hohem Niveau. Weiterhin läßt sich die morphologische Plausibilität der Rekonstruktionsergebnisse in diesen Bereichen anhand der regelmäßigen Fahrbahnneigung leicht ablesen. Darüber hinaus beschränkt sich das dargestellte Gebiet durch die Gräben- und Böschungsbereiche aber nicht auf eine weitgehend ebene Topographie. Potentielle Störungsquellen für die Rekonstruktion, wie das in Kap. 2.2 eingehend behandelte Fahrzeug, ferner Verkehrsschilder und Leitplanken, sind vorhanden, aber auch geometrisch klar abgrenzbar. Insgesamt ist also anhand dieses Beispiels eine differenzierte, vergleichende Beurteilung der erreichten geometrischen Genauigkeiten je nach Oberflächenmodellierung zu erwarten.

Abb. 8-1 gibt einen Einblick in den hierarchisch strukturierten Ablauf der Rekonstruktion im Objektraum. Als geometrischer Ausgangspunkt für beide Berechnungsvarianten wird eine mittlere Horizontalebene als Startfläche aus den Verküpfungspunkten der Bündelausgleichung interpoliert, der Einstieg in die Rekonstruktion erfolgte mit den Bilddaten der 9. Bildpyramidenstufe bzw. der 9. Gitterebene des Mehrgitters im Objektraum. Während die Berechnungen pro Mehrgitterebene jeweils für den gesamten Modellbereich durchgeführt werden, vgl. Abb. 2-3 auf S. 17, geben die Abb. 8-1(a.1) bis (c.1) nur die Zwischenergebnisse für den Ausschnitt des Testgebietes nach der Rekonstruktion auf der 4. Gitterebene wieder. Abb. 8-1(a.2) bis (c.2) zeigen die Endergebnisse für das Testgebiet auf der 1. Gitterebene.

Stellvertretend für beide Rekonstruktionsvarianten sind in den Abb. 8-1(a.1) und (a.2) die aus der 3D-Modellierung resultierenden Oberflächengrauwerte mit Bezug auf die rekonstruierte Oberflächengeometrie dargestellt. Während die Oberflächengrauwerte bei der $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung zwischen vier Stützpunkten bilinear interpoliert werden, werden bei der 3D-Modellierung die Grauwerte zwischen drei Stützpunkten einer Grau-

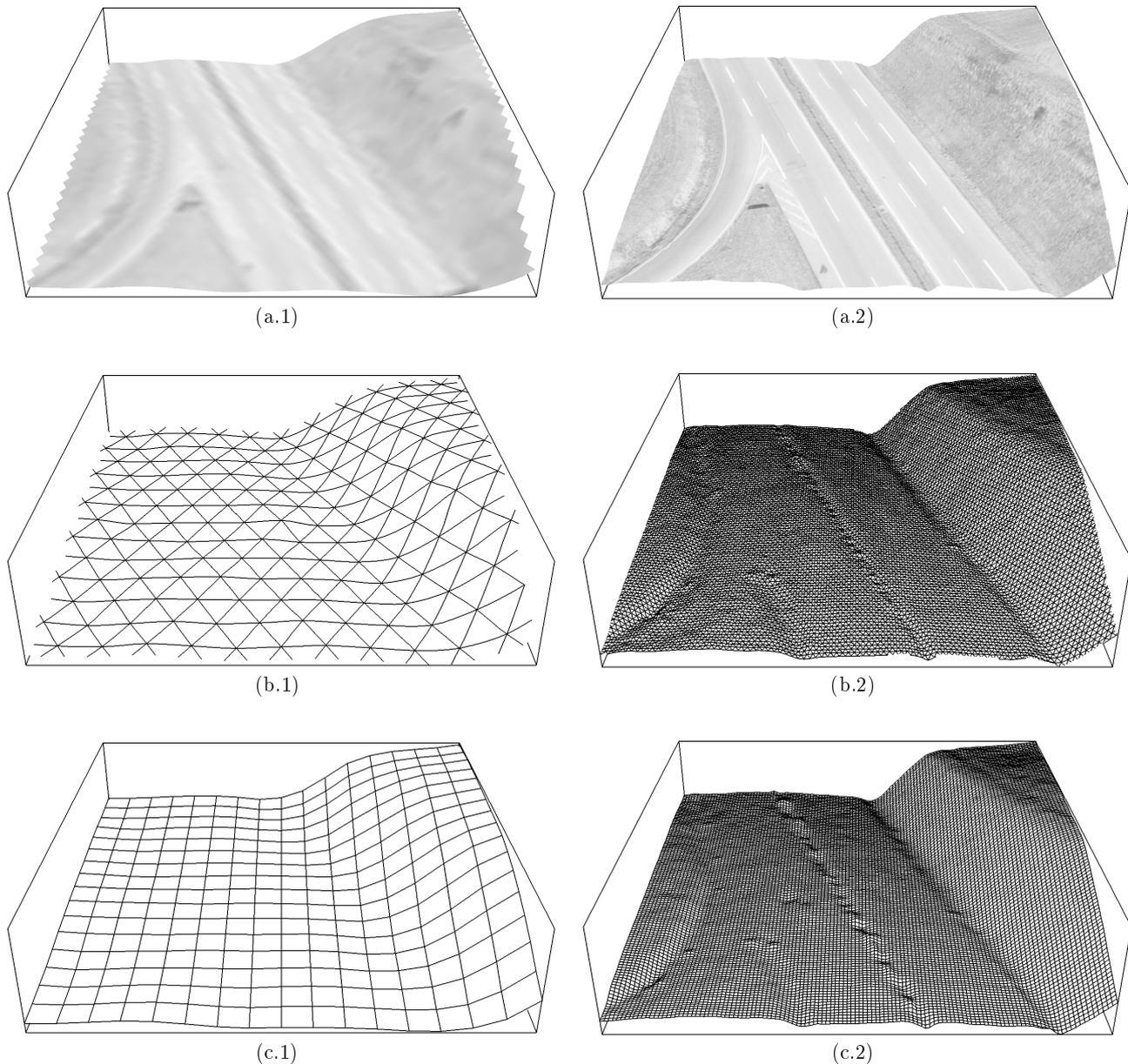


Abbildung 8-1: Vergleich von $2\frac{1}{2}$ D- und 3D-Rekonstruktionsergebnissen mit Perspektivansichten des Beispiels *Schnellstraße*. (a.1) bis (c.1): Ergebnisse auf der 4. Mehrgitterebene bzw. Bildpyramidenstufe. (a.2) bis (c.2): Ergebnisse auf der 1. Mehrgitterebene. (a.1) und (a.2): Rekonstruierte Oberflächengrauwerte bei Verwendung der 3D-Modellierung. (b.1) und (b.2): Rekonstruierte Dreiecksfacetten, 3D-Modellierung mit G^1 -Stetigkeit. (c.1) und (c.2): Rekonstruiertes Quadratraster, $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung mit Bilinearinterpolation.

wertfacette nur linear, also G^0 -stetig, interpoliert. Dies gilt sowohl für die Rekonstruktion selbst als auch für die graphische Wiedergabe. Die geringfügigen Unterschiede in den Ergebnissen, je nach verwendeter Modellierung, sind in dieser Form der Darstellung mit bloßem Auge nicht wahrnehmbar. Dagegen gibt die Gegenüberstellung der resultierenden Geometriefacetten auf der 4. Gitterebene Aufschluß über die verwendeten geometrischen Interpolationsvarianten. Während die bilineare Interpolation auf dem Quadratraster nur geradlinige Facettenabgrenzungen zuläßt, vgl. Abb. 8-1(c.1), weist das Ergebnis der G^1 -stetigen 3D-Oberflächenmodellierung in Abb. 8-1(b.1) die Eigenschaften der verwendeten kubischen Splines als Randkurven nach. Bei der Rekonstruktion werden die in Anhang A.3 vorgeschlagenen Vereinfachungen einbezogen, jedes Geometriedreieck wird über sechzehn linear interpolierte Subdreiecke approximiert.

Die zugehörigen Facettierungsparameter für die $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung können der Tab. 8-1 entnommen werden. Für die 3D-Modellierung wurden auf der obersten Mehrgitterebene gleichseitige Dreiecke auf der Basis der Startfläche gebildet. Die Kantenlänge eines Dreiecks wurde so gewählt, daß der Flächeninhalt eines Geometriedreiecks dem Flächeninhalt einer quadratischen Facette der $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung entspricht. Durch die quaternäre

Dreiecksteilung als Prolongationsschritt bei der 3D-Modellierung gegenüber der regelmäßigen Viertelung der Quadratrastermaschen bleibt dieses konstante Verhältnis während des gesamten Verlaufes der Rekonstruktion weitgehend bestehen, was Abb. 8-1(b.2) gegenüber 8-1(b.1) belegt. Die grundsätzlich vorgesehenen Möglichkeiten zur Stützpunkthinzufügung, -elimination und -verschiebung finden bei derart flachem Geländeverlauf keine Verwendung. Damit ist die Anzahl der zu bildenden Verbesserungsgleichungen pro Grauwert- und Geometriefacette für beide Berechnungsvarianten in etwa konstant.

Gitterebene:	Pixel/Facette:	Größe:
9	Bildpixel	$4 \times 4 \text{mm}^2$ im Bildraum $\sim 16 \times 16 \text{m}^2$ am Boden
	Grauwertfacette	$32 \times 32 \text{m}^2$ im Objektraum $\sim 2 \times 2$ Bildpixel
	Geometriefacette	$128 \times 128 \text{m}^2$ im Objektraum $\sim 8 \times 8$ Bildpixel
4	Bildpixel	$120 \times 120 \mu\text{m}^2$ im Bildraum $\sim 0.5 \times 0.5 \text{m}^2$ am Boden
	Grauwertfacette	$1 \times 1 \text{m}^2$ im Objektraum $\sim 2 \times 2$ Bildpixel
	Geometriefacette	$4 \times 4 \text{m}^2$ im Objektraum $\sim 8 \times 8$ Bildpixel
1	Bildpixel	$15 \times 15 \mu\text{m}^2$ im Bildraum $\sim 6 \times 6 \text{cm}^2$ am Boden
	Grauwertfacette	$12.5 \times 12.5 \text{cm}^2$ im Objektraum $\sim 2 \times 2$ Bildpixel
	Geometriefacette	$50 \times 50 \text{cm}^2$ im Objektraum $\sim 8 \times 8$ Bildpixel

Tabelle 8-1: Bildpixelgrößen und Facettierungsparameter für ausgewählte Ebenen des Mehrgitters zu der Auswertung des Datensatzes *Walddorfhäslach* mit der $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung.

Neben den unterschiedlichen Charakteristika der jeweils verwendeten Interpolationsfunktionen differieren auch die jeweiligen Vorgehensweisen bezüglich der Regularisierung. Während bei der $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung die Gleichungen (7.2-5) bis (7.2-7) Verwendung finden, wird bei der 3D-Modellierung nach Gleichung (7.2-10) die lokale Oberflächenkrümmung reduziert, vgl. S. 87ff. Dabei wird mit einer einheitlichen, nicht-adaptiven Gewichtung der Regularisierungsgleichungen mit einem Faktor $\lambda = 10^4$ zu $\mathbf{P}_2 = \lambda \mathbf{E}$ gegenüber der Gewichtung der Grauwertbeobachtungen mit $\mathbf{P}_1 = \mathbf{E}$ gearbeitet, vgl. Tab. 2-1 auf S. 15. Unabhängig von der Art der Modellierung erhält man für die Regularisierungsanteile in den Hauptdiagonalelementen des jeweiligen Normalgleichungssystems eine einheitliche Größenordnung, so daß auch die Ergebnisse mit beiden Regularisierungsvarianten insgesamt vergleichbar sind. Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die einzelnen Stützpunktpositionen bzgl. der X, Y -Ebene bei beiden Modellierungsvarianten natürlich nicht übereinstimmen.

Als Folge der genannten Unterschiede, je nach angesetzter $2\frac{1}{2}$ D- oder 3D-Modellierung, sind gewisse Differenzen in den Rekonstruktionsergebnissen unvermeidbar. Um diese Höhendifferenzen quantitativ zu erfassen, wird ein feines, quadratisches Stützpunktraster mit einer Maschenweite von 10cm vorgegeben, dessen Stützpunktweite sowohl anhand des resultierenden $2\frac{1}{2}$ D- als auch des 3D-Oberflächenergebnisses interpoliert werden. Durch die extrem feine Rasterung werden die lokalen Maxima der Höhendifferenzen ausreichend gut erfaßt. Mit einem Mittelwert von $\overline{\Delta Z}_i = +0.6 \text{cm} \pm 4.0 \text{cm}$ sind die Höhendifferenzen in den Stützpunkten des feinen Quadratrasters $\Delta Z_i = Z(3\text{D})_i - Z(2\frac{1}{2}\text{D})_i$ insgesamt gesehen in etwa normalverteilt, vgl. Abb. 8-2. Die Verteilungskurve der Höhendifferenzen deutet nicht auf grobe systematische Abweichungen hin, allerdings existieren einige sehr vereinzelte, betragsmäßig hohe Ausreißer.

Um die Ursachen bestimmter ortsgebundener Abhängigkeiten der lokalen Höhendifferenzen diskutieren zu können, wird mit Abb. 8-3 eine vergleichende Isolinienarstellung der beiden Oberflächenverläufe herangezogen. Die Standardabweichungen der Geometrieunbekannten werden mit in die Betrachtung einbezogen, vgl. Abb. 8-4. Dabei sind zwei Anmerkungen bezüglich der Genauigkeitsmaße notwendig: Zum einen liefert die Oberflächenrekonstruktion auf der Basis der 3D-Flächenmodellierung zunächst das Genauigkeitsmaß $\sigma_{\mathbf{x}_{G_{eo}i}}$ für die Unsicherheit der Fläche in der lokalen Oberflächennormalenrichtung. Um für dieses Beispiel die Höhenfehler $\sigma_{Z(3\text{D})_i}$ in Richtung der globalen Z -Achse zu erhalten, wurden nach dem Vorschlag in Kap. 7.3.1 die Elemente der Varianz-Kovarianzmatrix über ein entsprechend modifiziertes Normalgleichungssystem bestimmt. Während Abb. 8-4(a) zunächst die $\sigma_{\mathbf{x}_{G_{eo}i}}$ mit Bezug auf die lokale Oberflächennormalenrichtung wiedergibt, zeigt Abb. 8-4(b) über

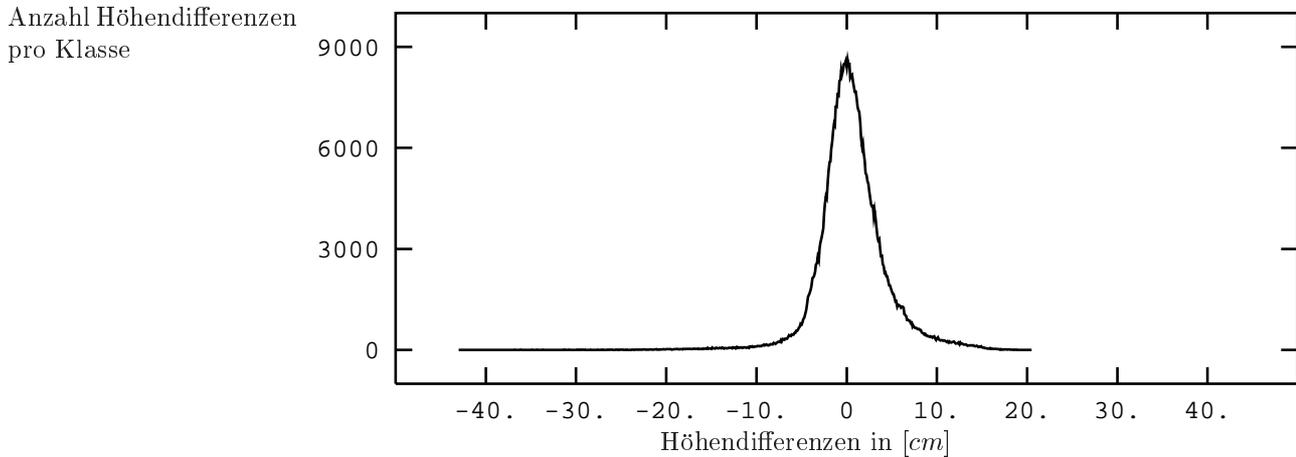


Abbildung 8-2: Vergleich von $2\frac{1}{2}$ D- und 3D-Rekonstruktionsergebnissen, Beispiel *Schnellstraße*. Das Histogramm gibt die Höhendifferenzen zwischen den in Abb. 8-1(b.2) und (c.2) dargestellten Ergebnissen der 1. Mehrgitterebene wieder. Für den Vergleich wurden beide Ergebnisse auf ein feines $2\frac{1}{2}$ D-Raster mit $\approx 5 \cdot 10^5$ Stützpunkten, bei einer Maschenweite von 10cm , überführt. Die Höhendifferenzen dieser beiden Rasterdarstellungen wurden mit einer Klassenbreite von $\Delta Z = 1\text{mm}$ zusammengefaßt.

die Verhältniszahlen $\sigma_{Z(3D)i}/\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}i}$ an, daß die $\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}i}$ im Böschungsbereich etwa um den Faktor zwei kleiner als die $\sigma_{Z(3D)i}$ sind. In den übrigen Bereichen sind die Unterschiede vernachlässigbar, im Bereich der Fahrbahnen gilt weitestgehend $[0.9 < \sigma_{Z(3D)i}/\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}i} < 1.1]$. Die zweite Anmerkung betrifft die Übertragung der diskret in den Stützpunktpositionen vorliegenden Genauigkeitsmaße auf das bereits oben eingeführte, feine Quadratraster. Streng genommen hat dieser Übergang nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zu erfolgen. Unter Vernachlässigung der Kovarianzen erhält man in den jeweiligen Geometriefacettenzentren jedoch zu optimistische Fehlermaße, da die Korrelationskoeffizienten zwischen direkt benachbarten Geometriestützpunkten mit $0.2 < r_{ij} < 0.35$ nicht unbedeutend sind. Pragmatisch wurden die Standardabweichungen daher lediglich linear bzw. bilinear interpoliert, die resultierenden Fehlermaße sind in der Folge gegenüber der vollständigen Fehlerfortpflanzung eher zu pessimistisch, wobei die Fehlbeträge aber insgesamt kleiner als bei der Fehlerfortpflanzung ohne Berücksichtigung der Kovarianzen sind.

Insgesamt gesehen zeigen die ermittelten Standardabweichungen $\sigma_{Z(3D)i}$ eine vergleichbare Charakteristik wie die $\sigma_{Z(2\frac{1}{2}D)i}$ (vgl. Abb. 2-5 auf S. 19). Die in Kap. 2.2 ausführlich diskutierten Eigenschaften der Minimierung von Einzelbildstörungen bleiben erhalten, bei beiden Oberflächenrepräsentationen haben z.B. fahrende Autos keine nennenswerten Störungen der Ergebnisgeometrie zur Folge. Weiterhin ist ein direkter Zusammenhang zwischen den ermittelten Standardabweichungen und den lokal auftretenden Höhenunterschieden erkennbar, die lokalen Höhenunterschiede ΔZ_i sind in texturreichen Gebieten minimal. So verlaufen die in Abb. 8-3 dargestellten Isolinien an den Stellen der Fahrbahnmarkierungen stets relativ eng beieinander, während sie in den texturarmen Gebieten eher größere Abweichungen erkennen lassen.

Dieser Beobachtung entsprechend soll geprüft werden, ob die auftretenden Höhenunterschiede ΔZ_i als zufallsbedingt oder als signifikant anzusehen sind. Um die starke Aussagekraft der gewonnenen Standardabweichungen in Relation zu den auftretenden Höhendifferenzen zu quantifizieren, wird nach [Wolf 1968] die statistische Prüfgröße

$$t_i = \frac{|\Delta Z_i|}{\sqrt{\sigma_{Z(2\frac{1}{2}D)i}^2 + \sigma_{Z(3D)i}^2}} \quad (8.1-1)$$

gebildet. Bei der hohen Anzahl an Freiheitsgraden $n - u \gg 100$ pro Ausgleichung geht die Student-Verteilung in die Standardnormalverteilung über, die entsprechenden Fraktile zu drei typischen Sicherheitswahrscheinlichkeiten sind in Tab. 8-2 angegeben. Bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 99% ist lediglich für 0.4% der gebildeten Höhendifferenzen die Hypothese rein zufallsbedingter Unterschiede abzulehnen. Die signifikanten

Sicherheitswahrscheinlichkeiten S	: 68.3%	95.0%	99.0%
Fraktile t_S für $(n - u) \rightarrow \infty$: 1.0	1.96	2.58
Anzahl $t_i < t_S$: 94.4%	99.0%	99.6%

Tabelle 8-2: Signifikanztest der Höhenunterschiede $\Delta Z_i = Z(3D)_i - Z(2\frac{1}{2}D)_i$ für das Beispiel *Schnellstraße*.

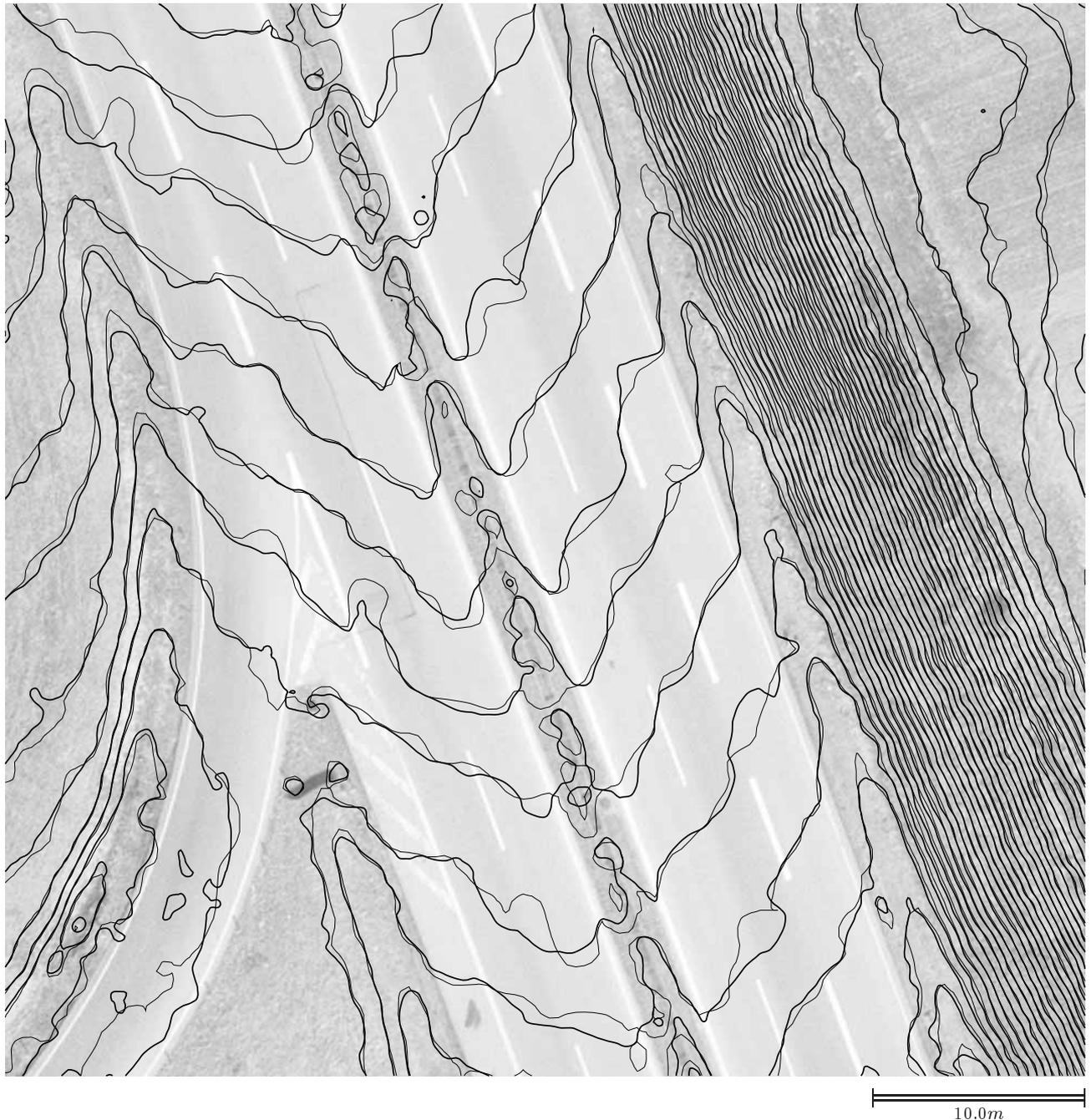


Abbildung 8-3: Vergleich von $2\frac{1}{2}$ D- und 3D-Rekonstruktionsergebnissen, Beispiel *Schnellstraße*. Mit einer Äquidistanz von jeweils 20cm geben die feinen Isolinien die Höhendarstellung der in Abb. 8-1(b.2) skizzierten $2\frac{1}{2}$ D-Rekonstruktion wieder, die breiter gedruckten Isolinien dagegen die mit dem 3D-Ansatz erzielten Ergebnisse, vgl. Abb. 8-1(c.2). Beide Ergebnisse beziehen sich auf die 1. Mehrgitterebene.

Unterschiede finden sich ausschließlich an vereinzelt Stellen im Bereich der Mittelleitplanke, die als solche mit den benutzten Oberflächenmodellen nur unvollkommen erfassbar ist. Obwohl in den meisten Fällen das Rekonstruktionsergebnis an dieser Stelle durch die relativ starke Textur des Leitplankenschattens am Boden dominiert wird, kann vereinzelt auch die Oberkante der Leitplanke selbst das resultierende Ergebnis bestimmen. An den Stellen von Störungen durch Fahrzeuge treten dagegen keine signifikanten Höhendifferenzen auf. Insgesamt bilden die nach den unterschiedlichen Modellierungsvarianten rekonstruierten Oberflächenmodelle ein einheitliches Bild, wobei die Aussagekraft der berechneten Qualitätsmaße bestätigt wird.

Von seiten der Ergebnisqualität läßt die 3D-Modellierung keine Einbußen gegenüber der Rekonstruktion mit der $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung erkennen. Im Gegenteil werden durch die G^1 -stetige Geometrie gegenüber der C^0 -Stetigkeit bei der $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung insgesamt eher etwas geringere Standardabweichungen der Geometrieunbekannten erzielt. Auch die Iterationszahlen fallen bei Verwendung der 3D-Modellierung günstiger aus – durch

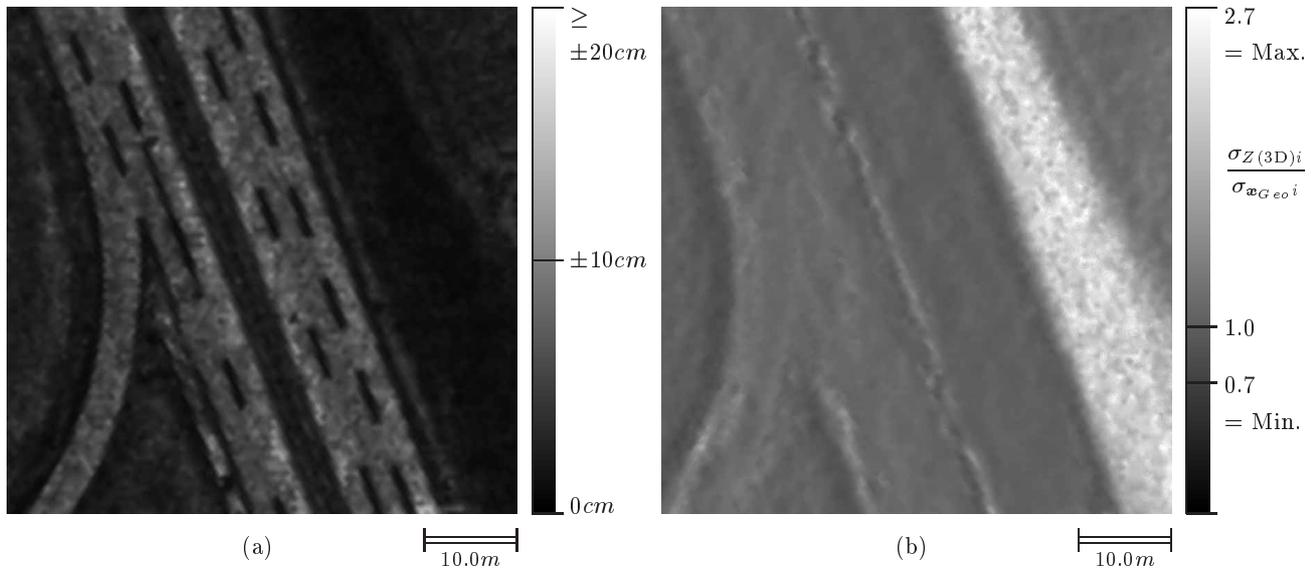


Abbildung 8-4: Standardabweichungen der Geometrieunbekannten. (a): $\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}i}$ mit Bezug auf die lokalen Flächennormalenvektoren, (b): Die Verhältniszahlen $\sigma_{Z(3D)i}/\sigma_{\mathbf{x}_{Geo}i}$.

den höheren Stetigkeitsgrad treten alternierende Höhenänderungen in einem Stützpunkt wesentlich seltener auf, diesen Effekt hat [Tsay 1996] auch für die bikubische Geometrieinterpolation bestätigt.

Im Vergleich der Rechenzeiten konnte für die 3D-Implementierung zunächst eine Beschleunigung bis zu einem Faktor ≈ 8 gegenüber der ursprünglichen $2\frac{1}{2}$ D-Variante erzielt werden. Diese Zahl muß aber relativiert werden, da sich die beschriebenen Möglichkeiten zur Beschleunigung der Berechnung des Strahlenschnittes in Kap. 6.2.1 und zur schnellen, iterativen Lösung der Normalgleichungen in Kap. 7.3 natürlich auch im Rahmen der $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung sinngemäß nutzen lassen. Dann bleibt lediglich das günstigere Konvergenzverhalten bei Verwendung der 3D-Modellierung, welches mit einer etwas umständlicheren Bildung der Verbesserungsgleichungskoeffizienten erkauft werden muß. Der rechnerische Aufwand für die Organisation der Triangulation liegt deutlich unter 5% der Gesamtrechenzeit, wenn die Triangulationsinformationen beim Übergang zwischen den Mehrgitterebenen explizit mitgeführt und nicht immer wieder neu berechnet werden. Insgesamt zeitkritisch, aber weitgehend unabhängig von der Art der Oberflächenmodellierung, ist der Aufwand für die Verdeckungsanalyse, vgl. Kap. 6.2.2. Die Rechenzeiten beider Varianten halten sich also in etwa die Waage, solange für die 3D-Modellierung auf die globale Berechnung der Genauigkeitsmaße verzichtet wird. Man darf insgesamt davon ausgehen, daß der globale Einsatz der 3D-Modellierung eine maximale Rechenzeiteinbuße von $\approx 10\%$ des gesamten Zeitbedarfs nicht überschreitet. Dadurch erübrigt sich die Notwendigkeit einer Gebietsunterteilung nach dem Schema „hier $2\frac{1}{2}$ D, dort 3D“ für die Rekonstruktion.

8.2 Oberflächenrekonstruktion innerhalb der Ortslage eines Dorfes

Während die photogrammetrische Rekonstruktion auf der Basis der 3D-Oberflächenmodellierung in eher flachem Gelände vergleichbare Ergebnisse zur Rekonstruktion mit einer $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung liefert, ist in bebautem Gebiet eine Verbesserung der Rekonstruktion hinsichtlich vertikal verlaufender Oberflächenanteile, also der Gebäudeseitenwände, zu erwarten. Abb. 8-5 gibt einen Überblick über drei Ausschnitte innerhalb der Ortslage von *Walddorfhäslach-Gniebel*, deren Rekonstruktionsergebnisse im folgenden ausführlich dargestellt werden. Die Wahl der Facettierungs- und Regularisierungsparameter entspricht weiterhin den Angaben in Kap. 8.1, vgl. insbesondere Tab. 8-1 auf S. 103, da die in Kap. 8.1 und 8.2 dargestellten Ergebnisse pro Flächenmodellierungsansatz jeweils einem gemeinsamen, insgesamt geschlossenen Berechnungsvorgang entstammen.

Eine wesentliche Voraussetzung für die Rekonstruktion unter Einschluß der vertikalen Oberflächenanteile ist die Sichtbarkeit dieser Flächen in mindestens zwei Bildern. Dabei entsprechen die in Abb. 2-3 auf S. 17 dargestellten Überdeckungsverhältnisse nicht der in Kap. 6.2.3 diskutierten, optimalen Befliegungsanordnung mit einer Längs- wie Querüberdeckung von 70%. Aus den in Abb. 8-5 ergänzend skizzierten Richtungen von den Projektionszentren der Bilder zu den jeweiligen Ausschnittszentren läßt sich ablesen, daß jeweils nur für die Nord- und Westseiten Sichtbarkeit in mindestens zwei Bildern gewährleistet ist, während die Süd- und Ostseiten meist vollständig auf der kameraabgewandten Seite liegen. Weiterhin werden die Gebäudeaußenwände je nach Ort im Bild mit einem gegenüber horizontalen Flächen um den Faktor zwei bis vier verminderten Bildmaßstab abgebil-



Abbildung 8-5: Drei Testgebiete innerhalb der Ortslage *Walddorfhäslach-Gniebel*, für welche die Rekonstruktionsergebnisse im Detail wiedergegeben werden. Die weißen Pfeile geben die Blickrichtungen von den Projektionszentren der Bilder zur Mitte des jeweiligen Auswertefensters an, vgl. auch die Aufnahmekonfiguration in Abb. 2-3 auf S. 17.

det, vgl. Kap. 6.2.3. Daher ist sowohl je nach Ausrichtung einer Gebäudeaußenwand mit erheblichen Qualitätsunterschieden der geometrischen Rekonstruktion zu rechnen, ferner ist insgesamt ein Qualitätsabfall gegenüber den eher horizontal verlaufenden Gebieten aufgrund der vorliegenden Aufnahmekonfiguration unvermeidlich.

Mittlere Dachfirsthöhen können bereits ab der 4. Bildpyramidenstufe bzw. Mehrgitterebene mit einer Genauigkeit von wenigen Dezimetern aus den rekonstruierten Geometriedaten abgegriffen werden, vgl. die Zwischenergebnisse in Abb. 8-6. Um die Plausibilität dieser Ergebnisse zu untermauern, sind in Abb. 8-6(a.2) bis (d.2) neben den Randkurven der Geometriefacetten einzelne Gebäudeumrisse dargestellt, deren Eckpunktkoordinaten vom photogrammetrischen Operateur aus den Analogbildern am analytischen Auswertegerät LEICA AC3 gemessen wurden. Auf dieser Mehrgitterebene liefern sowohl die 2½D- als auch die 3D-Modellierung bei der Rekonstruktion Ergebnisse vergleichbarer geometrischer Qualität. Auch die in Kap. 6.2.2 beschriebene Verdeckungsanalyse beginnt erst in diesem Stadium der Rekonstruktion Wirkung zu zeigen, da auf den noch gröber aufgelösten Mehrgitterebenen durch die starke Glättung der Oberfläche in der Regel keine mehrdeutigen Strahlenschnitte auftreten. Diese Tatsache sollte aber kein Grund sein, für die Verdeckungsanalyse auf den grob aufgelösten Mehrgitterebenen auf vereinfachte Strategien überzugehen. Da der Berechnungsaufwand pro Mehrgitterebene in etwa um den Faktor 4 zunimmt, ist der Löwenanteil der Berechnungsarbeit immer in der höchsten Auflösung zu leisten. Einsparungen auf den gröber aufgelösten Mehrgitterebenen wirken sich also nur geringfügig aus und lohnen sich damit normalerweise nicht.

Auf die Fortführung des Vergleichs mit den Daten aus der Operateursauswertung wird im folgenden verzichtet. Da der Operateur gezielt entweder das aufstrebende Mauerwerk oder die Dachaußenkanten interpretiert und erfaßt, während die automatische digitale Rekonstruktion aber Dachüberstände im Rahmen der Bildung einer ausgleichenden Fläche einbezieht, können durch die unterschiedliche Art der Interpretation im jeweiligen Auswerteprozess bereits Differenzen der Flächenlage im Bereich weniger Dezimeter entstehen. Weiterhin sind die Ergebnisse der innerörtlichen automatischen Oberflächenrekonstruktion dadurch geprägt, daß die Oberflächenrauigkeit in der Regel sehr viel höher als die verwendete Auflösung für die Geometriefacetten ist. Typische Beispiele neben den erwähnten Dachüberständen stellen Dachaufbauten und Schornsteine dar. Weisen diese eine lokal dominierende Grauwerttextur auf, so haben sie natürlich auch Einfluß auf das lokale Rekonstruktionsergebnis, so daß die Ergebnisfläche lokal eher etwas über dem wahren Dachflächenverlauf zu liegen kommt, vgl. Abb. 8-7 bis 8-9. Die zugehörigen Genauigkeitsmaße geben an solchen Orten die Unsicherheit der ausgeglichenen Fläche an, aber nicht, welche wahren Differenzen zum Verlauf der Dachfläche lokal jeweils noch vorhanden sind. Damit charakterisieren sie zwar weiterhin korrekt das Zuordnungsergebnis, verlieren aber durch die zu optimistischen Werte, gegenüber den punktuell zu erwartenden wahren Differenzen, etwas an Praxisrelevanz. Die exakte Definition und Elimination solcher Störungen muß, bei entsprechendem Bedarf, Inhalt einer semantisch-orientierten Nachbearbeitung sein und liegt außerhalb des Themenbereichs dieser Arbeit.

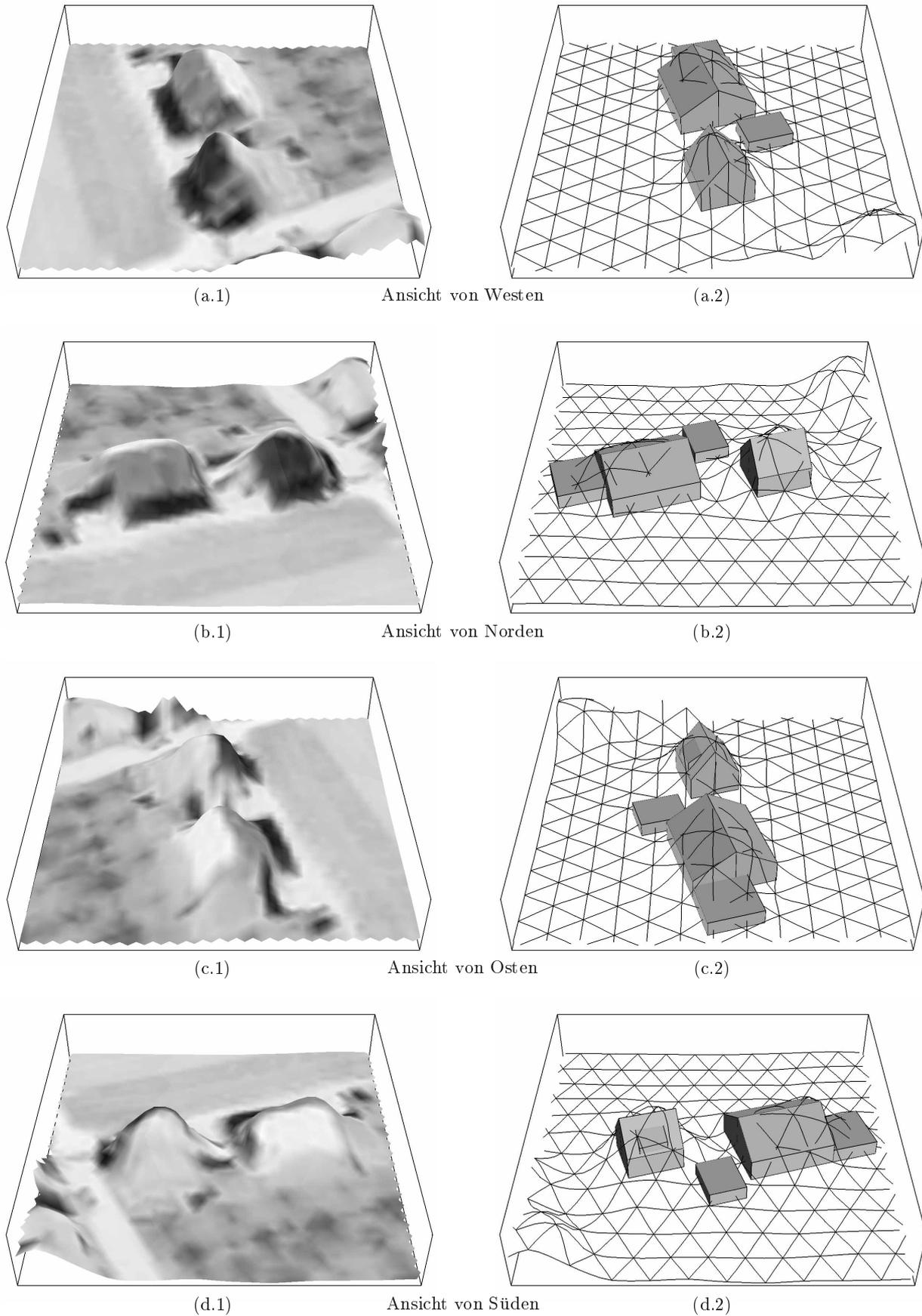


Abbildung 8-6: Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (4. Pyramidenstufe), Beispiel *Gebäude 1*. (a.1) bis (d.1): Rekonstruierte Oberflächengrauwerte. (a.2) bis (d.2): Resultierende Geometriefacetten sowie vom Operateur manuell-interaktiv erfasste Gebäudeumrisse.

Die Abb. 8-7 bis 8-9 zeigen die Rekonstruktionsergebnisse der in Abb. 8-5 markierten Szenen in jeweils vier Perspektivansichten, mit den rekonstruierten Oberflächengrauwerten auf der resultierenden Geometriebeschreibung. Die in den Bildern sichtbaren Außenwände werden mit guter Qualität wiederhergestellt – vgl. die jeweiligen Westansichten in den Abb. 8-7(a) bis 8-9(a). Dagegen geben die übrigen Ansichten die meist aus der unvollständigen Aufnahmeconfiguration resultierenden Rekonstruktionsfehler in Form von z.T. erheblichen Deformationen wieder – insbesondere die Gebäudesüdwände sind in den verwendeten Bildern generell unsichtbar, vgl. die Abb. 8-7(d) bis 8-9(d). Auch die Sichtbarkeit der Ostwände in nur einem Bild kann nichts zur geometrischen Rekonstruktion beitragen, vgl. Abb. 8-9. Die unvollständigen Sichtbarkeitsverhältnisse spiegeln sich also erwartungsgemäß in den Rekonstruktionsergebnissen wider. Dabei legen im Fall unsichtbarer Außenwände die Regularisierungsgleichungen eine die Wirklichkeit nur grob approximierende Überbrückung des sichttoten Raumes zwischen Dachkante und Boden fest. Diese schlecht rekonstruierten Bereiche könnten prinzipiell durch eine nachbearbeitende Analyse der jeweiligen Schnittwinkel zwischen dem lokalen Oberflächennormalenvektor und den einfallenden Projektionsstrahlen aus den Bildern ermittelt und gekennzeichnet oder eliminiert werden.

In der Praxis wird man aber im Sinne einer möglichst vollständigen Ergebnisdarstellung immer anstreben, das Sichtbarkeitsproblem durch eine adäquate Befliegungsplanung nach den in Kap. 6.2.3 angegebenen Ansprüchen der Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung zu minimieren. Hier verdeutlichen die anhand der unvollständigen Aufnahmeconfiguration gewonnenen Ergebnisse, daß die auch bei einer vollständigen Aufnahmeconfiguration vereinzelt möglichen Sichtbarkeitslücken das Endergebnis zwar lokal beeinträchtigen können, insgesamt gesehen den Rekonstruktionsablauf aber nicht nachhaltig stören.

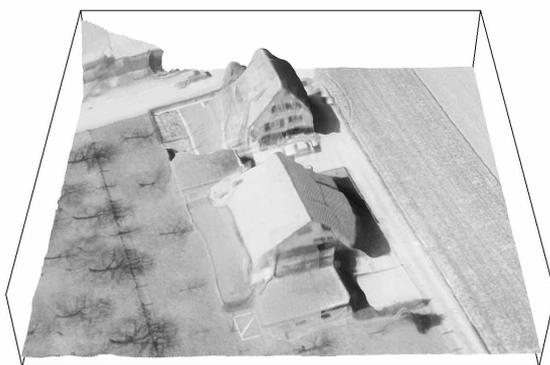
Die global mit einem festen Gewicht angesetzten Regularisierungsgleichungen bewirken, daß sämtliche Gebäudekanten tendenziell geglättet bzw. abgerundet rekonstruiert werden. Auf die Anwendung ausgefeilter Regularisierungstechniken wurde hier im Sinne einer möglichst einfachen und damit vollautomatischen Vorgehensweise bewußt verzichtet. Die in diesem Kapitel vorgelegten Beispiele sollen in erster Linie die neuen Möglichkeiten der 3D-Oberflächenmodellierung im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum dokumentieren, die Mittel zur möglichst scharfen Rekonstruktion von Bruchkanten, hier seien Gebäudekanten miteinbezogen, konnten dabei noch nicht völlig ausgeschöpft werden. In diesem Zusammenhang sind über die Einbeziehung der Konzepte der adaptiven Regularisierung, der angepaßten Wahl der lokalen Regularisierungsgewichte und auch der adaptiven Wahl der einzelnen Stützpunktpositionen noch weitere Qualitätssteigerungen zu erwarten, vgl. Kap. 7.2.1.



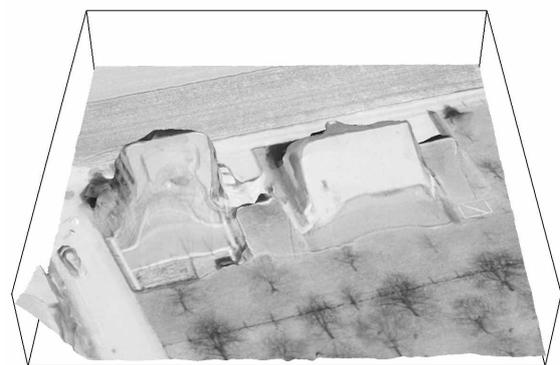
(a) Ansicht von Westen



(b) Ansicht von Norden

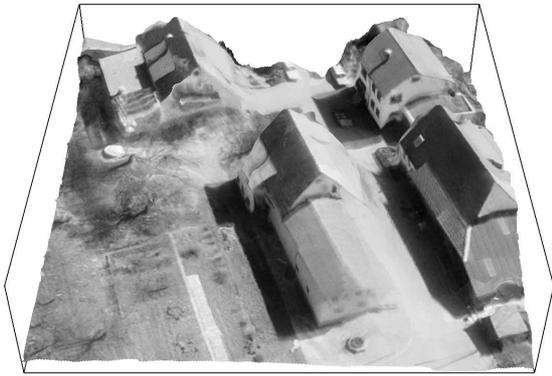


(c) Ansicht von Osten



(d) Ansicht von Süden

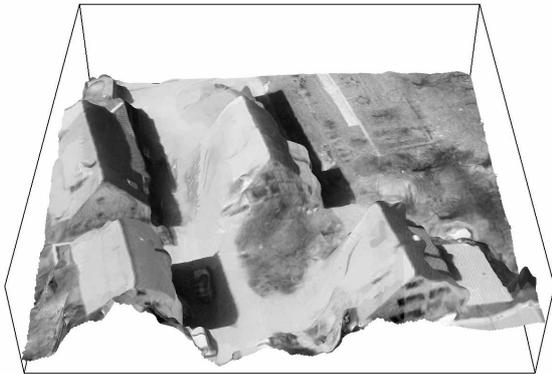
Abbildung 8-7: Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (1. Pyramidenstufe), Beispiel *Gebäude 1*



(a) Ansicht von Westen



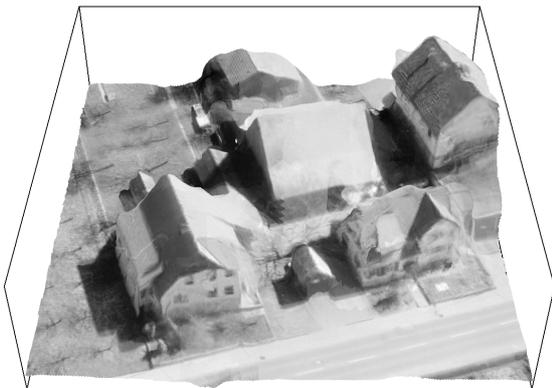
(b) Ansicht von Norden



(c) Ansicht von Osten



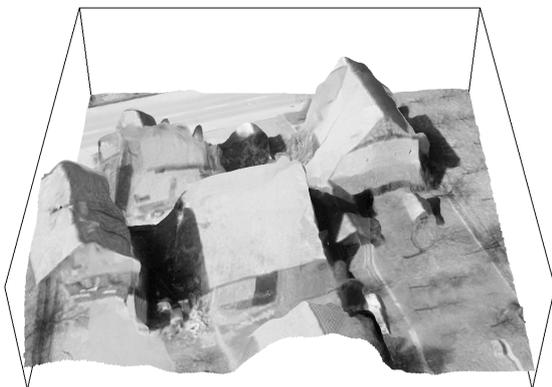
(d) Ansicht von Süden

Abbildung 8-8: Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (1. Pyramidenstufe), Beispiel *Gebäude 2*

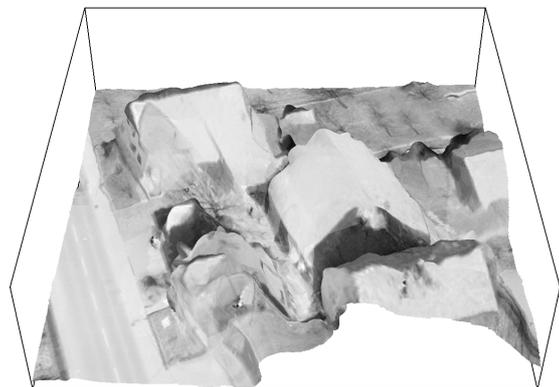
(a) Ansicht von Westen



(b) Ansicht von Norden



(c) Ansicht von Osten



(d) Ansicht von Süden

Abbildung 8-9: Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung (1. Pyramidenstufe), Beispiel *Gebäude 3*

Signifikante Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Rekonstruktion mit einer $2\frac{1}{2}$ D- und einer 3D-Oberflächenmodellierung sind nach den in Kap. 8.1 gewonnenen Erkenntnissen nur in der Umgebung der Gebäudeaußenwände, also nahe vertikal verlaufender Oberflächenbereiche, zu erwarten. Typischerweise erfolgt bei Verwendung der $2\frac{1}{2}$ D-Flächenmodellierung ein eher allmählicher Flächenanstieg im Gegensatz zu dem real existierenden Höhengsprung, vgl. Abb. 3-2 auf S. 30. Um diesen charakteristischen Unterschied der jeweiligen Ergebnisse für die in Abb. 8-5 markierten Szenen anzugeben, werden in Ergänzung zu den jeweiligen Orthobildern in den Abb. 8-11(a) bis 8-13(a) die Flächenneigungskarten der rekonstruierten geometrischen Oberfläche dargestellt: In Abb. 8-11(c) bis 8-13(c) für die $2\frac{1}{2}$ D- und in Abb. 8-11(d) bis 8-13(d) für die 3D-Flächenmodellierung. Dabei findet für beide Ergebnisse die in 8-10 skizzierte Legende Verwendung.

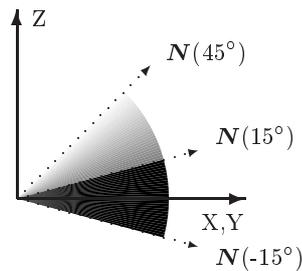


Abbildung 8-10: Legende der Oberflächenneigungsbilder in den Abb. 8-11(c) und (d) bis 8-13(c) und (d). Die Grauwertabstufung verweist auf einen Winkel zwischen der Horizontalebene (= X, Y -Ebene) im Objektraum und dem lokalen Flächennormalenvektor N von 15° bis 45° . Die schwarze Markierung zeigt für diesen Winkel einen Betrag kleiner als 15° an. Für die weißen Bereiche ist der Winkel zwischen der Horizontalebene und dem lokalen Flächennormalenvektor N größer als 45° .

Die Grauwertfestlegung für die Neigungskarten erfolgt derart, daß mit den einzelnen Graustufen die steilsten Oberflächenanteile aus der $2\frac{1}{2}$ D-Rekonstruktion im wesentlichen abgedeckt werden, während annähernd vertikale Flächenbereiche schwarz markiert sind. Ergänzend sind in den Abb. 8-11(b) bis 8-13(b) ausschließlich die Oberflächengebiete schwarz markiert, für welche bei der Rekonstruktion mit der 3D-Flächenmodellierung die jeweilige (X, Y)-Koordinate der Horizontalebene mehrfach von der resultierenden Fläche durchlaufen wird. An diesen Stellen kommt die spezifische Eigenschaft der 3D-Modellierung, auch vertikale bis überhängende Flächenteile nachbilden zu können, im Endergebnis der Rekonstruktion wirklich zum Tragen.

Der Vergleich der Flächenneigungsbilder in den Abb. 8-11(c) und (d) bis 8-13(c) und (d) belegt deutlich, daß die vertikalen Flächenbereiche durch die 3D-Modellierung eine erheblich verbesserte Ausdifferenzierung als bei Verwendung der $2\frac{1}{2}$ D-Modellierung erfahren. Natürlich beschränkt sich diese Steigerung der Ergebnisqualität im wesentlichen auf die jeweils in mindestens zwei Bildern sichtbaren Gebäudeflächen, entsprechend treten vertikal rekonstruierte Flächenbereiche nahezu ausschließlich auf den Nord- und Westseiten der Gebäude auf, vgl. Abb. 8-11(b) bis 8-13(b). Für die sichtabgewandten vertikalen Flächen werden mit der 3D-Modellierung nur geringfügig bessere Ergebnisse erzielt, teilweise erfolgt der Übergang vom Dach- zum Geländebereich aber auch hier etwas abrupter. Erstaunlich gut sind die Ergebnisse in Abb. 8-13, da hier erschwerend hinzukam, daß der Anteil der beteiligten Luftbilder mit fünf Bildern für die Westseite des Ausschnitts und mit nur noch zwei Bildern für die Nordostecke des Ausschnitts sehr stark variiert.

In den Orthobildern Abb. 8-11(a) bis 8-13(a) sind die Restfehler des geometrischen Rekonstruktionsergebnisses zwar noch deutlich zu erkennen, insgesamt aber wird der Bildversatz an den Gebäuderändern recht gut minimiert. Leider fehlt in der vorliegenden Aufnahmeconfiguration nach Abb. 2-3 auf S. 17 im Vergleich zur idealen Aufnahmeconfiguration nach Abb. 6-6(a), S. 77, unter anderem das Nadirbild für den Bereich der Ortschaft *Walddorfhäslach-Gniebel*. Bei einer vollständigen Aufnahmeconfiguration wäre auch für das hochaufgelöste Orthobild noch eine deutliche Qualitätssteigerung zu erwarten, und zwar sowohl über die rekonstruierten Oberflächengrauwerte selbst als auch über den alternativen Weg einer nachträglichen Projektion der Nadirbildpixel auf die rekonstruierte Objektoberfläche. Die vollautomatische Generierung von nahezu bildversatzfreien Orthobildern in städtischen Gebieten gehört damit auch zum Aufgabenspektrum der dreidimensionalen Oberflächenrekonstruktion im Objektraum, da vergleichbare Ergebnisse z.Zt. meist mit einem erheblich größeren Anteil an manuell-interaktiver Arbeit durch den Photogrammetrieoperateur erfolgen, vgl. z.B. [Dan 1996].

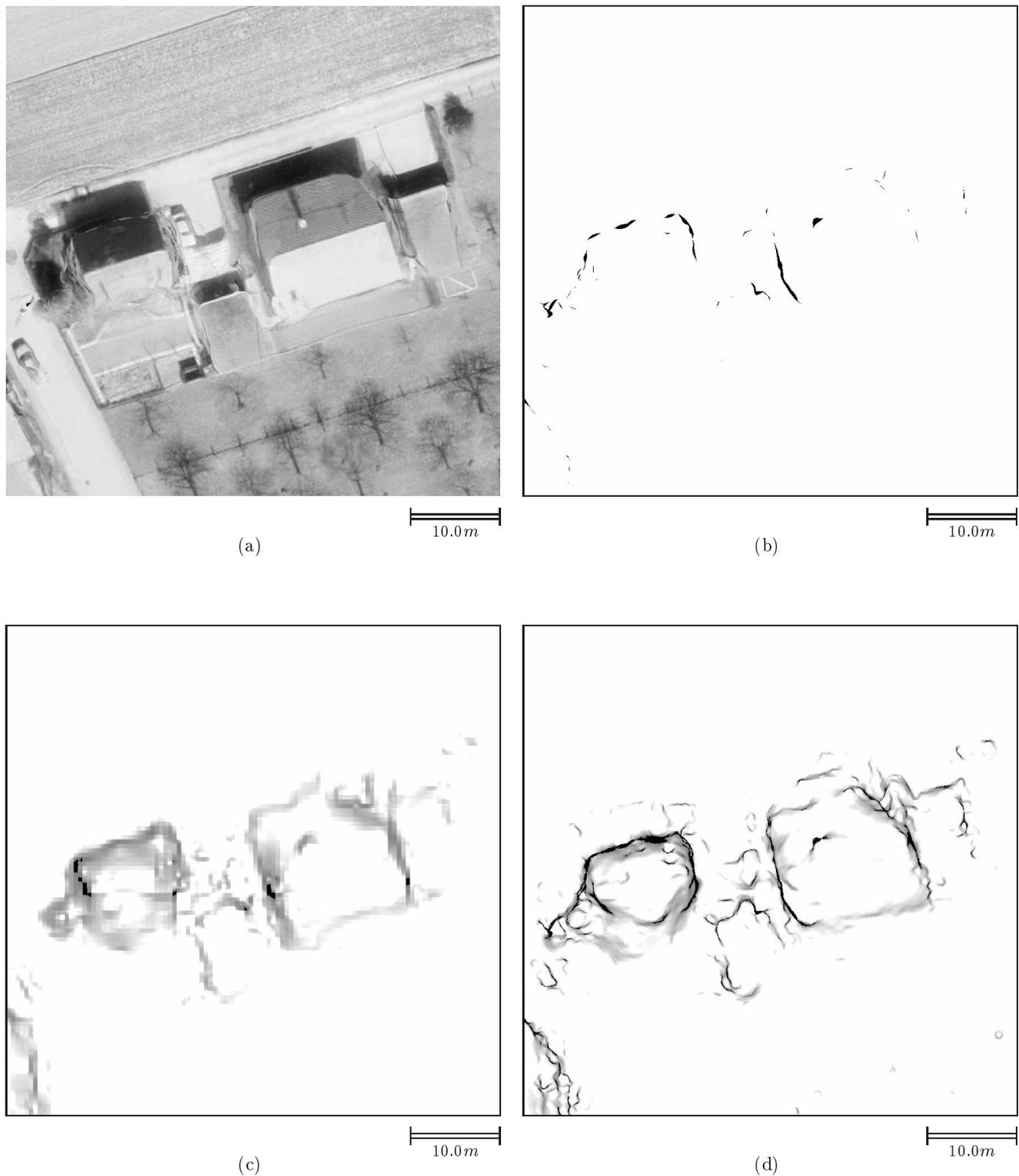


Abbildung 8-11: Rekonstruktion mit der $2\frac{1}{2}$ D- und der 3D-Flächenmodellierung im Vergleich (1. Pyramidenstufe), Beispiel *Gebäude 1*. (a): Rekonstruiertes Orthobild (3D-Modellierung). (b): Gebiete mit vertikal verlaufendem Oberflächenanteil der 3D-Modellierung. (c): Neigungsbild des Rekonstruktionsergebnisses mit der $2\frac{1}{2}$ D-Flächenmodellierung. (d): Neigungsbild des Rekonstruktionsergebnisses mit der 3D-Flächenmodellierung.

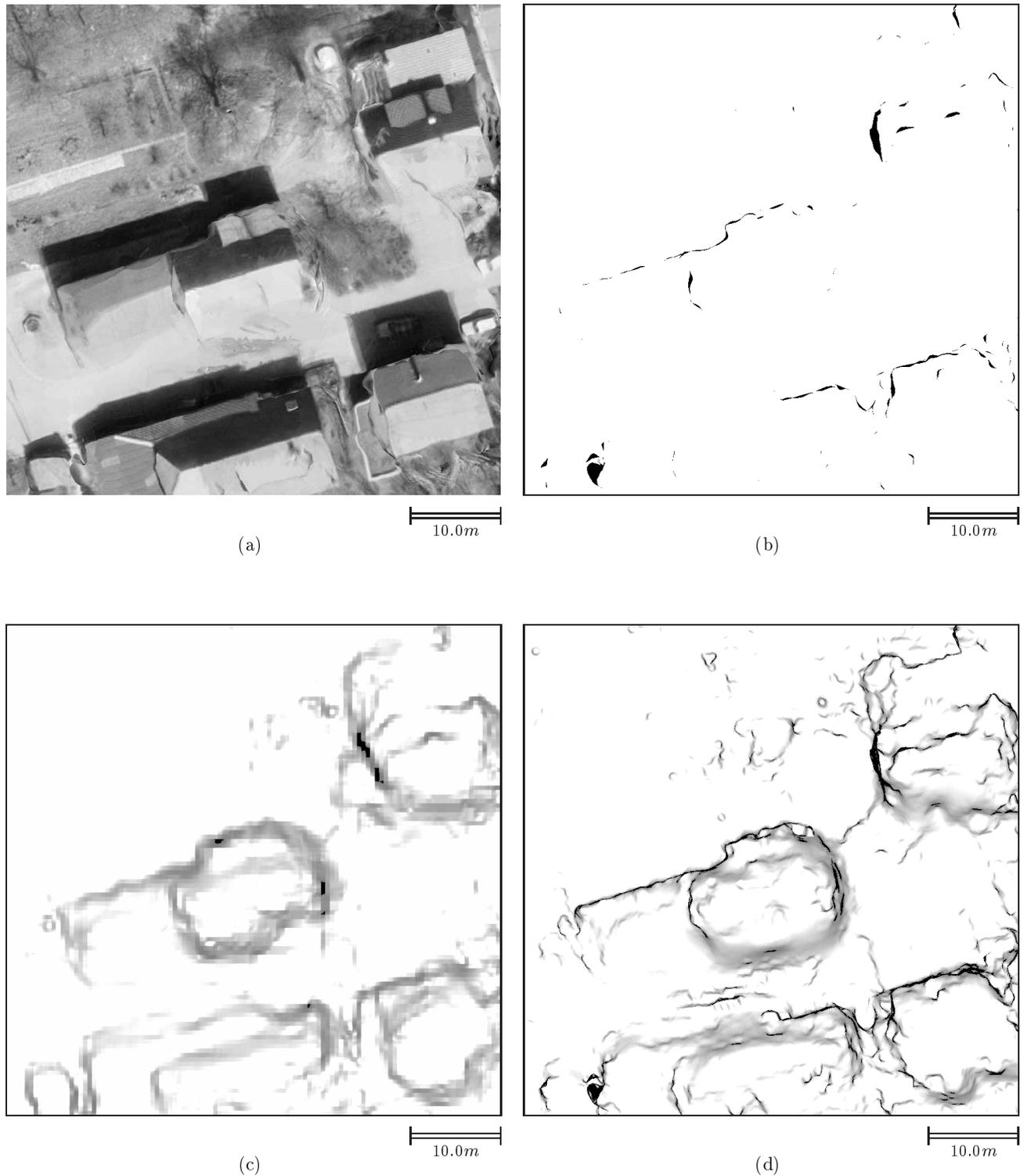


Abbildung 8-12: Rekonstruktion mit der $2\frac{1}{2}$ D- und der 3D-Flächenmodellierung im Vergleich (1. Pyramidenstufe), Beispiel *Gebäude 2*. (a): Rekonstruiertes Orthobild (3D-Modellierung). (b): Gebiete mit vertikal verlaufendem Oberflächenanteil der 3D-Modellierung. (c): Neigungsbild des Rekonstruktionsergebnisses mit der $2\frac{1}{2}$ D-Flächenmodellierung. (d): Neigungsbild des Rekonstruktionsergebnisses mit der 3D-Flächenmodellierung.

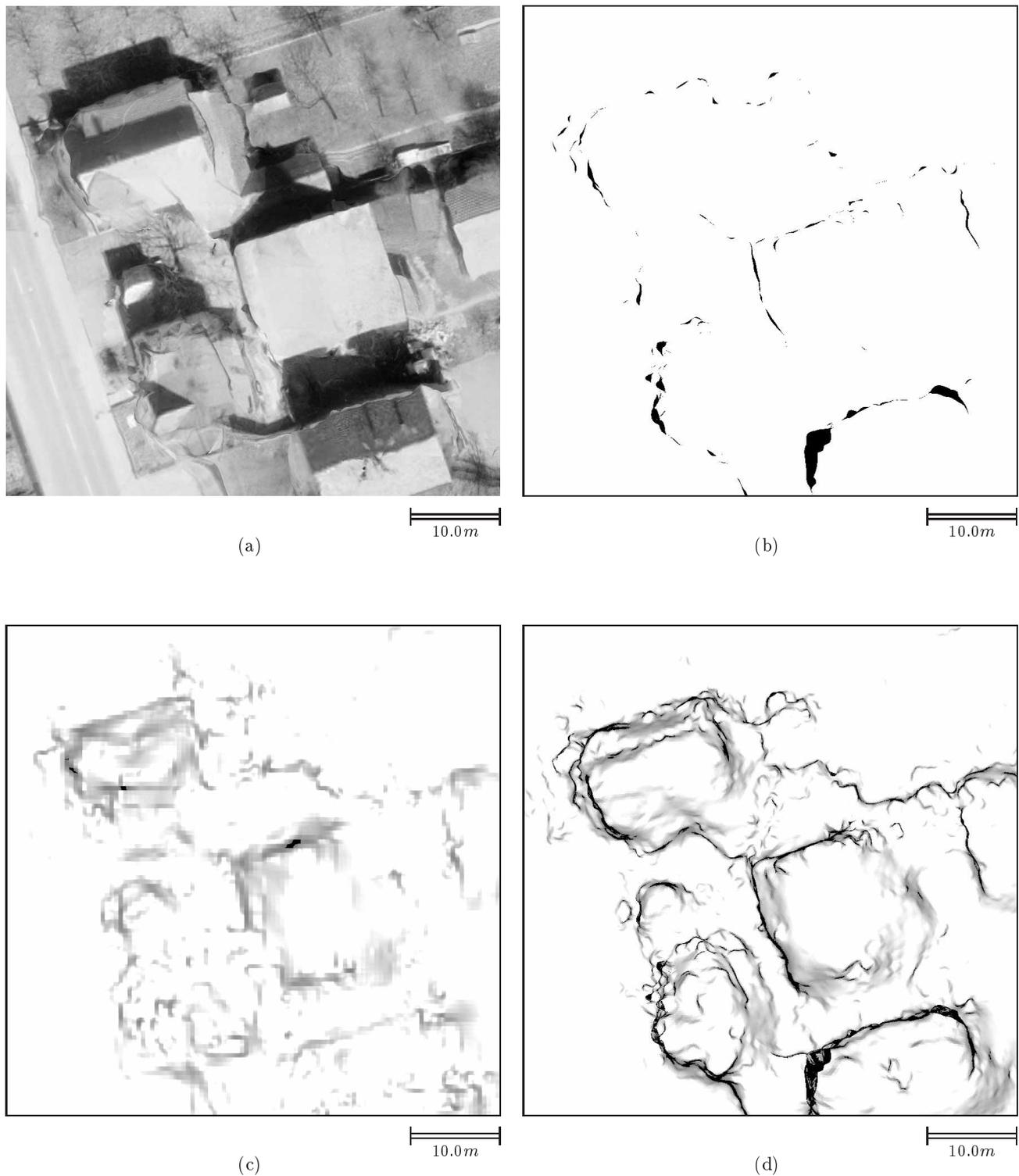


Abbildung 8-13: Rekonstruktion mit der $2\frac{1}{2}$ D- und der 3D-Flächenmodellierung im Vergleich (1. Pyramidenstufe), Beispiel *Gebäude 3*. (a): Rekonstruiertes Orthobild (3D-Modellierung). (b): Gebiete mit vertikal verlaufendem Oberflächenanteil der 3D-Modellierung. (c): Neigungsbild des Rekonstruktionsergebnisses mit der $2\frac{1}{2}$ D-Flächenmodellierung. (d): Neigungsbild des Rekonstruktionsergebnisses mit der 3D-Flächenmodellierung.

Die in diesem Kapitel wiedergegebenen Ergebnisbeispiele belegen nicht nur eine deutliche Qualitätssteigerung der geometrischen Ergebnisse, wenn bei entsprechendem Modellierungsbedarf anstelle der $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung eine 3D-Modellierung im Objektraum zur Verfügung steht. Sie bestätigen weiterhin ein sehr gutes Verhältnis von dem erzielten Nutzen gegenüber den zu erbringenden Kosten, da sich die Rechenzeitanforderungen beim Übergang auf eine 3D-Modellierung auch unter ungünstigsten Vergleichsannahmen nur unwesentlich erhöhen, vgl. Kap. 8.1. Daher darf das Facetten-Stereosehen auf der Basis einer 3D-Oberflächenmodellierung als erfolgreiche Verallgemeinerung des bisherigen Ansatzes bei vertretbarem Mehraufwand angesehen werden.

Obwohl z.B. die potentiellen Möglichkeiten der adaptiven Regularisierung bzw. der adaptiven Facettierung mit der vorliegenden Softwareimplementation noch nicht völlig ausgeschöpft werden, ist das primäre Ziel dieser Arbeit, den Nachweis für den erfolgreichen Einsatz einer 3D- gegenüber einer $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenmodellierung zu erbringen, in vollem Umfang erreicht worden.

9 Wertung und Ausblick

Obwohl in der Photogrammetrie heute außer Frage steht, daß die ikonische Bildzuordnung im Objektraum eine vollständige und flexible Formulierung für vielfältige Aufgabenstellungen in der Photogrammetrie bietet, so findet man immer noch die Ansicht über sie, vgl. [Maas 1997], daß sie rechentechnisch zu aufwendig sei. Möglicherweise markiert diese Arbeit in diesem Zusammenhang einen Wendepunkt, denn die hier beschriebenen Softwarelösungen erlauben heute beim Einsatz moderner PC-Standardtechnik die Auswertung kompletter Luftbildmodellbereiche in höchster Auflösung – und zwar über Nacht.

Im Hinblick auf die Anforderungen der Mehrbildzuordnung im Objektraum wird in dieser Arbeit eine allgemeine 3D-Oberflächenrepräsentation entwickelt und in den Ansatz des Facetten-Stereosehens integriert. Es wird verifiziert, daß mit der neuen Modellierung und den entsprechend verallgemeinerten Algorithmen der Übergang auf eine allgemeine Fläche im \mathbb{R}^3 gelingt. Durch diese Fähigkeit zur automatischen Ausbildung einer allgemeinen dreidimensionalen topologischen Stützpunktverknüpfung wird das neue Rekonstruktionsverfahren als eigenständige Variante der Verfahren zur Bildung einer 3D-Oberflächenvermaschung bewertet. Für den Fall der Oberflächenrekonstruktion bebauter Bereiche aus großmaßstäbigen Luftbildern wird nachgewiesen, daß mit dem neuen Verfahren eine signifikante geometrische Qualitätssteigerung gegenüber den bisher üblichen Verfahren auf der Basis von $2\frac{1}{2}$ D-Oberflächenrepräsentationen, wie beispielsweise der bilinearen Interpolation zwischen Stützpunkten auf einem Quadratraster, erzielt wird.

Der Einsatz der neuen 3D-Oberflächenmodellierung im Rahmen der photogrammetrischen Oberflächenrekonstruktion im Objektraum ist immer dann sinnvoll, wenn auch genügend Information für eine Ergebnisrepräsentation mit vollständig dreidimensionalem Charakter vorliegt. Diese Prämisse wird bei der klassischen Zweibildzuordnung nicht erfüllt, erst die simultane Mehrbildzuordnung öffnet die Tür zur allgemeinen 3D-Rekonstruktion. Am Beginn dieser Arbeit steht daher die Diskussion des enormen Potentials der simultanen Mehrbildzuordnung im Objektraum gegenüber den teilweise eingeschränkten Möglichkeiten der digitalen Zweibildauswertung. Es wird aufgezeigt, daß die Nutzung von mehr als zwei Bildern bei der automatisierten DGM-Ableitung den manuell-interaktiven Nachbearbeitungsbedarf der Ergebnisse grundsätzlich vermindert. Die simultane Mehrbildzuordnung verweist damit grundsätzlich auf automationsgerechtere Produktionswege, wobei allerdings die Verarbeitung von erheblich vergrößerten Datenmengen zu akzeptieren ist. Mit den beschriebenen Möglichkeiten zur Integration multisensoraler, multispektraler und multitemporaler Bilddaten wird sichergestellt, daß die Aufnahmeplanung auch für die simultane Mehrbildauswertung eine lösbare Aufgabe bleibt. Insbesondere durch den neuartigen multitemporalen Ansatz gewinnt man die Freiheit, nicht für alle an der Rekonstruktion beteiligten Bilder das Prinzip eines möglichst gleichzeitigen Aufnahmezeitpunkts einhalten zu müssen.

Das Konzept der transfiniten Interpolanten hat sich für die geometrische Beschreibung G^1 -stetiger Oberflächen im \mathbb{R}^3 bewährt. Die Interpolationsfläche zwischen den unregelmäßig im \mathbb{R}^3 verteilten Stützpunkten kann über die streng lokale Definition der Interpolanten auch nach Stützpunktverschiebungen schnell und numerisch stabil wieder aufgebaut werden, insbesondere beim Rückgriff auf die hier vorgeschlagenen linearen Unterteilungsstrategien. Durch diese Qualitäten empfehlen sich die transfiniten Interpolanten auch für alternative geodätische Aufgabenstellungen, z.B. für die zeitabhängige Beschreibung von Oberflächenverläufen in hochgradig automatisierten Meßprozessen.

Durch den konsequenten Einsatz linearer, iterativer Berechnungsschemata und die Nutzung effizienter Strukturierungsmethoden konnte der plattformunabhängige Rechenzeitbedarf des 3D-Rekonstruktionsverfahrens zunächst um mehr als den Faktor sechs bis acht gegenüber früheren $2\frac{1}{2}$ D-Softwareversionen abgesenkt werden. Viele dieser Möglichkeiten lassen sich synergetisch auch für die $2\frac{1}{2}$ D-Rekonstruktion umsetzen. Nach der Optimierung beider Varianten verbleibt für den Übergang auf die 3D-Rekonstruktion lediglich eine maximale Erhöhung des Rechenzeitbedarfs von kleiner als 10% vom Gesamtbudget.

Die mit dem 3D-Rekonstruktionsansatz erzielten Genauigkeiten für die Objektraumgeometrie liegen grundsätzlich in der Größenordnung, wie sie bereits früher für die $2\frac{1}{2}$ D-Rekonstruktion dokumentiert wurde. Damit betragen auch für die 3D-Rekonstruktion die erreichten Genauigkeiten teilweise deutlich unter $\sim 0.09 \text{ ‰}$ · Flughöhe und übertreffen so in vielen Fällen die am analytischen Plotter erzielbaren Ergebnisse. Für Gebiete im Objektraum mit explizitem 3D-Modellierungsbedarf resultiert bei entsprechender Sichtbarkeit der vertikalen Flächen eine signifikante Steigerung der Ergebnisqualität gegenüber den $2\frac{1}{2}$ D-Rekonstruktionsergebnissen.

Anhand der Anwendungsbeispiele auf der Basis großmaßstäbiger Luftbilder können neue Produktqualitäten für die Rekonstruktion bebauter Gebiete nachgewiesen werden. Exemplarisch sei zunächst auf die vollautomatische Orthobildgenerierung hingewiesen, für die hier ein minimierter Punktversatz für Gebäudedachflächen erreicht wird. Dadurch werden Gebäudeseitenflächen kaum mehr in das resultierende Orthobild abgebildet. Diese Eigenschaft stellt einen entscheidenden Schritt hin zu einer hochqualitativen, automatisierten Orthobildproduktion dar. Durch das vollständige 3D-Oberflächenmodell können im Verlauf des Rekonstruktionsprozesses auch vertikale bis überhängende Gebäudeteile im Objektraum herausgearbeitet werden. Die resultierende dreidimen-

sionale Qualität des Rekonstruktionsergebnisses wird in vielen Fällen die sich anschließenden Bearbeitungsschritte vereinfachen. Dazu gehören hier beispielsweise die Gebäudedetektion, die Ableitung von Gebäudeumrissen und natürlich auch die Gebäuderekonstruktion. Während die steilen Seitenflanken im Rahmen der Gebäudedetektion die Abgrenzung einzelner Gebäude erheblich erleichtern, wird auch die automatisierte Auswahl eines Gebäudemodells sowie der Übergang auf ein gewähltes parametrisches oder prismatisches Gebäudemodell durch die optimierte geometrische Grundlage stark unterstützt.

Die allgemeine Formulierung der neuen Methode prädestiniert sie auch für Anwendungen im photogrammetrischen Nahbereich, auch wenn bisher kein praktischer Nachweis vorliegt. Hier sollten sich, insbesondere im Hinblick auf die Rückgewinnung von CAD-Beschreibungen aus vorliegenden Formmodellen (*reverse engineering*), interessante neue Möglichkeiten ergeben. Die Verallgemeinerung des Geometriemodells könnte sich hier ähnlich positiv wie für die Gebäuderekonstruktion niederschlagen. Vorteilhaft, insbesondere für die Architekturphotogrammetrie, ist die Möglichkeit zur Einbeziehung von Bildern, welche bei unterschiedlichen Sonnenständen aufgenommen wurden. Prinzipiell wäre sogar die simultane Integration von Luftbildern und terrestrischen Bildern nach dem beschriebenen Ansatz algorithmisch und technisch machbar. Durch die inhaltliche Nähe der hier vorgeschlagenen Oberflächenmodelle zu populären Vorgehensweisen der interaktiven Computergraphik ist das neue 3D-Rekonstruktionsverfahren grundsätzlich auch als Werkzeug zur Konstruktion virtueller Welten (*virtual reality*) bestens geeignet, seine potentiellen Einsatzgebiete weisen damit über klassische photogrammetrische Aufgabenstellungen hinaus.

Literatur

- Akima, H. (1978): *A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for irregularly distributed data points*, Algorithm 526. ACM Transactions on Mathematical Software 4: 148–159, 160–164.
- Akkiraju, N.; H. Edelsbrunner; M. Facello; P. Fu; E. P. Mücke; C. Varela (1995): *Alpha shapes: Definition and software*. In *Proceedings of the 1st International Computational Geometry Software Workshop*, S. 63–66.
- Aldus Developers Desk (1992): *TIFF™ Revision 6.0 Final*. Aldus Corporation, Seattle, WA.
- Alfeld, P. (1989): *Scattered data interpolation in three or more variables*. In Lyche, T.; L. L. Schumaker, Hrsg., *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design*, S. 1–33. Academic Press, London.
- Allgower, E. L.; S. Gnutzmann (1991): *Simplicial pivoting for mesh generation of implicitly defined surfaces*. CAGD 8: 305–325.
- Baltsavias, E. P. (1991): *Multiphoto Geometrically Constrained Matching*. Dissertation, ETH Zürich, Nr. 9561, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie.
- Baltsavias, E. P.; S. Mason; D. Stallmann (1995): *Use of DTMs/DSMs and orthoimages to support building extraction*. In Grün, A.; O. Kuebler; P. Agouris, Hrsg., *Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images*, S. 199–210. Birkhäuser, Basel.
- Barber, C. B.; D. P. Dobkin; H. Huhdanpaa (1996): *The quickhull algorithm for convex hulls*. ACM Transactions on Mathematical Software 22(4): 469–483.
- Beer, C. (1995): *Gewinnung großmaßstäbiger topographischer Daten für die Simulation und Planung von Mobilfunknetzen*. Diplomarbeit, TH Darmstadt, Institut für Photogrammetrie und Kartographie.
- Beers, B. J. (1997): *3-D landsurveying using the FRANK method: CycloMedia Mapper*. In Grün, A.; H. Kahmen, Hrsg., *Optical 3-D Measurement Techniques IV*, S. 283–290. Wichmann, Karlsruhe.
- Belhumeur, P. N. (1993): *A binocular stereo algorithm for reconstructing sloping, creased, and broken surfaces in the presence of half-occlusion*. In *Proc. Fourth International Conference on Computer Vision*, S. 431–438. IEEE Computer Society Press, Berlin.
- Bengtsson, B.-E.; S. Nordbeck (1964): *Construction of isarithms and isarithmic maps by computers*. BIT 4: 87–105.
- Bertero, M. (1986): *Regularization methods for linear inverse problems*. In Talenti, G., Hrsg., *Inverse Problems*, S. 52–112. Springer, Berlin.
- Besl, P. J. (1988): *Surfaces in Range Image Understanding*. Springer, New York.
- Beyer, H. A. (1992): *Geometric and Radiometric Analysis of a CCD-Camera Based Photogrammetric Close-Range System*. Dissertation, ETH Zürich, Nr. 9701, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie.
- Boissonnat, J.-D. (1984): *Geometric structures for three-dimensional shape representation*. ACM Transactions on Graphics 3(4): 266–286.
- Bolle, R. M.; B. C. Vemuri (1991): *On three-dimensional surface reconstruction methods*. IEEE PAMI 13(1): 1–13.
- Boochs, F.; G. Heinz (1996): *Generation and use of digital surface models for volume objects*. In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 70–76. Wien.
- Bösemann, W. (1994): *Ein photogrammetrisches Verfahren zur modellgestützten Objektrekonstruktion*. Dissertation, TU Braunschweig, DGK C 422, München.
- Bowyer, A. (1981): *Computing Dirichlet tessellations*. The Computer Journal 24(2): 162–166.
- Braun, C.; T. H. Kolbe; F. Lang; W. Schickler; V. Steinhage; A. B. Cremers; W. Förstner; L. Plümer (1995): *Models for photogrammetric building reconstruction*. Computer & Graphics 19(1): 109–118.
- Bronštejn, I. N.; K. A. Semendjajew (1985): *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, Thun, 22. Aufl.
- Brown, K. Q. (1979): *Voronoi diagrams from convex hulls*. Information Processing letters 9(5): 223ff.
- Buziek, G. (1990): *Neuere Untersuchungen zur Dreiecksvermaschung*. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen Reihe I(105): 41–51.
- Cavendish, J. C.; D. A. Field; W. H. Frey (1985): *An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation*. IJNME 21: 329–347.
- Chew, L. P. (1989): *Constrained Delaunay triangulations*. Algorithmica 4: 97–108.
- Choi, B. K.; H. Y. Shin; Y. I. Yoon; J. W. Lee (1988): *Triangulation of scattered data in 3d space*. Computer-Aided Design 20(5): 239–248.
- Chow, E.; Y. Saad (1997): *Approximate inverse preconditioners for general sparse matrices*. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing 18.
- Cochran, S. D.; G. Medioni (1992): *3-d surface description from binocular stereo*. IEEE PAMI 14(10): 981–994.
- Collins, R. T.; A. R. Hanson; E. M. Riseman; H. Schultz (1995): *Automatic extraction of buildings and terrain from aerial images*. In Grün, A.; O. Kuebler; P. Agouris, Hrsg., *Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images*, S. 169–178. Birkhäuser, Basel.
- Dan, H. (1996): *Rekonstruktion generischer Gebäudemodelle aus Punktwolken und deren Abbildungskorrekturen in Orthobildern*. Dissertation, ETH Zürich, Nr. 11759, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie.
- De Floriani, L. (1989): *A pyramidal data structure for triangle-based surface description*. IEEE Computer Graphics & Applications 9(3): 67–78.
- De Floriani, L.; S. Bussi; P. Magillo (1998): *Triangle-based surface models*. Technical Report DISI-TR-98-05, Department of Computer and Information Sciences (DISI), University of Genova.
- De Floriani, L.; B. Falcidieno; G. Nagy; C. Pienovi (1984): *A hierarchical structure for surface approximation*. Computer & Graphics 8(2): 183–193.
- De Floriani, L.; P. Magillo (1994): *Visibility algorithms on triangulated digital terrain models*. IJGIS 8(1): 13–41.

- De Floriani, L.; E. Puppo (1992): *An on-line algorithm for constrained Delaunay triangulation*. CVGIP: Graphical Models and Image Processing 54(3): 290–300.
- De Floriani, L.; E. Puppo (1995): *Hierarchical triangulation for multiresolution surface description*. ACM Transactions on Graphics 14(4): 363–411.
- Düppe, R.-D.; H.-J. Gottschalk (1970): *Automatische Interpolation von Isolinien bei willkürlich verteilten Stützpunkten*. AVN 10: 423–426.
- Dwyer, R. A. (1987): *A faster divide-and-conquer algorithm for constructing Delaunay triangulations*. Algorithmica 2: 137–151.
- Ebner, H.; D. Fritsch; W. Gillessen; C. Heipke (1987): *Integration von Bildzuordnung und Objektrekonstruktion innerhalb der Digitalen Photogrammetrie*. Bildmessung und Luftbildwesen (BuL) 55(5): 194–203.
- Ebner, H.; C. Heipke; M. Holm (1993): *Global image matching and surface reconstruction in object space using aerial images*. In *Integrating Photogrammetric Techniques with Scene Analysis and Machine Vision*, Bd. 1944, S. 44–57. SPIE, Orlando, Florida.
- Ebner, H.; W. Reinhardt; L. Tang (1989): *Beiträge der Rasterdatenverarbeitung zum Aufbau digitaler Geländemodelle*. ZfV 114(6): 268–278.
- Edelsbrunner, H.; E. P. Mücke (1994): *Three-dimensional alpha shapes*. ACM Transactions on Graphics 13(1): 43–72.
- Encarnaçao, J. L.; W. Straßer; R. Klein (1996): *Graphische Datenverarbeitung I*. Oldenbourg, München, 4. Aufl.
- Englert, R.; E. Gülch (1996): *One-eye stereo system for the acquisition of complex 3d building descriptions*. GIS 4: 16–21.
- Farin, G. E. (1990): *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A Practical Guide*. Academic Press, San Diego, 2. Aufl.
- Faugeras, O. (1993): *Three-dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint*. Artificial intelligence. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Foley, J. D.; A. van Dam; S. K. Feiner; J. F. Hughes (1990): *Computer Graphics*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- Förstner, W.; R. Pallasko (1993): *Mustererkennung und 3D-Geoinformationssysteme*. In *Geoinformationssysteme – Neue Perspektiven*, 3. Int. Anwenderforum der Akademie für Wissenschaft und Technik. Duisburg.
- Franek, M.; J. Müller (1990): *Regularizing visible surface reconstruction with Facets Stereo Vision (FAST Vision)*. In *Proc. of the Symposium 'Progress in Data Analysis', Comm. III of ISPRS*, Bd. IAPRS 28(3/2), S. 132–143. Wuhan.
- Franke, R.; G. M. Nielson (1991): *Scattered data interpolation and applications: A tutorial and survey*. In Hagen, H.; D. Roller, Hrsg., *Geometric Modeling: Methods and Applications*, S. 131–160. Springer, Berlin.
- Fraser, C. S. (1996): *Network design*. In Atkinson, K. B., Hrsg., *Close Range Photogrammetry and Machine Vision*, Kap. 9, S. 256–282. Whittles Publishing, Caithness, UK.
- Frey, W. H. (1987): *Selective refinement: A new strategy for automatic node placement in graded triangular meshes*. IJNME 24: 2183–2200.
- Friehl, M. (1996): *Multigrid-Repräsentation digitaler Bild- und Höhendaten mit Dreieckselementen*. Diplomarbeit, TH Darmstadt, Institut für Photogrammetrie und Kartographie.
- Fritsch, D. (1996a): *Multigitterverfahren – eine hierarchische Vorgehensweise zur indirekten Lösung linearer Gleichungssysteme*. AVN 103(2): 81–88.
- Fritsch, D. (1996b): *Three-dimensional geographic information systems – status and prospects*. In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 215–221. Wien.
- Fua, P. (1995): *Reconstructing complex surfaces from multiple stereo views*. In *Proc. Fifth International Conference on Computer Vision*, S. 1078–1085. Cambridge, Massachusetts.
- Fua, P. (1997): *From multiple stereo views to multiple 3-D surfaces*. IJCV 24(1): 19–35.
- Fua, P.; Y. G. Leclerc (1995): *Object-centered surface reconstruction: Combining multi-image stereo and shading*. IJCV 16: 35–56.
- Garstka, C. (1997): *Datenstrukturen für die Verdeckungsanalyse bei Verwendung einer 3D-Oberflächenrepräsentation für das Facetten-Stereoschen*. Diplomarbeit, TH Darmstadt, Institut für Photogrammetrie und Kartographie.
- Geiger, D.; B. Ladendorf; A. Yuille (1995): *Occlusions and binocular stereo*. IJCV 14: 211–226.
- George, A.; J. W.-H. Liu (1981): *Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Gonzales, R. C.; P. Wintz (1977): *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- Göpfert, W. (1991): *Raumbezogene Informationssysteme*. Wichmann, Karlsruhe, 2. Aufl.
- Gordon, W. J. (1971): *Blending-function methods of bivariate and multivariate interpolation and approximation*. SIAM J. Numer. Anal. 8(1): 158–177.
- Green, P. J.; R. Sibson (1978): *Computing Dirichlet tessellation in the plane*. The Computer Journal 21(2): 168–173.
- Grimson, W. E. L. (1981): *From Images to Surfaces: A Computational Study of the Human Early Visual System*. Artificial intelligence. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Grün, A. (1985): *Adaptive least squares correlation: A powerful image matching technique*. South African Journal of Photogrammetry, Remote Sensing and Cartography 14(3): 175–187.
- Grün, A. (1996): *Least squares matching: A fundamental measurement algorithm*. In Atkinson, K. B., Hrsg., *Close Range Photogrammetry and Machine Vision*, Kap. 8, S. 217–255. Whittles Publishing, Caithness, UK.
- Guibas, L.; J. Stolfi (1985): *Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of Voronoi diagrams*. ACM Transactions on Graphics 4(2): 74–123.
- Gülch, E. (1994): *Erzeugung digitaler Geländemodelle durch automatische Bildzuordnung*. Dissertation, Universität Stuttgart, DGK C 418, München.

- Gülch, E.; H. Müller; T. Läbe; L. Ragia (1998): *On the performance of semi-automatic building extraction*. In *ISPRS Comm. III Symposium 'Object Recognition and Scene Classification from Multispectral and Multisensor Pixels'*, Bd. IAPRS 32(3/1), S. 331–338. Columbus, Ohio.
- Haala, N. (1996): *Gebäuderekonstruktion durch Kombination von Bild- und Höhendaten*. Dissertation, Universität Stuttgart, DGK C 460, München.
- Haala, N.; C. Brenner; K.-H. Anders (1998): *3d urban GIS from laser altimeter and 2d map data*. In *ISPRS Comm. III Symposium 'Object Recognition and Scene Classification from Multispectral and Multisensor Pixels'*, Bd. IAPRS 32(3/1), S. 339–346. Columbus, Ohio.
- Haala, N.; M. Hahn (1995): *Data fusion for the detection and reconstruction of buildings*. In Grün, A.; O. Kuebler; P. Agouris, Hrsg., *Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images*, S. 211–220. Birkhäuser, Basel.
- Hackbusch, W. (1985): *Multi-Grid Methods and Applications*. Springer, Berlin, 1. Aufl.
- Hageman, L.; D. M. Young (1981): *Applied Iterative Methods*. Academic Press, New York.
- Hagen, H.; H. Pottmann (1989): *Curvature continuous triangular interpolants*. In Lyche, T.; L. L. Schumaker, Hrsg., *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design*, S. 373–384. Academic Press, San Diego.
- Hamann, B. (1994): *A data reduction scheme for triangulated surfaces*. CAGD 11: 197–214.
- Haralick, R. M.; L. G. Shapiro (1993): *Computer and Robot Vision*, Bd. II. Addison Wesley, Reading, Massachusetts.
- Heipke, C. (1991): *Integration von Bildzuordnung, Punktbestimmung, Oberflächenrekonstruktion und Orthoprojektion innerhalb der digitalen Photogrammetrie*. Dissertation, TU München, DGK C 366, München.
- Heipke, C. (1996): *Automation of interior, relative and absolute orientation*. In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 297–311. Wien.
- Helava, U. V. (1988): *Object space least squares correlation*. In *ISPRS 16th Congress*, Bd. IAPRS 27(B3) Comm. III, S. 321–330.
- Henricsson, O. (1996): *Analysis of Image Structures using Color Attributes and Similarity Relations*. Dissertation, ETH Zürich, Nr. 11663, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie.
- Hestenes, M. R.; E. Stiefel (1952): *Methods of conjugate gradients for solving linear systems*. Journal of Research National Bureau of Standards 49: 409–436.
- Hild, H.; D. Fritsch (1998): *GeoTIFF – a standard for raster data exchange*. GIS 2: 5–9.
- Hoff, W. A.; N. Ahuja (1989): *Surfaces from stereo: Integrating feature matching, disparity estimation, and contour detection*. IEEE PAMI 11(2): 121–136.
- Hoschek, J. (1984): *Mathematische Grundlagen der Kartographie*. Bibliographisches Institut, Zürich, 2. Aufl.
- Hoschek, J.; D. Lasser (1992): *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. Teubner, Stuttgart, 2. Aufl.
- Huber, P. J. (1981): *Robust Statistics*. Wiley, New York.
- Jähne, B. (1993): *Digitale Bildverarbeitung*. Springer, Berlin, 2. Aufl.
- Jakoby, R.; U. Liebenow (1995): *Modelling of radiowave propagation in microcells*. In *ICAP 95*, IEE Antennas and Propagation. Eindhoven.
- Jänich, K. (1994): *Topologie*. Springer, Berlin, 4. Aufl.
- Jaynes, C. O.; A. Hanson; E. Riseman (1997): *Model-based surface recovery of buildings in optical and ranges images*. In Förstner, W.; L. Plümer, Hrsg., *Semantic Modeling for the Acquisition of Topographic Information from Images and Maps*, S. 211–227. Birkhäuser, Basel.
- Jin, H.; R. I. Tanner (1993): *Generation of unstructured tetrahedral meshes by advancing front technique*. IJNME 36: 1805–1823.
- Joe, B. (1986): *Delaunay triangular meshes in convex polygons*. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing 7(2): 514–539.
- Joe, B. (1991a): *Construction of three-dimensional Delaunay triangulations using local transformations*. CAGD 8: 123–142.
- Joe, B. (1991b): *Delaunay versus max-min solid angle triangulations for three-dimensional mesh generation*. IJNME 31: 987–997.
- Joe, B. (1991c): *Geompac – a software package for the generation of meshes using geometric algorithms*. Adv. Eng. Software 13(5/6): 325–331.
- Joe, B. (1992): *Three-dimensional boundary-constrained triangulations*. In Houstis, E. N.; J. R. Rice, Hrsg., *Artificial Intelligence, Expert Systems, and Symbolic Computing*, S. 215–222. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
- Joe, B. (1995): *Construction of three-dimensional improved-quality triangulations using local transformations*. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing 16: 1292–1307.
- Kaiser, B.; J. Hausladen; J.-R. Tsay; B. P. Wrobel (1992a): *Application of FAST Vision for digital terrain model generation*. In *ISPRS 17th Congress*, Bd. IAPRS 29(B4) Comm. IV, S. 809–816. Washington, D.C.
- Kaiser, B.; M. Schmolla; B. P. Wrobel (1992b): *Application of image pyramid for surface reconstruction with FAST Vision (=Facets Stereo Vision)*. In *ISPRS 17th Congress*, Bd. IAPRS 29(B3) Comm. III, S. 341–345. Washington, D.C.
- Kämmel, G. (1988): *Einführung in die Methode der finiten Elemente*. Studienbücher der technischen Wissenschaften. Hanser, München.
- Kempa, M. (1995): *Hochaufgelöste Oberflächenbestimmung von Natursteinen und Orientierung von Bildern mit dem Facetten-Stereoschen*. Dissertation, TH Darmstadt, Darmstadt.
- Kempa, M.; M. Schlüter (1993): *DEM evaluation by an operator and Facets Stereo Vision: A comparison based on close-range imagery*. In Grün, A.; H. Kahmen, Hrsg., *Optical 3-D Measurement Techniques II*, S. 502–509. Wichmann, Karlsruhe.
- Kim, T.; J.-P. Muller (1995): *Building extraction and verification from spaceborne and aerial imagery using image*

- understanding fusion techniques.* In Grün, A.; O. Kuebler; P. Agouris, Hrsg., *Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images*, S. 221–230. Birkhäuser, Basel.
- Kincaid, D. R.; J. R. Respass; D. M. Young; R. G. Grimes (1982): *ITPACK 2C: A Fortran package for solving large sparse linear systems by adaptive accelerated iterative methods.* ACM Transactions on Mathematical Software 8(3): 302–322.
- Kincaid, D. R.; D. M. Young (1979): *Survey of iterative methods.* In Belzer, J.; A. Holzman; A. Kent, Hrsg., *Encyclopedia of Computer Sciences and Technology*, Bd. 13, S. 354–391. Marcel Dekker, Inc., New York.
- Koch, K.-R. (1985): *Digitales Geländemodell mittels Dreiecksvermaschung.* Vermessungswesen und Raumordnung (VR) 47(3+4): 129–135.
- Koch, K.-R. (1987): *Parameterschätzung und Hypothesentests.* Dümmler, Bonn, 2. Aufl.
- Korten, T.; B. P. Wrobel; M. Franek; M. Weisensee (1988): *Experiments with Facets Stereo Vision (FAST Vision) for object surface computations.* In *ISPRS 16th Congress*, Bd. IAPRS 27(B3) Comm. III, S. 396–404. Kyoto.
- Kraus, K. (1990): *Fernerkundung*, Bd. II. Dümmler, Bonn, 1. Aufl.
- Kraus, K. (1994): *Photogrammetrie*, Bd. I. Dümmler, Bonn, 5. Aufl.
- Krauth, A. (1993): *Entwicklung von Grundlagen zur interaktiven Kalibrierung von CCD-Kameras.* Diplomarbeit, TH Darmstadt, Institut für Photogrammetrie und Kartographie.
- Krauth, A.; B. P. Wrobel (1993): *Target localization by least squares image matching including the deconvolution of image blur.* In Grün, A.; H. Kahmen, Hrsg., *Optical 3-D Measurement Techniques II*, S. 205–212. Wichmann, Karlsruhe.
- Kreiling, W. (1976): *Automatische Herstellung von Höhenmodellen und Orthophotos aus Stereobildern durch digitale Korrelation.* Dissertation, Universität Karlsruhe, Karlsruhe.
- Krupnik, A. (1998): *Automatic detection of erroneous areas in automatic surface reconstruction.* In *ISPRS Comm. III Symposium 'Object Recognition and Scene Classification from Multispectral and Multisensor Pixels'*, Bd. IAPRS 32(3/1), S. 132–137. Columbus, Ohio.
- Krzystek, P. (1995): *Generation of digital elevation models.* In Förstner, W.; G. Ditze, Hrsg., *Proc. of the Second Course in Digital Photogrammetry.* Institut für Photogrammetrie, Universität Bonn.
- Krzystek, P.; D. Wild (1992): *Experimental accuracy analysis of automatically measured digital terrain models.* In Förstner, W.; S. Ruwiedel, Hrsg., *Robust Computer Vision*, S. 372–390. Wichmann, Karlsruhe.
- Lang, F.; W. Förstner (1995): *Matching techniques.* In Förstner, W.; G. Ditze, Hrsg., *Proc. of the Second Course in Digital Photogrammetry.* Institut für Photogrammetrie, Universität Bonn.
- Lang, F.; T. Löcherbach; W. Schickler (1995): *A one-eye stereo system for semi-automatic 3d-building extraction.* Geomatics Info Magazine 9(6).
- Lawson, C. L. (1977): *Software for C^1 surface interpolation.* In Rice, J. R., Hrsg., *Mathematical Software III*, S. 161–194. Academic Press, New York.
- Lawson, C. L. (1986): *Properties of n-dimensional triangulations.* CAGD 3: 231–246.
- Lee, D. T.; A. K. Lin (1986): *Generalized Delaunay triangulation for planar graphs.* Discrete & Computational Geometry 1: 201–217.
- Lee, D. T.; B. J. Schachter (1980): *Two algorithms for constructing a Delaunay triangulation.* International Journal of Computer and Information Sciences 9(3): 219–242.
- Lee, J. (1991): *Comparison of existing methods for building triangular irregular network models of terrain from grid digital elevation models.* IJGIS 5(3): 267–285.
- Lehn, M. (1997): *Oberflächenrekonstruktion mit dem Facetten-Stereosehen unter Verwendung multitemporaler Luftbilder.* Diplomarbeit, TH Darmstadt, Institut für Photogrammetrie und Kartographie.
- Lemmens, M. J. P. M. (1988): *A survey on stereo matching techniques.* In *ISPRS 16th Congress*, Bd. IAPRS 27(B8) Comm. V, S. 11–23. Kyoto.
- Lewis, B. A.; J. S. Robinson (1978): *Triangulation of planar regions with applications.* The Computer Journal 21(4): 324–332.
- Li, M. (1989): *Hierarchical Multi-point Matching with Simultaneous Detection and Location of Breaklines.* Dissertation, The Royal Institute of Technology, Department of Photogrammetry, Stockholm.
- Liebenow, U.; M. Hartmann; E. Förster; E. Michler (1991): *Ausbreitungsuntersuchungen in städtischen Mikrozellular-Strukturen im UHF-Bereich.* Nachrichtentechn., Elektron., Berlin 41(6): 207–209.
- Louis, A. K. (1989): *Inverse und schlecht gestellte Probleme.* Teubner, Stuttgart.
- Luo, A.; H. Burkhardt (1995): *An intensity-based cooperative bidirectional stereo matching with simultaneous detection of discontinuities and occlusions.* IJCV 15: 171–188.
- Maas, H.-G. (1996): *Automatic DEM generation by multi-image feature based matching.* In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 484–489. Wien.
- Maas, H.-G. (1997): *Mehrbildtechniken in der digitalen Photogrammetrie.* Habilitationsschrift, ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie.
- Maas, H.-G.; T. Kersten (1997): *Aerotriangulation and DEM/orthophoto generation from high-resolution still-video imagery.* PE&RS 63(9): 1079–1084.
- Marr, D. (1982): *Vision.* W.H. Freeman, New York.
- Meier, A. (1986): *Methoden der grafischen und geometrischen Datenverarbeitung.* Leitfäden der angewandten Informatik. Teubner, Stuttgart.
- Mencl, R. (1995): *A graph-theoretic approach to surface reconstruction.* Technical Report 568, FB Informatik LS VII (Computergraphik), Universität Dortmund.
- Mirante, A.; N. Weingarten (1982): *The radial sweep algorithm for constructing triangulated irregular networks.* IEEE Computer Graphics & Applications 2(3): 11–21.
- Mücke, E. P. (1993): *Shapes and Implementations in Three-Dimensional Geometry.* Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.

- Müller, H. (1998): *Object-oriented modeling for the extraction of geometry, texture and reflectance from digital images*. In *ISPRS Comm. IV Symposium 'GIS - Between Visions and Applications'*, Bd. IAPRS 32(4), S. 403–410. Stuttgart.
- Müller, J. (1990): *Möglichkeiten der Bestimmung von Näherungswerten für die Oberflächenrekonstruktion mit FAST Vision*. In *ISPRS Comm. V Symposium 'Close Range Photogrammetry Meets Machine Vision'*, Bd. IAPRS 28(5/2), S. 1082–1091. Zürich.
- Neureither, M. (1992): *Modellierung geometrisch-topologischer Daten zur Beschreibung und Berechnung netzartiger und flächenhafter Strukturen*. Dissertation, Uni Stuttgart, DGK C 387, München.
- Nielson, G. M. (1979): *The side-vertex method for interpolation in triangles*. *Journal of Approximation Theory* 25(4): 318–336.
- Nielson, G. M. (1983): *A method for interpolating scattered data based upon a minimum norm network*. *Mathematics of Computation* 40(161): 253–271.
- Nielson, G. M. (1987): *A transfinite, visually continuous, triangular interpolant*. In Farin, G. E., Hrsg., *Geometric Modelling: Algorithms and New Trends*, S. 235–246. SIAM, Philadelphia.
- Opitz, K.; H. Pottmann (1994): *Computing shortest paths on polyhedra: Applications in geometric modeling and scientific visualization*. *International Journal of Computational Geometry & Applications* 4(2): 165–178.
- Ossa, E. (1992): *Topologie*. Vieweg-Studium; 42: Aufbaukurs Mathematik. Vieweg, Braunschweig, 1. Aufl.
- Park, S. K.; R. A. Schowengerdt (1983): *Image reconstruction by parametric cubic convolution*. *CVGIP* 23: 258–272.
- Pavlidis, T. (1990): *Algorithmen zur Grafik und Bildverarbeitung*. Heise, Hannover.
- Pennebaker, W. B.; J. L. Mitchell (1993): *JPEG still image data compression standard*. Van Nostrand Reinhold, New York.
- Peraire, J.; J. Peiro; L. Formaggia; K. Morgan; O. C. Zienkiewicz (1988): *Finite element euler computations in three dimensions*. *IJNME* 26: 2135–2159.
- Pfeifer, N.; H. Pottmann (1996): *Surface models on the basis of a triangular mesh - surface reconstruction*. In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 638–643. Wien.
- Press, W. H.; S. A. Teukolsky; W. T. Vetterling; B. P. Flannery (1992): *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 2. Aufl.
- Preusser, A. (1984): *Bivariate Interpolation über Dreieckselementen durch Polynome 5. Ordnung mit C^1 -Kontinuität*. *ZfV* 109(6): 292–301.
- Preusser, A. (1986): *Computing area filling contours for surfaces defined by piecewise polynomials*. *CAGD* 3: 267–279.
- Reinhardt, W. (1991): *Interaktiver Aufbau hochqualitativer digitaler Geländemodelle an photogrammetrischen Stereosystemen*. Dissertation, TU München, DGK C 381, München.
- Rippa, S. (1990): *Minimal roughness property of the Delaunay triangulation*. *CAGD* 7: 489–497.
- Rottensteiner, F. (1996): *Three dimensional object reconstruction by object space matching*. In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 692–696. Wien.
- Saad, Y. (1994): *SPARSKIT: A basic tool kit for sparse matrix computations*. Technical report, Department of Computer Science, University of Minnesota, Minneapolis, MN 55455.
- Saad, Y. (1996): *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. PWS publishing, New York.
- Saint-Marc, P.; J. S. Chen; G. Medioni (1989): *Adaptive smoothing: A general tool for early vision*. In *Proc. Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, S. 618–624. San Diego.
- Sapidis, N.; R. Perucchio (1991): *Delaunay triangulation of arbitrarily shaped planar domains*. *CAGD* 8: 421–437.
- Scarlato, L.; T. Pavlidis (1992): *Hierarchical triangulation using cartographic coherence*. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing* 54(2): 147–161.
- Schenk, T.; A. Krupnik (1996): *Ein Verfahren zur Mehrfachbildzuordnung im Objektraum*. *ZPF* 64(1): 2–11.
- Schickler, W. (1995): *Ein operationelles Verfahren zur automatischen inneren Orientierung von Luftbildern*. *ZPF* 63(3): 115–122.
- Schlemmer, H. (1996): *Grundlagen der Sensorik*. Wichmann, Heidelberg.
- Schlüter, M. (1994): *Object space based surface reconstruction with discontinuities - an approach*. In *ISPRS Comm. III Symposium 'Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision'*, Bd. IAPRS 30(3/2), S. 737–744. München.
- Schlüter, M. (1997): *3D-Modelle für die photogrammetrische Oberflächenrekonstruktion*. In *16. Wissenschaftlich-Technische Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie und Fernerkundung (DGPF) 1996, Oldenburg*, Bd. 5 von *Publikationen der DGPF*, S. 271–278.
- Schlüter, M. (1998): *Multi-image matching in object space on the basis of a general 3-d surface model instead of common $2\frac{1}{2}$ -d surface models and its application for urban scenes*. In *ISPRS Comm. IV Symposium 'GIS - Between Visions and Applications'*, Bd. IAPRS 32(4), S. 545–552. Stuttgart.
- Schlüter, M.; B. P. Wrobel (1996): *High resolution surface reconstruction of a landscape from large scale aerial imagery by Facets Stereo Vision - an extended test*. In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 758–763. Wien.
- Schlüter, M.; B. P. Wrobel (1998): *Das Dezimeter-DGM durch photogrammetrische Oberflächenrekonstruktion mit dem Facetten-Stereoschen*. *AVN* 105(8/9).
- Schmelzer, I. (1995): *3D Grid Generation with Contravariant Geometry Description*. Dissertation, Karl-Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik, Berlin.
- Schmid, H. (1958): *Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie*. *Bildmessung und Luftbildwesen (BuL)* 26(4): 103–113. Teil II in *BuL* 27(1): 1–12, 1959.

- Schneider, C.-T. (1991): *Objektgestützte Mehrbildzuordnung*. Dissertation, TU Braunschweig, DGK C 375, München.
- Schroeder, W. J.; M. S. Shephard (1990): *A combined octree/Delaunay method for fully automatic 3-d mesh generation*. IJNME 29: 37–55.
- Schwarz, H. R. (1970): *Die Methode der konjugierten Gradienten in der Ausgleichsrechnung*. ZfV 95(4): 130–140.
- Schwarz, H. R. (1991): *Methode der finiten Elemente*. Teubner, Stuttgart, 3. Aufl.
- Schwidefsky, K.; F. Ackermann (1976): *Photogrammetrie: Grundlagen, Verfahren, Anwendungen*. Teubner, Stuttgart, 7. Aufl.
- Shephard, M. S.; M. K. Georges (1991): *Automatic three-dimensional mesh generation by the finite octree technique*. IJNME 32: 709–749.
- Sibiryakov, A. (1996): *House Detection from Aerial Color Images*. Interner Bericht, ETH Zürich, Institut für Photogrammetrie und Geodäsie.
- Sibson, R. (1978): *Locally equiangular triangulations*. The Computer Journal 21(3): 243–245.
- Siebe, E. (1996): *Requirements on 3d-city structure data from the view point of radio network planning at Mannesmann Mobilfunk*. In *Workshop 3D-City Models*. Institut für Photogrammetrie, Universität Bonn.
- Sinha, S. S.; B. G. Schunck (1992): *A two-stage algorithm for discontinuity-preserving surface reconstruction*. IEEE PAMI 14(1): 36–55.
- Sloan, S. W. (1987): *A fast algorithm for constructing Delaunay triangulations in the plane*. Advanced Engineering Software 9: 34–55.
- Snay, R. A. (1976): *Reducing the profile of sparse symmetric matrices*. NOAA Technical Memorandum NOS NGS-4, National Geodetic Survey, Rockwell, Md. Shortened version reprinted in *Bulletin Géodésique*, 1979.
- Stark, W. (1984): *Untersuchungen zur Lösung und Inversion schwach besetzter großer geodätischer Normalgleichungen*. Dissertation, Universität Stuttgart, DGK C 301, München.
- Steidler, F. (1980): *Darstellung und Vergleiche von Lösungsstrategien für große schwach besetzte Normalgleichungssysteme in der Geodäsie und in der Photogrammetrie*. Dissertation, TU München, DGK C 261, München.
- Stöcker, R.; H. Zieschang (1994): *Algebraische Topologie*. Mathematische Leitfäden. Teubner, Stuttgart, 2. Aufl.
- Tang, L. (1991): *Einsatz der Rasterdatenverarbeitung zum Aufbau digitaler Geländemodelle*. Dissertation, TU Graz, Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 73.
- Terzopoulos, D. (1986): *Regularization of inverse visual problems involving discontinuities*. IEEE PAMI 8(4): 413–424.
- Terzopoulos, D. (1988): *The computation of visible surface representations*. IEEE PAMI 10(4): 417–438.
- Tikhonov, A. N.; V. Y. Arsenin (1977): *Solutions of Ill-Posed Problems*. Winston/Wiley, Washington, D.C.
- Todd, P. H.; R. J. Y. McLeod (1986): *Numerical estimation of the curvature of surfaces*. Computer-Aided Design 18(1): 33–37.
- Törnig, W.; M. Gipser; B. Kaspar (1985): *Numerische Lösung von partiellen Differentialgleichungen der Technik*. Mathematische Methoden in der Technik. Teubner, Stuttgart, 1. Aufl.
- Tsay, J.-R. (1996): *Wavelets für das Facetten-Stereosehen*. Dissertation, TH Darmstadt, DGK C 454, München.
- Tsay, J.-R.; B. P. Wrobel (1994): *Digital terrain reconstruction and ortho image computation by the method of facets stereo vision: Tests with digitized aerial images*. In *ISPRS Comm. III Symposium 'Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision'*, Bd. IAPRS 30(3/2), S. 850–857. München.
- Überhuber, C. (1995): *Computer-Numerik*. Springer, Berlin, 1. Aufl.
- Uray, P. (1996): *From 3D Point Clouds to Surfaces and Volumes*. Dissertation, TU Graz.
- Uray, P. (1998): *Voxelization of 3d point clouds using blobs*. CVGIP: Graphical Models and Image Processing, in Vorb.
- Uray, P.; M. Gruber; K. Karner; F. Leberl (1995): *Modeling and visualizing a marble statue of Habsburg emperor Karl VI*. Report 420, Institutes for Information Processing, Technische Universität Graz.
- Uray, P.; A. Pinz (1995): *Semiautomatic triangulation of irregular 3d point data*. In *Visual Modules, 19th OeAGM and 1st SDRV Workshop*, S. 197–204. Marburg, Slovenien.
- Veltkamp, R. C. (1992a): *Closed G^1 -continuous cubic Bézier surfaces*. Report CS-R9226, Centrum voor Wiskunde en Informatica, Department of Interactive Systems, Amsterdam.
- Veltkamp, R. C. (1992b): *Survey of continuities of curves and surfaces*. Computer Graphics Forum 11(2): 93–112.
- Veltkamp, R. C. (1994): *Closed Object Boundaries from Scattered Points*, Bd. 885 von *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, New York.
- Voigtmann, A.; L. Becker; K. Hinrichs (1997): *A hierarchical model for multiresolution surface reconstruction*. CVGIP: Graphical Models and Image Processing 59(5): 333–348.
- Wahl, F. M. (1989): *Digitale Bildsignalverarbeitung*, Bd. 13 von *Nachrichtentechnik*. Springer, Berlin.
- Watson, D. F. (1981): *Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes*. The Computer Journal 24(2): 167–172.
- Watson, D. F.; G. M. Philip (1984): *Survey: Systematic triangulations*. CVGIP 26: 217–223.
- Weidner, U. (1997): *Gebäudeerfassung aus Digitalen Oberflächenmodellen*. Dissertation, Universität Bonn, DGK C 474, München.
- Weisensee, M. (1992): *Modelle und Algorithmen für das Facetten-Stereosehen*. Dissertation, TH Darmstadt, DGK C 374, München.
- Weisensee, M. (1995): *Verlustfreie Bilddatenkompression*. Mitteilungen Deutscher Verein für Vermessungswesen (DVW) Hessen-Thüringen 1: 94–104.

- Weller, F.; R. Mencl (1996): *Nearest neighbour search for visualization using arbitrary triangulations*. Technical Report 614, FB Informatik LS VII (Computergraphik), Universität Dortmund.
- White, J., Hrsg. (1958): *Birth and Rebirth of Pictorial Space*. Thomas Yoseloff, New York.
- Wiman, H. (1998): *Automatic generation of digital surface models through matching in object space*. Photogrammetric Record 16(91): 83–91.
- Wissowa, G., Hrsg. (1907): *Paulys Realencyclopädie der classischen Altertumswissenschaft*, Bd. 11. Alfred Drukemüller, Stuttgart.
- Wolf, H. (1968): *Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate*. Dümmler, Bonn.
- Wolfrum, O. (1969): *Iterative Verfahren der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen und einige Beispiele ihrer Anwendung bei geodätischen Lagenetzen*. Dissertation, TU Berlin, DGK C 143, München.
- Wrobel, B. P. (1987a): *Digital image matching by facets using object space models*. In *Fourth International Symposium on Optical and Optoelectronic Applied Science and Engineering 'Advances in Image Processing'*, Bd. 804 von SPIE, S. 325–333. Den Haag, Niederlande.
- Wrobel, B. P. (1987b): *Facets Stereo Vision (FAST Vision) – a new approach to computer stereo vision and to digital photogrammetry*. In *Proc. Intercommission Conference of ISPRS on 'Fast Processing of Photogrammetric Data'*, S. 231–258. Interlaken, Schweiz.
- Wrobel, B. P. (1989): *Geometrisch-Physikalische Grundlagen der digitalen Bildmessung*. SIPUS – Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart 13: 223–242.
- Wrobel, B. P. (1991): *The evolution of digital photogrammetry from analytical photogrammetry*. Photogrammetric Record 13(77): 765–776.
- Wrobel, B. P.; B. Kaiser (1996): *Facets Stereo Vision (FAST Vision) applied to digital colour images*. In *ISPRS 18th Congress*, Bd. IAPRS 31(B3) Comm. III, S. 960–964. Wien.
- Wrobel, B. P.; B. Kaiser; J. Hausladen (1992a): *Adaptive regularization – a new method for stabilization of surface reconstruction from images*. In *ISPRS 17th Congress*, Bd. IAPRS 29(B3) Comm. III, S. 824–831. Washington, D.C.
- Wrobel, B. P.; B. Kaiser; J. Hausladen (1992b): *Adaptive regularization of surface reconstruction by image inversion*. In Förstner, W.; S. Ruwedel, Hrsg., *Robust Computer Vision*, S. 351–371. Wichmann, Karlsruhe.
- Wrobel, B. P.; J. Müller (1990): *Zur Wahl der Facettierungsparameter für die Oberflächenrekonstruktion mit FAST Vision*. In *ISPRS Comm. V Symposium 'Close Range Photogrammetry Meets Machine Vision'*, Bd. IAPRS 28(5/1), S. 471–478. Zürich.
- Wrobel, B. P.; M. Schlüter (1997): *Digital terrain model generation in the Antarctic – a challenging task for digital photogrammetry*. In Altan, M. O.; L. Gründig, Hrsg., *Proc. Second Turkish-German Joint Geodetic Days*, S. 407–416. Berlin.
- Wrobel, B. P.; M. Weissensee (1987): *Implementation aspects of Facets Stereo Vision with some applications*. In *Proc. Intercommission Conference of ISPRS on 'Fast Processing of Photogrammetric Data'*, S. 259–272. Interlaken, Schweiz.
- Wu, C.; R. Mohr (1991): *Image representation by integrating curvature and Delaunay triangulations*. SPIE: Geometric Methods in Computer Vision 1570: 362–370.
- Zajonc, A. (1994): *Die gemeinsame Geschichte von Licht und Bewußtsein*. Rowohlt, Hamburg.
- Zheng, Y. J. (1993): *Inverse und schlecht gestellte Probleme bei der digitalen photogrammetrischen Objekt-Rekonstruktion*. Dissertation, Universität Stuttgart, DGK C 390, München.
- Zienkiewicz, O. C. (1977): *The Finite Element Method*. McGraw-Hill, Maidenhead, England.

Abkürzungen:

ACM	Association for Computing Machinery
AVN	Allgemeine Vermessungs-Nachrichten
CAGD	Computer Aided Geometric Design
CVGIP	Computer Vision, Graphics, and Image Processing
DGK	Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
GIS	Geo-Informationssysteme
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IEEE PAMI	IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence
IJCV	International Journal of Computer Vision
IJNME	International Journal for Numerical Methods in Engineering
ISPRS	International Society of Photogrammetry and Remote Sensing
IAPRS	International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing
IJGIS	International Journal of Geographical Information Systems
PE&RS	Photogrammetric Engineering and Remote Sensing
SIAM	Society for Industrial and Applied Mathematics
SPIE	Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers
ZfV	Zeitschrift für Vermessungswesen
ZPF	Zeitschrift für Photogrammetrie und Fernerkundung

Teil IV

Anhang

A Zur Differentiation der G^1 -stetigen transfiniten Dreiecksinterpolanten

Mit der transfiniten Interpolation läßt sich ein global G^1 -stetiger Oberflächenverlauf im \mathbb{R}^3 in Unabhängigkeit von der Lagerung des globalen Bezugssystems erzielen, vgl. Kap. 5.5. Die ergänzende Definition von Grauwerten unter Einbeziehung von Stetigkeitsforderungen auf einer derart im Objektraum aufgespannten Oberfläche kann ebenfalls nach dem Konzept der transfiniten Interpolation erfolgen, vgl. Kap. 5.6. Dieses Gesamtkonzept paßt sich maßgeschneidert an die Erfordernisse der photogrammetrischen Rekonstruktion im Objektraum an.

Im Anhang A wird der Weg zur strengen Ableitung der für die Bildinversion benötigten Differentialquotienten erläutert. Dies erfolgt unter der Prämisse, den strengen Bezug zur Bogenlänge auf der Oberfläche zu untermauern, welcher in den Kapiteln 5 bis 7 immer wieder gesucht wird, und welcher sich als wichtiges Bindeglied der thematischen Schwerpunkte dieser Kapitel erweist.

Dies bedeutet aber nicht, daß hier eine vollständige Niederschrift der Differentialquotienten zu erwarten wäre. Da sich die strengen Formeln als zu umständlich für praktische Berechnungen erweisen, wird statt dessen an geeigneter Stelle auf Möglichkeiten zur Berechnung der gesuchten Differentialquotienten über numerische Differentiation hingewiesen. In diesem Sinne beschränkt sich die folgende Darstellung auf eine Zusammenstellung geeigneter Substitutionen, anhand derer die Differentiation durchgeführt werden könnte. Dieser Überblick mag auch für die Softwareimplementation der transfiniten Interpolanten von Interesse sein. Für den Spezialfall, daß die Parameterdreiecke der Grauwertmodellierung aus regelmäßigen, quaternären Unterteilungen der Geometrieparameterdreiecke folgen, wird in A.3 eine zusätzlich vereinfachende Approximation eingeführt.

Um die Unabhängigkeit vom globalen Bezugssystem zu wahren, wird die Grundgleichung der Bildinversion in Kap. 7.1 über die Änderung der Oberflächengrauwerte $G(t_1, t_2)$ nach der Bogenlänge s bezüglich ausgewählter Parameterrichtungen auf der Objektfläche formuliert. Für die entsprechenden Richtungsableitungen

$$\frac{dG(t_1, t_2)}{ds_1} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_1} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial t_1} \frac{dt_1}{ds_1} \quad \text{und} \quad \frac{dG(t_1, t_2)}{ds_2} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_2} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial t_2} \frac{dt_2}{ds_2} \quad (\text{A-1})$$

werden neben den partiellen Ableitungen der Grauwertfunktion $G(t_1, t_2)$ die Änderungen der Bogenlänge s entlang der Parameterlinien benötigt, welche aus dem geometrischen Interpolanten folgen. Nach [Hoschek 1984] erhält man mit den gebräuchlichen Abkürzungen E, F, G der metrischen Fundamentalform der Fläche über das quadratische Differential der Bogenlänge

$$ds^2 = E dt_1^2 + 2F dt_1 dt_2 + G dt_2^2 \quad (\text{A-2})$$

für die Parameterlinien

$$t_2 = \text{const.} \implies ds = ds_1 = -\sqrt{E} dt_1$$

$$\implies \frac{ds_1}{dt_1} = -\sqrt{\left(\frac{\partial X(t_1, t_2)}{\partial t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y(t_1, t_2)}{\partial t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z(t_1, t_2)}{\partial t_1}\right)^2} = -\left| \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_1} \right|$$

und

$$t_1 = \text{const.} \implies ds = ds_2 = -\sqrt{G} dt_2$$

$$\implies \frac{ds_2}{dt_2} = -\sqrt{\left(\frac{\partial X(t_1, t_2)}{\partial t_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y(t_1, t_2)}{\partial t_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z(t_1, t_2)}{\partial t_2}\right)^2} = -\left| \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_2} \right|, \quad (\text{A-3})$$

wobei die negativen Vorzeichen aus der Tatsache resultieren, daß Bogenlänge und Parameterrichtung bei der transfiniten Interpolation gegenläufig definiert wurden. Ferner werden die Ausdrücke $\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)/\partial t_1$ und $\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)/\partial t_2$ benötigt, um für einen beliebigen Oberflächenpunkt $\mathbf{X}(t_1, t_2)$ den geometrischen Normalenvektor $\mathbf{N}(t_1, t_2)$ angeben zu können, vgl. Formel (5.5-15) auf S. 60. Im folgenden ist also sowohl die Bildung von $\partial G(t_1, t_2)/\partial t_1$ und $\partial G(t_1, t_2)/\partial t_2$ als auch von $\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)/\partial t_1$ und $\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)/\partial t_2$ zu betrachten. Da die grundsätzliche Vorgehensweise in beiden Fällen ähnlich ist, wird hier zunächst exemplarisch und recht ausführlich der geometrische Interpolant behandelt. Ergänzungen bezüglich der partiellen Ableitungen der Oberflächengrauwerte werden nachgetragen. Dabei wird dann auch die Möglichkeit zur Modellierung der Oberflächengrauwerte in Subdreiecken der Geometrieparameterdreiecke miteinbezogen.

A.1 Partielle Ableitungen des geometrischen Interpolanten

Vor der Bildung der partiellen Ableitungen ist die durch die Nebenbedingung $t_1 + t_2 + t_3 = 1$ bestehende Abhängigkeit der baryzentrischen Koordinaten untereinander zu beseitigen. Durch die Substitution einer der drei baryzentrischen Koordinaten werden die Formeln aus den Kap. 5.5 und 5.6 auf die Abhängigkeit bezüglich zweier unabhängiger Parameter zurückgeführt und damit differenzierbar. Da nach erfolgter Differentiation natürlich auch wieder eine Rücksubstitution in der Lösungsformel erfolgen darf, sind die Schreibweisen $f = f(t_1, t_2)$ und $f = f(t_1, t_2, t_3)$ für die in dieser Arbeit verwendeten Interpolanten gleichwertig und austauschbar. Während in Kap. 5 für die Definition der Interpolanten die Formulierung über alle drei baryzentrischen Koordinaten vorteilhaft ist, stehen in den übrigen Kapiteln meist die jeweiligen Richtungsableitungen im Vordergrund, für deren Schreibweise die Formulierung über zwei unabhängige Parameter bevorzugt wird.

Führt man beispielsweise die Substitution von t_3 mit $t_3 = 1 - t_1 - t_2$ durch, so erhält man nach (5.5-14) auf S. 60 für den G^1 -stetigen transfiniten Interpolanten

$$\mathbf{X}_P(t_1, t_2) = \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2) = \sum_{i=1}^3 \beta_i(t_1, t_2) \mathbf{g}_i(t_1, t_2) \quad (\text{A.1-1})$$

über die Grenzwerte der Differenzenquotienten

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_1} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1 + \varepsilon, t_2) - \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\varepsilon} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1 + \varepsilon, t_2, t_3 - \varepsilon) - \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2, t_3)}{\varepsilon} \quad \text{und} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_2} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2 + \varepsilon) - \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\varepsilon} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2 + \varepsilon, t_3 - \varepsilon) - \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2, t_3)}{\varepsilon} . \end{aligned} \quad (\text{A.1-2})$$

Um klarzustellen, welche Substitution verwendet wird, sind die Differentialquotienten in Abhängigkeit von t_1 und t_2 angegeben, während für Differenzenquotienten bereits wieder die Rücksubstitution von t_3 erfolgt. Die Differenzenquotienten sind für numerische Berechnungen mit einem hinreichend klein gewählten ε geeignet und ausreichend, vgl. [Törnig et al. 1985].

Für die strengen Formeln zur Berechnung der partiellen Ableitungen wird hier vereinfachend davon ausgegangen, daß für die Tensionsparameter $\alpha_i = \alpha = \text{const.}$ für ein Parameterdreieck gilt. Prinzipiell könnte α_i unter Wahrung der G^1 -Stetigkeit auch stützpunktweise angesetzt werden und wäre dann längs der Dreiecksanten linear als $\alpha(t)$ zu interpolieren.

Über die Produktregel der Differentialrechnung folgt für den geometrischen Interpolanten nach Gleichung (A.1-1) zunächst

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_1} &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \beta_i(t_1, t_2)}{\partial t_1} \mathbf{g}_i(t_1, t_2) + \beta_i(t_1, t_2) \frac{\partial \mathbf{g}_i(t_1, t_2)}{\partial t_1} \quad \text{und} \\ \frac{\partial \mathbf{f}_{G^1}[\mathbf{X}_i, \mathbf{N}_i](t_1, t_2)}{\partial t_2} &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \beta_i(t_1, t_2)}{\partial t_2} \mathbf{g}_i(t_1, t_2) + \beta_i(t_1, t_2) \frac{\partial \mathbf{g}_i(t_1, t_2)}{\partial t_2} . \end{aligned} \quad (\text{A.1-3})$$

Die oben benötigten partiellen Ableitungen der aus Formel (5.5-13), S. 60 resultierenden Gewichtsfunktionen

$$\beta_1 = \frac{t_2 - t_1 t_2 - t_2^2}{t_1 + t_2 - t_1^2 - t_1 t_2 - t_2^2}, \quad \beta_2 = \frac{t_1 - t_1 t_2 - t_1^2}{t_1 + t_2 - t_1^2 - t_1 t_2 - t_2^2}, \quad \beta_3 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2 - t_1^2 - t_1 t_2 - t_2^2} \quad (\text{A.1-4})$$

können über die Quotientenregel der Differentialrechnung direkt gebildet werden. Die Raumkurven $\mathbf{g}_i(t_1, t_2)$ der drei Teilinterpolanten werden im Hinblick auf die Bildung der partiellen Ableitungen nach Einführung der Substitutionen

$$\begin{aligned} u_1 = u_1(t_1) &= 1 - t_1, & u_2 = u_2(t_2) &= 1 - t_2, & u_3 = u_3(t_1, t_2) &= 1 - t_1 - t_2, \\ v_1 = v_1(t_1, t_2) &= \left(\frac{1 - t_1 - t_2}{1 - t_1} \right), & v_2 = v_2(t_1, t_2) &= \left(\frac{t_1}{1 - t_2} \right), & v_3 = v_3(t_1, t_2) &= \left(\frac{t_2}{t_1 + t_2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.1-5})$$

in Gleichung (5.5-12), S. 59 folgendermaßen notiert:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_i(t_1, t_2) = \mathbf{g}_i(u_i(t_1, t_2), v_i(t_1, t_2)) &= H_{31}(u_i) \mathbf{X}_i + H_{32}(u_i) \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i) \\ &+ \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) H_{33}(u_i) \mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i) \\ &+ \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) H_{34}(u_i) \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i) \quad \text{mit } (i, j, k) \in \mathbf{I} . \end{aligned} \quad (\text{A.1-6})$$

Dabei werden folgende Abkürzungen verwendet, wobei der Index \widehat{jk} auf einen Ort auf der dem Stützpunkt mit dem Index i gegenüberliegenden Randkurve hinweist:

$$\mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i) = H_{31}(v_i) \mathbf{X}_j + H_{32}(v_i) \mathbf{X}_k + \alpha S_{j,k} H_{33}(v_i) \mathbf{T}_{j,k} + \alpha S_{j,k} H_{34}(v_i) \mathbf{T}_{k,j} ,$$

$$S_{j,k} = |\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_j| = \text{const.} ,$$

$$S_{i,\widehat{jk}} = |H_{31}(v_i) \mathbf{X}_j + H_{32}(v_i) \mathbf{X}_k + \alpha S_{j,k} H_{33}(v_i) \mathbf{T}_{j,k} + \alpha S_{j,k} H_{34}(v_i) \mathbf{T}_{k,j} - \mathbf{X}_i| ,$$

$$\mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i) = \frac{\mathbf{N}_i \times (\mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i) - \mathbf{X}_i) \times \mathbf{N}_i}{|\mathbf{N}_i \times (\mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i) - \mathbf{X}_i) \times \mathbf{N}_i|} \quad \text{und} \quad \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i) = \frac{\mathbf{N}_{\widehat{jk}}(v_i) \times (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)) \times \mathbf{N}_{\widehat{jk}}(v_i)}{|\mathbf{N}_{\widehat{jk}}(v_i) \times (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)) \times \mathbf{N}_{\widehat{jk}}(v_i)|}$$

mit

$$\mathbf{N}_{\widehat{jk}}(v_i) = \frac{\frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i}(v_i) \times \left[(1-v_i) \mathbf{N}_j \times \frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i}(0) + v_i \mathbf{N}_k \times \frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i}(1) \right]}{\left| \frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i}(v_i) \times \left[(1-v_i) \mathbf{N}_j \times \frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i}(0) + v_i \mathbf{N}_k \times \frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i}(1) \right] \right|} .$$

Für die doppelten Vektorprodukte ist die Anwendung des Entwicklungssatzes vor der Differentiation zweckmäßig, vgl. [Bronštejn und Semendjajew 1985]. Man erhält damit für die Ausdrücke der Tangenteneinheitsvektoren $\mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i)$ und $\mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i)$ die Umformung

$$\mathbf{N} \times (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \times \mathbf{N} = \mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1 - (\mathbf{N} \cdot \mathbf{X}_2) \mathbf{N} + (\mathbf{N} \cdot \mathbf{X}_1) \mathbf{N} \quad (\text{A.1-7})$$

Damit liegen alle Beziehungen vor, um über die Kettenregel der Differentialrechnung auch die partiellen Ableitungen für die einzelnen Raumkurven $\mathbf{g}_i(t_1, t_2)$ der Teilinterpolanten zu bilden. Es gilt

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{g}_i(t_1, t_2)}{\partial t_1} &= \frac{\partial H_{31}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_1} \mathbf{X}_i + \frac{\partial H_{32}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_1} \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i) + H_{32}(u_i) \frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_1} \\ &+ \alpha \frac{\partial S_{i,\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_1} H_{33}(u_i) \mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i) + \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) \frac{\partial H_{33}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_1} \mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i) \\ &+ \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) H_{33}(u_i) \frac{\partial \mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_1} \\ &+ \alpha \frac{\partial S_{i,\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_1} H_{34}(u_i) \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i) + \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) \frac{\partial H_{34}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_1} \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i) \\ &+ \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) H_{34}(u_i) \frac{\partial \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_1} , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{g}_i(t_1, t_2)}{\partial t_2} &= \frac{\partial H_{31}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_2} \mathbf{X}_i + \frac{\partial H_{32}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_2} \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i) + H_{32}(u_i) \frac{\partial \mathbf{X}_{\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_2} \\ &+ \alpha \frac{\partial S_{i,\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_2} H_{33}(u_i) \mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i) + \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) \frac{\partial H_{33}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_2} \mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i) \\ &+ \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) H_{33}(u_i) \frac{\partial \mathbf{T}_{i,\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_2} \\ &+ \alpha \frac{\partial S_{i,\widehat{jk}}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_2} H_{34}(u_i) \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i) + \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) \frac{\partial H_{34}(u_i)}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial t_2} \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i) \\ &+ \alpha S_{i,\widehat{jk}}(v_i) H_{34}(u_i) \frac{\partial \mathbf{T}_{\widehat{jk},i}(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial t_2} . \end{aligned} \quad (\text{A.1-8})$$

A.2 Partielle Ableitungen der Oberflächengrauwerte

Der Weg zur Formulierung der partiellen Grauwertableitungen $\partial G(t_1, t_2)/\partial t_1$ und $\partial G(t_1, t_2)/\partial t_2$ unterscheidet sich grundsätzlich kaum von der Bildung der partiellen Ableitungen des geometrischen Interpolanten. Wiederum erweisen sich die Substitutionen (A.1-5) als hilfreich. Vereinfachend wirkt sich aus, daß die Oberflächengrauwerte als skalare und nicht als vektorwertige Funktion definiert sind. Wird die Grauwertmodellierung auf Subdreiecke der Parameterdreiecke der geometrischen Oberflächenmodellierung bezogen, vgl. Kap. 5.6, S. 62 und Kap. 6.2.1, S. 51, so sind ergänzend die entsprechenden Übergänge zwischen den beiden unterschiedlichen baryzentrischen Koordinatensystemen zu beachten.

Von den auf das lokale Subdreieck bezogenen baryzentrischen Koordinaten $(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3)$ eines Flächenpunktes gelangt man über Formel (5.6-1) auf S. 62 auf die baryzentrischen Koordinaten (t_1, t_2, t_3) bezüglich des übergeordneten Geometriedreiecks dieses Punktes. Nach erfolgter Substitution von \tilde{t}_3 und t_3 in (5.6-1) erhält man für den aus Gleichung (5.6-11), S. 64 resultierenden Grauwertinterpolanten

$$G = \tilde{G}(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2) = \sum_{i=1}^3 \beta_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2) G_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2) \quad (\text{A.2-1})$$

die Koordinatentransformationen

$$\begin{aligned} t_1 &= \tilde{t}_1 t_{1[1]} + \tilde{t}_2 t_{1[2]} + (1 - \tilde{t}_1 - \tilde{t}_2) t_{1[3]} , \\ t_2 &= \tilde{t}_1 t_{2[1]} + \tilde{t}_2 t_{2[2]} + (1 - \tilde{t}_1 - \tilde{t}_2) t_{2[3]} \end{aligned} \quad (\text{A.2-2})$$

und in der Umkehrung

$$\begin{aligned} \tilde{t}_1 &= \frac{(t_{1[2]} - t_{1[3]})(t_2 - t_{2[3]}) - (t_1 - t_{1[3]})(t_{2[2]} - t_{2[3]})}{(t_{1[2]} - t_{1[3]})(t_{2[1]} - t_{2[3]}) - (t_{1[1]} - t_{1[3]})(t_{2[2]} - t_{2[3]})} , \\ \tilde{t}_2 &= \frac{(t_1 - t_{1[3]})(t_{2[1]} - t_{2[3]}) - (t_{1[1]} - t_{1[3]})(t_2 - t_{2[3]})}{(t_{1[2]} - t_{1[3]})(t_{2[1]} - t_{2[3]}) - (t_{1[1]} - t_{1[3]})(t_{2[2]} - t_{2[3]})} . \end{aligned} \quad (\text{A.2-3})$$

Da für die Grauwertinterpolanten ab dem Stetigkeitsgrad erster Ordnung der Rückgriff auf lokale geometrische Größen, wie Normalen- und Tangentenvektoren, erforderlich ist, welche im Parametersystem des übergeordneten geometrischen Interpolanten definiert sind, sind die angegebenen Substitutionen bereits bei der strengen Bildung der partiellen Ableitungen $\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)/\partial \tilde{t}_1$ und $\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)/\partial \tilde{t}_2$ im Grauwertparametersystem zu berücksichtigen. Zur einfachen numerischen Berechnung dieser partiellen Grauwertableitungen können in Analogie zu (A.1-2) wieder die entsprechenden Differenzenquotienten herangezogen werden:

$$\frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_1} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{G(\tilde{t}_1 + \varepsilon, \tilde{t}_2) - G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{G(\tilde{t}_1 + \varepsilon, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3 - \varepsilon) - G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3)}{\varepsilon}$$

und

$$\frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_2} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2 + \varepsilon) - G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2 + \varepsilon, \tilde{t}_3 - \varepsilon) - G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3)}{\varepsilon} . \quad (\text{A.2-4})$$

Die gesuchten partiellen Ableitungen der Grauwertfunktion nach den auf das Geometriedreieck bezogenen Koordinaten t_1 und t_2 erhält man zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial t_1} &= \frac{\partial G_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_1} \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_1} + \frac{\partial G_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_2} \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_1} , \\ \frac{\partial G_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial t_2} &= \frac{\partial G_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_1} \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_2} + \frac{\partial G_i(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_2} \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_2} \end{aligned} \quad (\text{A.2-5})$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_1} &= -\frac{t_{2[2]} - t_{2[3]}}{w} = \text{const.} , & \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_2} &= \frac{t_{1[2]} - t_{1[3]}}{w} = \text{const.} , \\ \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_1} &= \frac{t_{2[1]} - t_{2[3]}}{w} = \text{const.} , & \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_2} &= -\frac{t_{1[1]} - t_{1[3]}}{w} = \text{const.} \end{aligned} \quad (\text{A.2-6})$$

bei Verwendung der Abkürzung

$$w = (t_{1[2]} - t_{1[3]})(t_{2[1]} - t_{2[3]}) - (t_{1[1]} - t_{1[3]})(t_{2[2]} - t_{2[3]}) . \quad (\text{A.2-7})$$

Damit liegen alle notwendigen Beziehungen zur strengen Formulierung der gesuchten Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte nach der Bogenlänge entsprechend (A-1) vor.

A.3 Approximation der Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte für G^1 -stetige Geometrie- und G^0 -stetige Grauwertmodellierung

In diesem abschließenden Teil des Anhangs A wird eine einfache, approximierende Beziehung zur Berechnung der Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte hergeleitet, wie sie für die Berechnungsbeispiele in Kap. 8 Verwendung findet. Es werden folgende Voraussetzungen getroffen: Die Oberflächengeometrie wird mit einem G^1 -stetigen transfiniten Interpolationsansatz modelliert, für die Oberflächengrauwerte wird lediglich die G^0 -stetige Interpolation gewählt. Weiterhin werden die Stützpunktpositionen für die Grauwertmodellierung über eine regelmäßige, unter Umständen mehrfache, quaternäre Unterteilung der Geometrieparameterdreiecke festgelegt, vgl. Abb. 4-10 auf S. 45 und Abb. 6-3 auf S. 72. Nach (A.2-5), wobei hier für die G^0 -stetige Grauwertinterpolation keine Teilinterpolanten gebildet werden, gilt für die Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte ganz allgemein

$$\begin{aligned} \frac{dG(t_1, t_2)}{ds_1} &= \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_1} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial t_1} \frac{dt_1}{ds_1} = \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial t_1} \frac{d\tilde{t}_1}{ds_1} \\ &= \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_1} \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_1} \frac{dt_1}{ds_1} + \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_2} \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_1} \frac{dt_1}{ds_1} , \\ \frac{dG(t_1, t_2)}{ds_2} &= \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial s_2} = \frac{\partial G(t_1, t_2)}{\partial t_2} \frac{dt_2}{ds_2} = \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial t_2} \frac{d\tilde{t}_2}{ds_2} \\ &= \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_1} \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_2} \frac{dt_2}{ds_2} + \frac{\partial G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)}{\partial \tilde{t}_2} \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_2} \frac{dt_2}{ds_2} . \end{aligned} \quad (\text{A.3-1})$$

Die partiellen Ableitungen der Grauwerte folgen nach (5.6-2) auf S. 62 zu

$$\frac{\partial G}{\partial t_1} = \frac{\partial f_{G^0}[G_i](t_1, t_2)}{\partial t_1} = (G_1 - G_3) , \quad \frac{\partial G}{\partial t_2} = \frac{\partial f_{G^0}[G_i](t_1, t_2)}{\partial t_2} = (G_2 - G_3) . \quad (\text{A.3-2})$$

Da hier die Stützpunktpositionen der Grauwerte aus einer regelmäßigen, quaternären Unterteilung des jeweiligen Geometrieparameterdreiecks resultieren sollen, läßt sich sowohl die Berechnung von dt_1/ds_1 , dt_2/ds_2 über (A-3) bzw. über die numerische Differentiation nach (A.1-2) als auch die Auswertung von (A.2-6) weiter vereinfachen. Durch eine geeignete Numerierung der baryzentrischen Koordinaten des Grauwertparametersystems läßt sich nämlich stets erreichen, daß sowohl $(t_{1[2]} - t_{1[3]}) = 0$ als auch $(t_{2[1]} - t_{2[3]}) = 0$ gilt. Damit zerfallen die Beziehungen (A.2-6) hier zu

$$\frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_1} = 2^{|\Delta\ell|} , \quad \frac{\partial \tilde{t}_1}{\partial t_2} = 0 , \quad \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_1} = 0 , \quad \frac{\partial \tilde{t}_2}{\partial t_2} = 2^{|\Delta\ell|} , \quad (\text{A.3-3})$$

wobei $|\Delta\ell| \in \mathbb{N}_0$ in Anlehnung an die Notation in Abb. 4-10 auf S. 45 die Anzahl der quaternären Unterteilungen kennzeichnet, mit der das ursprüngliche Geometrieparameterdreieck zerlegt wurde. $|\Delta\ell| = 1$ steht also für die regelmäßige Unterteilung in vier Grauwertdreiecke pro Geometriedreieck, $|\Delta\ell| = 2$ für sechzehn Grauwertdreiecke pro Geometriedreieck usw. Für $|\Delta\ell| \geq 2$ darf weiterhin davon ausgegangen werden, daß durch die fortgeschrittene Unterteilung des Geometriedreiecks die lokale Bogenlänge entlang der geometrischen Randkurve des Grauwertdreiecks durch die Streckenlänge \tilde{S} auf der Sekante durch die beiden jeweiligen Grauwertstützpunkte in guter Näherung approximiert wird, wie auch Abb. 6-3 auf S. 72 zeigt. Entsprechend sind bei diesem Übergang auf endliche Differenzen auch dt_1 , dt_2 durch die zugehörigen Änderungen der baryzentrischen Koordinaten längs der jeweiligen gesamten Randkurve des Grauwertdreiecks auszudrücken. Über

$$ds_1 \approx \Delta \tilde{S}_{1,3} , \quad ds_2 \approx \Delta \tilde{S}_{2,3} , \quad dt_1 \approx \Delta t_1 = \frac{\Delta \tilde{t}_1}{2^{|\Delta\ell|}} = \frac{-1}{2^{|\Delta\ell|}} , \quad dt_2 \approx \Delta t_2 = \frac{\Delta \tilde{t}_2}{2^{|\Delta\ell|}} = \frac{-1}{2^{|\Delta\ell|}} \quad (\text{A.3-4})$$

folgt durch Einsetzen der angegebenen Ausdrücke in (A.3-1):

$$\frac{dG(t_1, t_2)}{ds_1} = \frac{G_3 - G_1}{\tilde{S}_{1,3}} = \text{const.} , \quad \frac{dG(t_1, t_2)}{ds_2} = \frac{G_3 - G_2}{\tilde{S}_{2,3}} = \text{const.} \quad (\text{A.3-5})$$

Die gewonnenen Ausdrücke für die Richtungsableitungen der Oberflächengrauwerte gelten aufgrund ihrer Konstanz – welche bei strenger Auswertung nach (A.3-1) nicht selbstverständlich ist – für das gesamte Grauwertdreieck. Da die Verbesserungsgleichungen für die photogrammetrische Rekonstruktion nach der Methode des Facetten-Stereosehens objektraumgesteuert aufgestellt werden, ist der rechnerische Aufwand für die Bereitstellung der Richtungsableitungen der Grauwerte nach (A.3-5) äußerst gering.

B Zu geometrischen Approximationen bei der Formulierung der linearisierten Grundgleichung der Bildinversion

Die Formulierung der linearisierten Verbesserungsgleichung für das Facetten-Stereosehen beinhaltet stets die Aufspaltung der Oberflächenbeschreibung in eine approximative Startfläche und einen gerichteten differentiellen Zuschlag, vgl. [Wrobel 1987a] und Kap. 7.1. Für die in bisherigen Arbeiten zum Facetten-Stereosehen üblicherweise verwendeten $2\frac{1}{2}$ D-Interpolationsansätze läßt sich der lokale Zusammenhang $dZ(X, Y)$ zwischen einem beliebigen Punkt $Z^\circ(X, Y)$ auf der Startfläche und seinem Pendant $Z(X, Y)$ auf der nach einer Ausgleichsiteration resultierenden Fläche in äquivalenter Weise über die Interpolationskoeffizienten a_{ij} und entsprechende Verschiebungen $dZ_{ij}(X, Y)$ in den je nach Interpolationsvorschrift beteiligten Stützpunkten $Z_{ij}^\circ(X, Y)$ beschreiben, vgl. [Weisensee 1992], [Tsay 1996]:

$$\begin{aligned} Z(X, Y) &= Z^\circ(X, Y) + dZ(X, Y) & (B-1) \\ &= \sum_{i, j} \left(a_{ij}(X - X_{ij}, Y - Y_{ij}) Z_{ij}^\circ(X, Y) + a_{ij}(X - X_{ij}, Y - Y_{ij}) dZ_{ij}(X, Y) \right) \\ &= \sum_{i, j} a_{ij}(X - X_{ij}, Y - Y_{ij}) Z_{ij} . \end{aligned}$$

Diese Beziehung wird bei der Herleitung des Facetten-Stereosehens ausgenutzt, um den lokalen Beitrag einer Verbesserungsgleichung zum Gesamtergebnis auf Parameterzuschläge in den umliegenden Stützpunkten zurückzuführen. Da sich dieser Zusammenhang bei der Formulierung des Facetten-Stereosehens für eine allgemeine 3D-Oberflächenmodellierung nur im Ausnahmefall streng realisieren läßt, wird in diesem Anhang anhand ausgewählter Beispiele die jeweilige Größenordnung der auftretenden Approximationsfehler abgeschätzt. Dazu werden zwei Lösungsansätze vergleichend betrachtet und beurteilt, von denen der eine auf lokalen, geometrischen Flächennormalen $\mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$, der andere auf linear zwischen den Stützpunkten interpolierten Pseudonormalenvektoren $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ aufbaut,* vgl. Abb. 7-3 auf S. 81.

Für den Fall, daß der Oberflächenpunkt $\mathbf{X}(t_1^\circ, t_2^\circ)$ aus der Punktlage $f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ)$ auf der Startfläche und einer Verschiebung $dn(t_1^\circ, t_2^\circ)$ in Richtung des lokalen Flächennormalenvektors $\mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ resultiert, gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t_1^\circ, t_2^\circ) &= f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ) + dn(t_1^\circ, t_2^\circ) \mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) & (B-2) \\ &\approx f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ) + f_{G^0}[dn_i](t_1^\circ, t_2^\circ) \mathbf{N}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) \\ &\approx f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ + dn_i \mathbf{N}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1, t_2) = \mathbf{X}(t_1, t_2) \end{aligned}$$

$$\mathbf{X}(t_1^\circ, t_2^\circ) = \mathbf{X}(t_1, t_2) - \mathbf{W}(t_1, t_2) . \quad (B-3)$$

Dabei werden mit $\mathbf{W}(t_1, t_2)$ die in diesem Fall auftretenden Approximationsfehler beschrieben. Zum anderen wird als Alternative die lokale Verschiebung $dn(t_1^\circ, t_2^\circ)$ in Richtung des nach Gleichung (7.1-13) auf S. 81 definierten Pseudonormalenvektors $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ)$ herangezogen, aus der man den neuen Flächenpunkt $\bar{\mathbf{X}}(t_1^\circ, t_2^\circ)$ wie folgt erhält:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}(t_1^\circ, t_2^\circ) &= f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ) + dn(t_1^\circ, t_2^\circ) \bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) & (B-4) \\ &\approx f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1^\circ, t_2^\circ) + f_{G^0}[dn_i](t_1^\circ, t_2^\circ) \bar{\mathbf{N}}^\circ(t_1^\circ, t_2^\circ) \\ &\approx f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ + dn_i \mathbf{N}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t_1, t_2) = \bar{\mathbf{X}}(t_1, t_2) \end{aligned}$$

$$\bar{\mathbf{X}}(t_1^\circ, t_2^\circ) = \bar{\mathbf{X}}(t_1, t_2) - \bar{\mathbf{W}}(t_1, t_2) . \quad (B-5)$$

Die grundsätzliche Vorgehensweise bei der transfiniten Interpolation legt nahe, sich für die Veranschaulichung der Approximationsfehler \mathbf{W} , $\bar{\mathbf{W}}$ der Beziehungen (B-3) und (B-5) auf den vereinfachten, eindimensionalen Fall $\mathbf{X}(t^\circ) = (X(t^\circ), Z(t^\circ))^\top$ mit $\mathbf{X}_1^\circ = (0, 0)^\top$, $\mathbf{X}_2^\circ = (1, 0)^\top$ einer Teilinterpolantenkurve zu beschränken. Entsprechend bezieht sich die folgende Diskussion nicht auf den flächenhaften G^1 -stetigen Interpolanten, sondern nur auf die Hermite-Darstellung einer kubischen Splinekurve nach (5.5-4) auf S. 57.

Strenge Gültigkeit von (B-2) und (B-4) tritt genau dann auf, wenn ein Sonderfall der $2\frac{1}{2}$ D-Interpolation hergestellt ist: für parallele \mathbf{N}_i° in den Stützstellen, welche zudem senkrecht auf der lokalen Parameterfläche stehen. Auch die beiden Scharen von Verschiebevektoren fallen nur in genau diesem Fall zusammen, wie der Blick auf Gleichung (5.5-6), S. 58 verrät. Abb. B-1(a) illustriert diesen Sachverhalt am Beispiel. Große Beträge der Approximationsfehler sind also am ehesten bei ebenfalls großen Beträgen der lokalen Oberflächenkrümmung zu erwarten. In diesem Sinne zeigt Abb. B-1 die beiden Verschiebevektorvarianten exemplarisch für die zwei Fälle, welche im folgenden von wesentlichem Interesse sind: nämlich für einen Flächenverlauf mit in etwa konstanter Krümmung und einen Flächenverlauf mit Wechsel des Krümmungsvorzeichens. Man erkennt bereits, daß die

*Diese lokalen Vektoren werden im folgenden auch kurz als Verschiebevektoren bezeichnet.

unterschiedlichen Verschiebevektoren insbesondere für den Fall des Krümmungswechsels stark differieren, vgl. Abb. B-1(b).

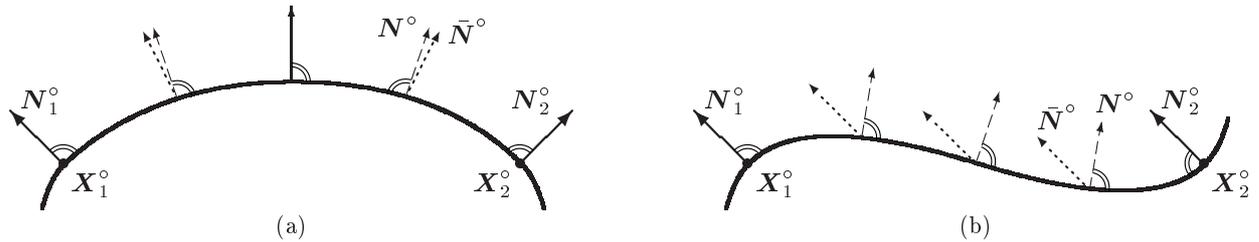


Abbildung B-1: Darstellung von Flächennormalen $N^{\circ}(t^{\circ})$ und Pseudonormalen $\tilde{N}^{\circ}(t^{\circ})$. (a): für eine Kurve mit weitgehend konstanter Oberflächenkrümmung, (b): für eine Kurve mit Wendepunkt, also mit einem Wechsel des Vorzeichens der Oberflächenkrümmung.

Zur Abschätzung der Approximationsfehler wird der folgende Weg eingeschlagen: Für die Verschiebungsbeiträge dn_i in den beiden Kurvenstützpunkten werden diskrete Werte Δn_i vorgegeben. Anschließend können alle weiteren lokalen Größen in (B-2) und (B-4) streng berechnet werden. Zweckmäßigerweise ist in beiden Stützpunkten ein maximaler Betrag und ein identisches Vorzeichen für die Δn_i zu wählen, da sich nur dann auch eine maximale Änderung der Oberflächenlage insgesamt ergibt. Für die Beispiele in den Abb. B-2 bis B-6 wird in diesem Sinne von der Annahme $\Delta n_1 = \Delta n_2 = \Delta n = 0.2 = \text{const.}$ bei einem auf $|\mathbf{X}_2^{\circ} - \mathbf{X}_1^{\circ}| = 1$ normierten Stützpunktabstand ausgegangen. Diese Annahmen charakterisieren grob die im Rahmen der photogrammetrischen Rekonstruktion maximal zu erwartenden Beträge, sie werden durch die in [Schlüter und Wrobel 1996] und Kap. 8 dokumentierten Auswertbeispiele experimentell bestätigt. Als Extremwert für eine Verkippung der Stützpunktnormalen gegenüber der Parameterebene wird eine Winkeländerung von $\vartheta_{max} = \pm 45^{\circ}$ gewählt. Da die Richtung einer Stützpunktnormalen von sämtlichen lokal benachbarten Stützpunktdreiecken abhängt, entspricht dies insgesamt einer Neigungsänderung benachbarter Parameterdreiecke von $2\vartheta_{max} = \pm 90^{\circ}$ in einem Stützpunkt bzw. entlang einer Parameterdreiecksseite. Stärkere lokale Flächenneigungsänderungen sind bei einer adäquat gewählten Stützpunktdichte kaum zu erwarten, vgl. Kap. 5.3. Ferner trägt auch die jeweilige Regularisierungsstrategie dazu bei, lokale Neigungsänderungen tendenziell abzuschwächen, vgl. Kap. 7.2.

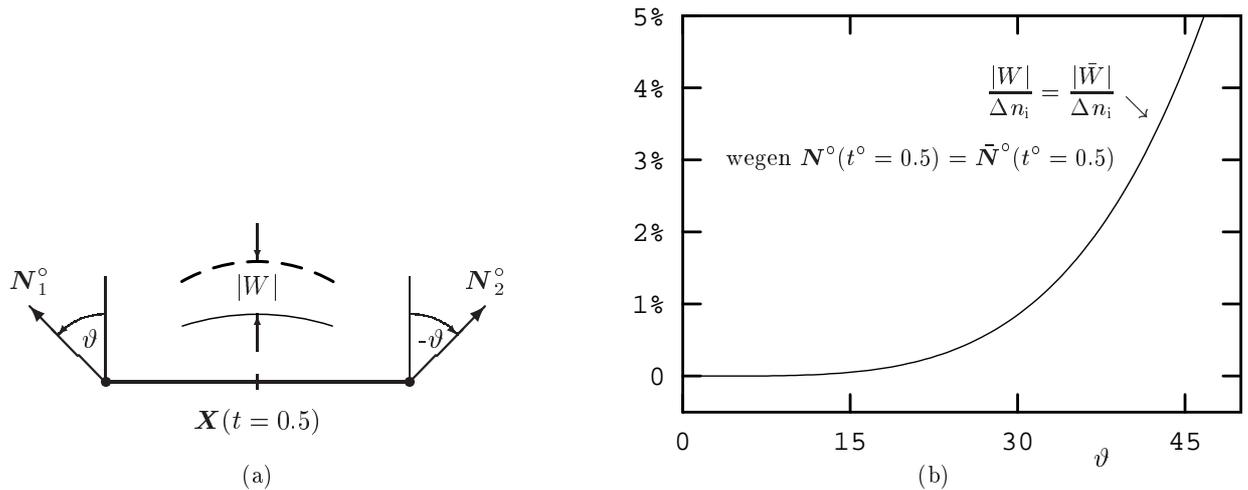


Abbildung B-2: Vertikale Approximationsfehler W bei weitgehend konstanter Oberflächenkrümmung. (a): Situations-skizze zur gegenseitigen Lage der Normalenvektoren in den Stützpunkten, hier über die Bedingung $\vartheta = \vartheta_1 = -\vartheta_2$. (b): $|W| = |\tilde{W}|$ als $f(\vartheta)$ an der Stelle $\mathbf{X}(t^{\circ} = 0.5)$ für $\Delta n_i = 0.2 = \text{const.}$, normiert über Δn_i .

In Abb. B-2 wird zunächst auf den Fall einer in etwa konstanten Oberflächenkrümmung eingegangen. Da Punktverschiebungen längs des Flächenverlaufs für die Oberflächenrekonstruktion nicht von Bedeutung sind, ist im folgenden immer nur die dritte Komponente von \mathbf{W} mit $W = \Delta Z(X)$ bzw. von $\tilde{\mathbf{W}}$ mit $\tilde{W} = \Delta \tilde{Z}(X)$ von Interesse. Das Maß W gibt also den vertikalen Abstand zwischen den jeweils resultierenden Kurven an, vgl. die exemplarischen Darstellungen in Abb. B-4 bis B-6 auf S. 134f samt den zugehörigen Legenden in den Tab. B-1 und B-2. Während sich Abb. B-4 auf den Spezialfall der Verkippung der Normalenvektoren N_1° in den Stützpunkten um $\vartheta_1 = -\vartheta_2 = 45^{\circ}$ gegenüber der Parameterebene beschränkt, sind in Abb. B-2 die vertikalen

Abstände W als Funktion von ϑ im Ort $\mathbf{X}(t^\circ = 0.5)$ aufgetragen. Dabei gilt hier ausnahmsweise $W = \bar{W}$, denn für $t^\circ = 0.5$ fallen die lokalen Normalenvektoren mit den Pseudonormalenvektoren zusammen, vgl. wieder die exemplarische Abb. B-4(a). Die vertikalen Abstände W zwischen der Oberfläche, welche aus den neuen Stützpunktlagen resultiert, und der Oberfläche, welche sich punktweise über die lokalen Verschiebevektoren errechnet, nehmen insgesamt für größer werdende Beträge der Oberflächenkrümmung immer stärker zu, beginnend mit $W = 0$ für eine Oberflächenkrümmung von $\kappa = 0$. Aber selbst für den in Abb. B-4 dargestellten Extremfall bleiben die auftretenden Differenzen in einer Größenordnung $< 5\%$ im Verhältnis zu dem Betrag der Δn_i . Abb. B-4(b) weist weiterhin nach, daß die für $t \neq 0.5$ auftretenden Abweichungen zwischen W und \bar{W} vernachlässigbar sind.

Im Fall eines Wechsels des Krümmungsvorzeichens der Fläche ist die Formulierung nach (B-2) unter Verwendung der lokalen Flächennormalen $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$ nicht mehr adäquat. Je kleiner der Betrag des Skalarprodukts $\mathbf{N}^\circ(t^\circ) \cdot \mathbf{N}_i^\circ$ wird, desto problematischer ist die Übertragung eines lokalen Verschiebebetrages, mit Bezug auf den lokalen Normalenvektor $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$, auf die Normalenvektoren \mathbf{N}_i° in den Stützpunkten. Abb. B-5 und B-6 auf S. 135 veranschaulichen diesen Zusammenhang für ausgewählte Winkel ϑ in den Stützpunkten. Je größer der Maximalbetrag der Oberflächenkrümmung innerhalb einer Facette wird, desto stärker nimmt auch der zugehörige Approximationsfehler zu. Abb. B-3 gibt die resultierende vertikale Differenz W für den Ort $\mathbf{X}(t^\circ = 0.5)$ an und verdeutlicht seine Größenordnung, welche bei Verwendung der Normalen $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$ um mehr als den Faktor zehn über dem entsprechenden Fehler bei dem vorher betrachteten Fall mit nahezu konstanter Oberflächenkrümmung liegt.

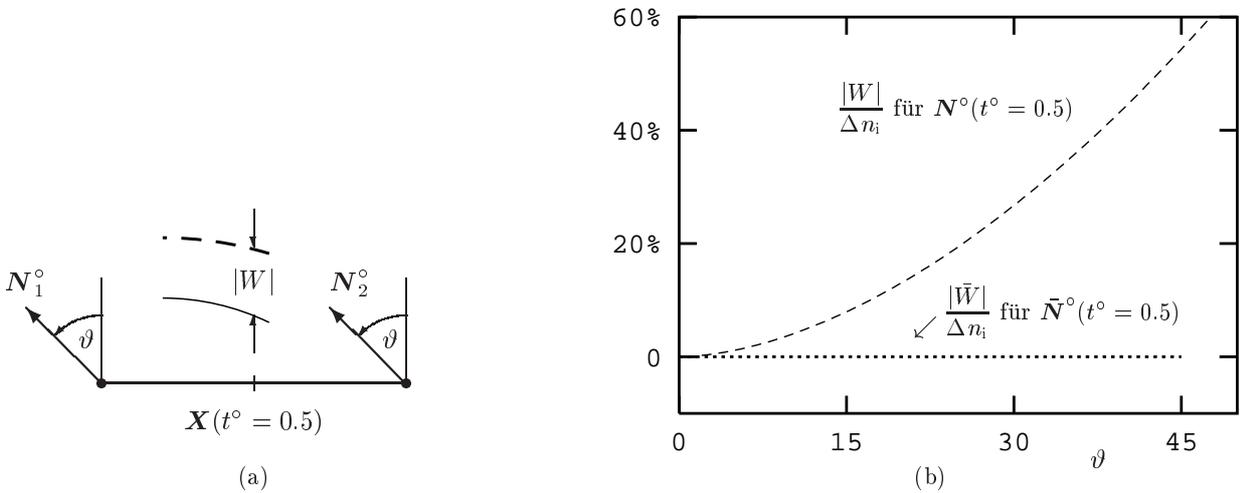


Abbildung B-3: Vertikale Approximationsfehler W bei stark variierender Oberflächenkrümmung. (a): Situationsskizze zur gegenseitigen Lage der Normalenvektoren in den Stützpunkten, hier über die Bedingung $\vartheta = \vartheta_1 = \vartheta_2$. (b): $|W|$, $|\bar{W}|$ als $f(\vartheta)$ an der Stelle $\mathbf{X}(t^\circ = 0.5)$ für $\Delta n_i = 0.2 = \text{const.}$, normiert über Δn_i .

Dieses Problem tritt bei Verwendung der Pseudonormalen $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$ nicht auf. Für den Fall konstanter Δn_i ist nämlich der maximale Approximationsfehler unter Verwendung der Pseudonormalen $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$ schon für den in Abb. B-2 dargestellten Fall mit $\vartheta_1 = -\vartheta_2 = \vartheta_{max}$ erreicht! Für $(\vartheta_2 - \vartheta_1) \rightarrow 0$ geht immer auch der Approximationsfehler gegen Null und zwar für die gesamte Geometriefacette, wie Abb. B-5 und B-6 exemplarisch belegen und Abb. B-3 für $\vartheta_1 = \vartheta_2$ angibt. Gleichung (B-4) ist bei Verwendung der Pseudonormalen $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$ also zusätzlich dann streng gültig, wenn die Normalen \mathbf{N}_i° in den Stützpunkten zwar beliebig gegenüber der Parameterebene geneigt, aber zueinander parallel sind.

Die detaillierte Diskussion zur Wahl der Verschiebevektoren darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß die sich ergebenden Unterschiede zwischen beiden Varianten in der Praxis oft bedeutungslos klein sind. Dieser Schluß läßt sich aus der Tatsache ziehen, daß die lokalen Normalenvektoren in den Stützpunkten ja auch aus einem lokalen, wenn auch etwas großräumigeren als einem facettenweisen Interpolationsprozeß resultieren und deshalb in der Regel von Geometriefacette zu Geometriefacette nur relativ kontinuierlich variieren.

Letztendlich läßt nur der Einsatz der lokalen Flächennormalen $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$ als Verschiebevektoren bei starken lokalen Krümmungsänderungen Störungen bzw. Verzögerungen im Konvergenzverhalten des Facetten-Stereosehens erwarten. Auf den experimentellen Nachweis eines derartigen, theoretisch möglichen Fehlverhaltens wird in dieser Arbeit verzichtet, da sich beim Einsatz der Pseudonormalen $\bar{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$ anstelle der $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$ der rechnerisch einfachere Weg auch hinsichtlich der verbleibenden Approximationsfehler als der wesentlich günstigere erweist. Die angeführten Beispiele machen deutlich, daß der verbleibende Approximationsfehler in Gleichung

(B-4) bzw. (B-5) im Rahmen des iterativen Schätzverfahrens vernachlässigt werden darf. Nur in Ausnahmefällen wird eine zusätzliche Iteration zur Berechnung des jeweiligen Lösungsvektors erforderlich werden.

So findet mit der Schar der Pseudonormalen ein Satz Verschiebevektoren Verwendung, welcher prinzipiell als unabhängig von der Oberflächenmodellierung anzusehen ist. Weiterhin weist die Schar der Pseudonormalenvektoren bezüglich der gesamten Objektoberfläche die Eigenschaft globaler Kontinuität erster Ordnung auf und zwar wiederum unabhängig von dem Stetigkeitsgrad der Oberflächenmodellierung selbst. Ohne weitere eingehende Betrachtungen wird deshalb hier auch für die photogrammetrische Oberflächenrekonstruktion auf der Basis G^0 - oder G^2 -stetiger Oberflächenmodelle die Verwendung der Pseudonormalenvektoren $\tilde{N}^\circ(t^\circ)$ nach (7.1-13) auf S. 81 für die Übertragung der lokalen Parameterzuschläge dn auf die Facettenstützpunkte empfohlen.

---	$\mathbf{X}^\circ(t^\circ) = f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t^\circ)$	Startkurve vor einem Iterationsschritt
$\text{---}\blacktriangleright$	$\Delta n_i \mathbf{N}_i^\circ = \Delta n_i \tilde{\mathbf{N}}_i^\circ$	Zuschläge entlang der Normalenvektoren \mathbf{N}_i° in den Stützpunkten \mathbf{X}_i°
---	$\mathbf{X}(t) = f_{G^1}[\mathbf{X}_i^\circ + dn_i \mathbf{N}_i^\circ, \mathbf{N}_i^\circ](t)$	Resultierende Kurve unter Beibehaltung der Normalenvektoren \mathbf{N}_i° in den Stützpunkten
$\cdots\cdots\blacktriangleright$	$\Delta n \tilde{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$	Lokale Zuschläge entlang der Pseudonormalenvektoren $\tilde{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$
$\cdots\cdots$	$\mathbf{X}_{\tilde{\mathbf{N}}}(t^\circ) = \mathbf{X}^\circ(t^\circ) + dn \tilde{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$	Resultierende Kurve bei lokaler Verwendung der Pseudonormalenvektoren $\tilde{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$
$-\ - - \blacktriangleright$	$dn \mathbf{N}^\circ(t^\circ)$	Lokale Zuschläge entlang der geometrischen Normalenvektoren $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$
$-\ - - -$	$\mathbf{X}_{\mathbf{N}}(t^\circ) = \mathbf{X}^\circ(t^\circ) + dn \mathbf{N}^\circ(t^\circ)$	Resultierende Kurve bei lokaler Verwendung der geometrischen Normalenvektoren $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$

Tabelle B-1: Legende zu den Abb. B-4(a) bis B-6(a).

$\cdots\cdots$	$\bar{W}(\mathbf{X}(t), \mathbf{X}_{\tilde{\mathbf{N}}}(t^\circ))$	Vertikaler Approximationsfehler $\bar{W} = \Delta \bar{Z}(X)$ beim Ansatz über lokale Pseudonormalenvektoren $\tilde{\mathbf{N}}^\circ(t^\circ)$ nach (B-5)
$-\ - - -$	$W(\mathbf{X}(t), \mathbf{X}_{\mathbf{N}}(t^\circ))$	Vertikaler Approximationsfehler $W = \Delta Z(X)$ beim Ansatz über lokale Normalenvektoren $\mathbf{N}^\circ(t^\circ)$ nach (B-3)

Tabelle B-2: Legende zu den Abb. B-4(b) bis B-6(b).

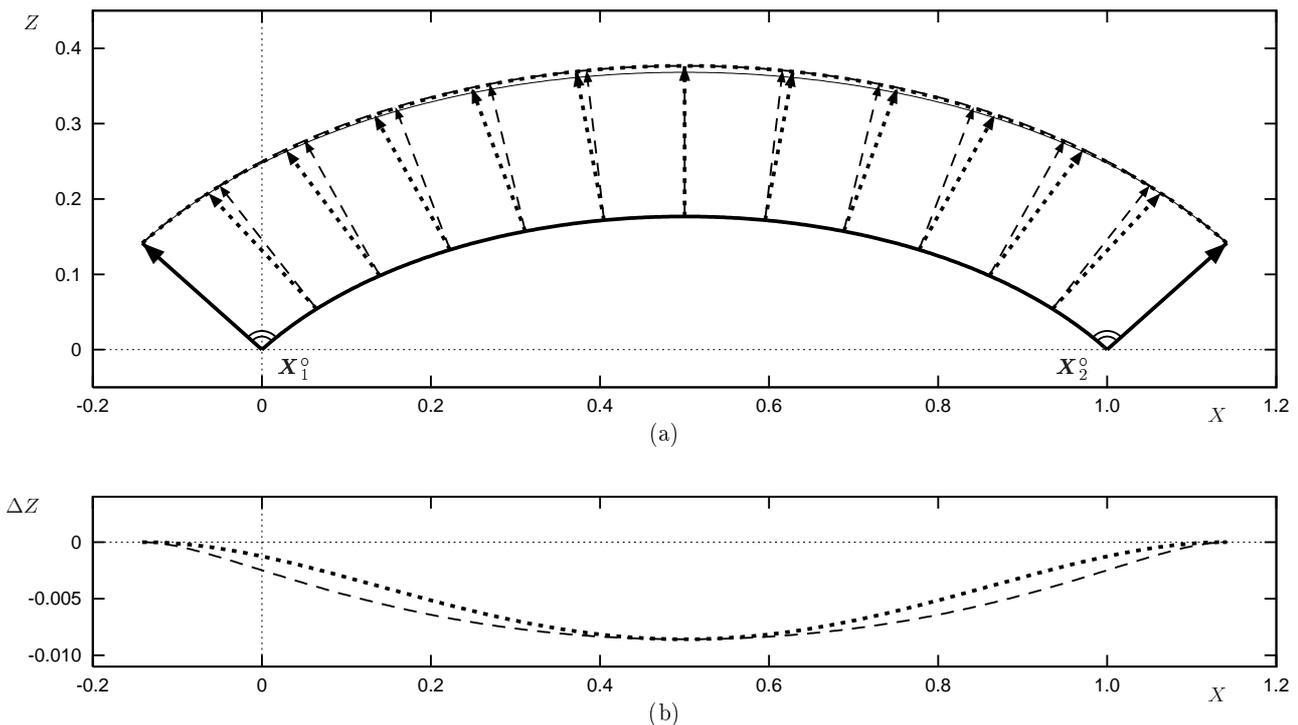


Abbildung B-4: Approximationsfehler je nach Einsatz von Normalen- oder Pseudonormalenvektoren für den Fall weitgehend konstanter Oberflächenkrümmung mit $\vartheta_1 = 45^\circ$, $\vartheta_2 = -45^\circ$ und $\Delta n_i = 0.2$. (a): Startkurve und resultierende Kurven nach (B-2) und (B-4), vgl. Tab. B-1. (b): Vertikale Approximationsfehler W und \bar{W} , vgl. Tab. B-2.

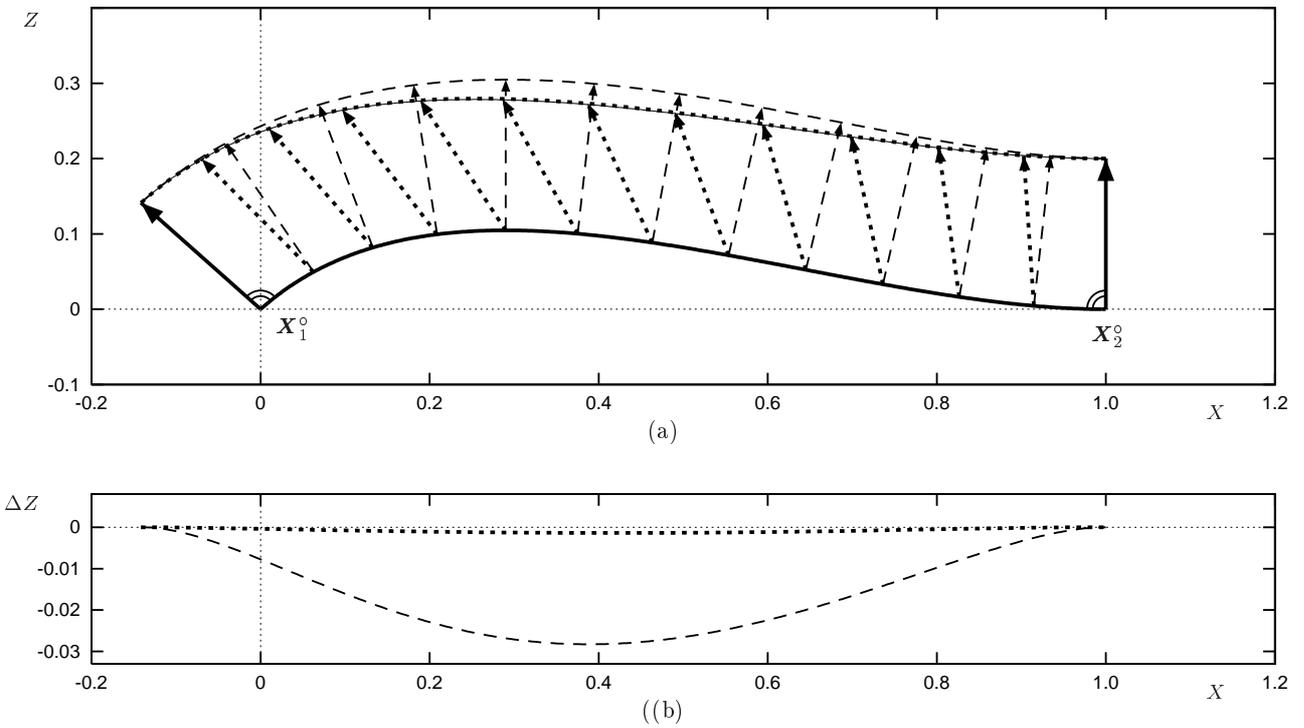


Abbildung B-5: Approximationsfehler je nach Einsatz von Normalen- oder Pseudonormalenvektoren für den Fall variierender Oberflächenkrümmung mit $\vartheta_1 = 45^\circ$, $\vartheta_2 = 0^\circ$ und $\Delta n_i = 0.2$. (a): Startkurve und resultierende Kurven nach (B-2) und (B-4), vgl. Tab. B-1. (b): Vertikale Approximationsfehler W und \bar{W} , vgl. Tab. B-2.

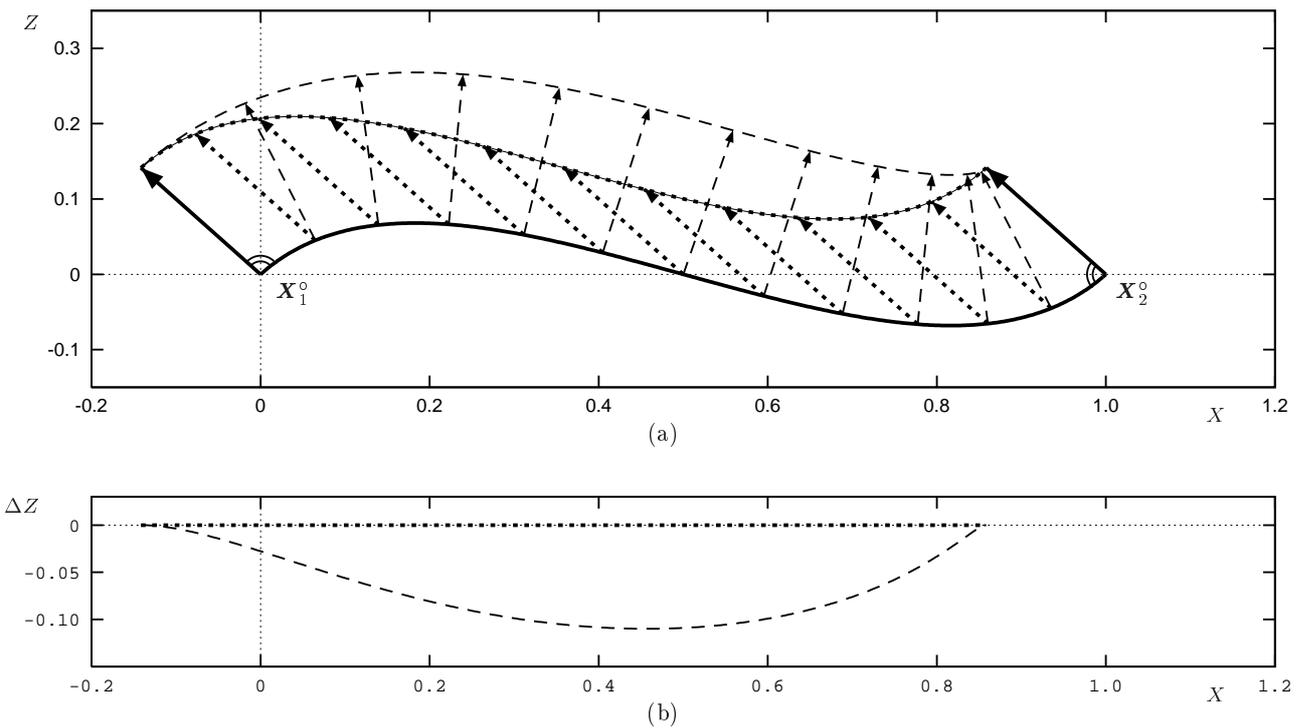


Abbildung B-6: Approximationsfehler je nach Einsatz von Normalen- oder Pseudonormalenvektoren für den Fall stark variierender Oberflächenkrümmung mit $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 45^\circ$ und $\Delta n_i = 0.2$. (a): Startkurve und resultierende Kurven nach (B-2) und (B-4), vgl. Tab. B-1. (b): Vertikale Approximationsfehler W und \bar{W} , vgl. Tab. B-2.